PHYSICA GENERALIS

AUDITORUM

USIBUS ACCOMODATA

A P. JOANN. BAPT. HORVATH. SOCIETATIS JESU,

In Regia Scientiarum Universitate Budensi Theoriæ Physicæ Sublimioris, Physicæ item Experimentalis, & Mechanicæ Professore.

EDITIO MATRITENSIS.



MDCCCXVII.

EX TYPOGRAPHIA FUENTENEBRO.

Superiorum permissu.

CONSPECTUS MATERIARUM

PROLEGOMENA PHYSICÆ.

DISSERTATIO PRIMA.

DE PRINCIPIIS, ET COMMUNIBUS CORPORUM PROPRIETATIBUS.

CAPUT PRIMUM.

Quædam communes corporum proprietates & naturæ leges analytice deducuntur.

CAPUT SECUNDUM.

De principiis corporum.

CAPUT TERTIUM.

De lege virium repulsivarum, & attractivarum.

CAPUT QUARTUM.

De impenetrabilitate, extensione, poris, densitate & raritate, nec non divisibilitate corporum.

CAPUT QUINTUM.

De cohærentia partium in corporibus.

CAPUT SEXTUM.

De variis cohærentiæ generibus.

CAPUT SEPTIMUM.

De chemicis corporum proprietatibus.

DISSERTATIO ALTERA.

DE MOTU CORPORUM.

CAPUT PRIMUM.

De centro gravitatis.

CAPUT SECUNDUM.

De diversis motus generibus.

CAPUT TERTIUM.

De conflictu corporum.

CAPUT QUARTUM.

De motu per machinas.

CAPUT QUINTUM.

CAPUT SEXTUM.

De viribus centralibus.

DISSERTATIO TERTIA.

DE INERTIÆ VI, ET GRAVITATE UNIVERSALI.

CAPUT PRIMUM.

De inertiæ vi.

CAPUT SECUNDUM.

De gravitate universali generatim.

CAPUT TERTIUM.

De gravitate corporum terrestrium.

CAPUT QUARTUM.

De projectione gravium.

DISSERTATIO QUARTA.

DE CORPORIBUS COELESTIBUS.

CAPUT PRIMUM.

De corporibus totalibus generatim.

CAPUT SECUNDUM.

De theoria motus astrorum.

CAPUT TERTIUM.

De sole, & stellis fixis.

CAPUT QUARTUM.

De planetis generatim; tum speciatim de planetis primariis.

CAPUT QUINTUM.

De luna ; ubi etiam de æstu maris.

CAPUT SEXTUM.

De cometis.

PROLEGOMENA
PHYSICÆ.

§. I.

De notione, & divisione Physicæ.

1 *Physica* à græco vocabulo φύσις, quod Latinis *naturam* significat, nomen sortita communiter definitur esse *scientia naturæ.* At quoniam *natura* varie solet usurpari, notandum est, hoc loco vocabulum illud sumi pro solis, & omnibus corporibus, hanc aspectabilem mundi machinam constituentibus, illisque phænomenis, quæ ex eorundem corporum viribus secundum statas quasdam leges profluunt: ut adeo *Physica* reapse ea duntaxat Philosophiæ pars sit, quæ rerum corporearum, hanc sensibilem mundi machinam componentium naturam, vires rimatur, phænomenorum, quæ secundum *ordinem, cursumque naturæ* nunc expositæ eveniunt, causas, harumque agendi rationes determinat.

Coroll. Munus ergo *Physici* (quem Tullius l. 1. de nat. Deor. *speculatorem, venatoremque naturæ* nuncupat) est ipsum imprimis rerum omnium corporearum complexum contemplari, quis in eo sit ordo, quæ vires obtineant, quibusve agant legibus; tum quamlibet speciatim rem corpoream, quatenus licet, vocare in examen, earundemque proprietates dispicere, ut naturalium phænomenorum causas, harumque agendi rationes determinet.

2 Physica dispesci solet in historicam, & dogmaticam. *Historica* rerum naturalium mutationes, vires, leges &c. exacta duntaxat narratione persequitur, quin earundem causas investiget: *dogmatica* vero naturales effectus, eorumque causas, vires &c., qua licet, scrutatur, ac determinat. Historica facem quasi præfert dogmaticæ, viamque pandit ad penetranda naturæ arcana: unde notitia ejus Physico est diligenter comparanda.

3 Physica dogmatica in generalem, & specialem, seu particularem tribuitur. Physica *generalis* res corporeas sub ratione quadam generica contemplatur: *specialis* contra, seu *particularis* corpora speciatim expendit, singulariaque phænomena explicat. Nos nihilominus ordini huic

non insistemus tam religiose, ut piaculo ducamus nobis, quorundam singularium phænomenorum explicationem jam in ipsa Generali Physica attingere. Multa enim horum longe facilius intelliguntur, si mox subjiciantur iis principiis generalibus, è quibus ea ceu corollaria quædam profluunt, quam si nimio servandi ordinem studio ad Physicam particularem removeantur.

§. II.

De recta philosophandi methodo.

4 Duplicem philosophandi methodum vocabimus hoc loco in examen, quarum altera methodus *philosophandi à priori*, altera *philosophandi à posteriori* dicitur. Priorem sectatus est Cartesius, alteram potissimum Newtonus excoluit.

5 Qui *à priori* philosophantur cum Cartesio, contenti sunt ejusmodi aliquas rerum naturalium causas ingeniose excogitare, quæ, siquidem existere *supponantur*, naturæ phænomenis verosimiliter explicandis sufficere videantur; quin de vera earundem causarum existentia, solide comprobanda, evincendaque sint solliciti. Sic Cartesiani concedi sibi postulant, ut existentiam cujusdam fluidi (*ætherem* nominant) certosque in eodem motus, certas minimarum particularum figuras, & plurima id genus alia adstruere possint, quin ullo eadem argumento evincere, stabilireque teneantur. His sibi concessis omnia naturæ phænomena quam aptissime se se explicaturos pollicentur. Porro hujusmodi arbitraria ingenii commenta *hypotheses* nuncupari solent.

6 Qui alteri methodo, nempe *à posteriori* philosophandi cum Newtono additi sunt, ex accurata phænomenorum inspectione causas eorundem determinant, neque quidquam principii loco adsumunt, nisi quod prius jam è phænomenis legitima ratiocinatione erutum, riteque stabilitum esse censent. Unde primum *Analysi* utuntur; id est, è phænomenis identidem examinatis proximas, singularesque eorundem causas eruunt: ac harum agendi rationes notant; tum à causis singularibus, earundemque agendi rationibus ad latius patentes sensim progrediuntur, dum demum ope inductionis maxime generales rerum causas, naturæque leges, quas illæ constanter in agendo sequantur, constituant. Stabilitis id genus causis, naturæque legibus universalibus, si phænomena explicanda sint, ordine contrario descendendo *sinthesim* usurpant: nimirum generales illas causas, naturæque leges dicto modo stabilitas jam velut totidem certa principia considerant; ex iis causas singulares, ex his phænomena, ceu corollaria quædam deducunt, ac explanant.

7 Juvat aliquod exemplum methodi hujus adducere. e. g. Expendentes Physici hoc constans experimentum, quod globus tormento excussus semper lineam curvam describat, facile agnoverunt, nativam globi gravitatem esse in causa, quod is globus loco directionis rectilineæ, quam à nitrato pulvere, tormentique constitutione acquirit, per semitam curvilineam progrediatur: at quia ille vi solius gravitatis suæ directe versus centrum terræ ferri deberet, pronum erat concludere, ideo ab ejusmodi globo describi lineam curvam, quod is & ei motui, quem à nitrato pulvere acquirit, & ei etiam, quem nativa ipsius gravitas poscit, quatenus fieri potest, obsequi conetur. Atque ita ex hoc phæ-

nomeno diligenter examinato, proximam ejusdem causam eruerunt. Porro cum in aliis quoque casibus, in quibus experimento locus erat, similem pluribus simul motibus obsequendi conatum deprehendissent; ope inductionis concluserunt, conatum pluribus motibus simul impressis, quatenus fieri posset, obsequendi, communem esse omnium massarum sensibilium proprietatem. Hoc est, proximam quorundam singularium phænomenorum causam legitima ratiocinandi methodo jam latius extenderunt. Denique, quia viderant, proprietatem hanc ex earum esse numero, quæ *absolutæ* dici consueverunt, quæve eodem jure competunt quibusvis minimis particulis corporeis, quo quibuscunque maximis corporibus; eandem ope ulterioris inductionis etiam quibusvis insensibilibus corporum particulis, ipsis adeo eorundem elementis jure attribuerunt. Atque ita hactenus *analysim* usurpando, ad hoc demum generale principium, multis deinde phænomenis explicandis serviturum, devenerunt: *conatus pluribus motibus simul impressis, quatenus fieri potest, obsequendi, omnibus omnino corporibus, eorumque quibusvis minimis particulis convenit.*

Porro ex hujusmodi principio *analytice*, uti exposuimus, stabilito, & extra omne dubium semel collocato singularium phænomenorum causæ, *synthesim* usurpando, reddi possunt. Sic è principio nunc adlato pedetentim deduci potest ratio, cur e. g. is, qui fluvium navicula *directe*, seu directione ad ejus cursum perpendiculari trajicere conatur, id adsequi nequeat, sed eundem reapse *oblique* per quandam diagonalem trajicere cogatur.

8 Jam intellecta utriusque methodi natura, quis nisi præjudicatis opinionibus actus dubitet, Newtonianam philosophandi methodum Carthesianæ longe anteponendam esse? Esto hypotheses Cartesianorum phænomenis ad captum explicandis sufficerent; pro *possibilibus* tandem causis, non autem pro iis, à quibus *reapse* phænomena oriantur, statui possent: quis enim judicet legitimam esse hanc aut similem argumentationem: *si æther his, aut illis proprietatibus instructus exstare ponatur, phænomena possunt ad captum explicari; ergo reapse phænomenorum causa est æther.* Ex adverso Newtoniani *à posteriori* philosophando de veris phænomenorum causis naturam ipsam quodammodo consulunt, easque ex observationibus, & experimentis, veluti quibusdam, uti Cl. Malebranchius loquitur, *naturalibus revelationibus*, per quas natura nobis arcana sua manifestat, discunt, ac deducunt: neque adsumunt quidquam principii instar in explanandis naturæ phænomenis, nisi quod solidis prius argumentis jam stabiliverunt. Hæc uberius patebunt sequ. §. ex iis regulis, quas Newtoniani in philosophando sibi præstituunt.

9 Philosophiam, in qua methodus *à posteriori* philosophandi usurpatur, *experimentalem* nuncupari posse, nemo non videt. Hinc Newtonus ipse, teste Mac-Laurino *Expos. Phil. Newt. l.* 1. *c.* 1. "Philosophiam suam *experimentalem* nuncupare consueverat: quasi additamento hoc discrimen ultimum significaturus, quod inter eam & ceterorum systemata, ingenii nempe humani partus, quos naturæ gestimus supponere, intercedit." Porro dum ope observationum, experimentorumque in causas phænomenorum inquirimus, *ratio* suo semper fungatur munere, severique judicis partes sustineat; dispiciendo impri-

mis, quibusnam in casibus deferendum quidpiam sit testimonio sensuum, quibus non item; deinde videndo, quænam in philosophando leges potissimum observandæ sint; ne etiam tum, quum testimonia sensuum legitima fuerint, eadem non rite adhibendo in statuendis corporum proprietatibus labamur. Hinc quicunque in amœno hoc studio cum fructu versari vult, 1.*mo* præ oculis habeat aureas philosophandi regulas à Celeb. Newtono l. 3. *Princ. Math.* statutas, à nobis seq. §. recensendas. 2.*do* A præjudiciis, præsertim è sensuum fallacia oriri solitis animum expediat; ne, si legitima ratiocinandi methodus ad aliquas veritates, cuidam id genus præjudicio repugnantes (quod in Physica usuvenit) nos deduxerit, plus præconceptæ opinioni, quam legitimo, certisque principiis innixo ratiocinio tribuat.

3.*tio* Denique in observationibus & experimentis instituendis hæc cumprimis præ oculis habeat. 1) Caveat à *vitio subreptionis*, quo laborant ii, qui pro observatis, aut experimento compertis obtrudunt illa, quæ nullo sensu perceperunt, sed vel ex experientia velut corollaria quædam deducunt, vel imaginatione sola effingunt. Ut si quis diceret, experientia constare, quod corpora agantur deorsum vi attrahente globi terraquei: cum tamen nonnisi id nos doceat experientia, corpora niti deorsum, causa vero hujus nisus ratiocinando determinetur. 2) Sedulo dispiciat, quibusnam in casibus sensus nostri pro criterio veritatis haberi queant, in quibus item eorundem testimonio parum, aut nihil sit deferendum. Certe si e. g. in magnitudine, figura corporum valde dissitorum oculos constituas judices, Solem jurabis esse orbem quempiam planissimum; cujus diameter sit paucorum pedum. 3) Si fieri potest, in explorandis rebus sensibilibus plures sensus adhibeantur: quemadmodum solers medicus, ut medicamentum quodpiam melius dignoscere queat, oculorum judicio non contentus, odoratum etiam & gustatum adhibet. Certe sæpe evenit, ut unius sensus errorem alter sensus corrigat. 4) Experimentum instituturus caveat, ne quibusdam circa id genus experimentum præjudiciis imbutus sit, aut certæ cuipiam circa idem sententiæ mancipatus. Secus eveniet, ut multa experiri sibi falso videatur, quæ ad confirmandam præconceptam opinionem suam experiri cuperet, aut ut eventus sententiæ suæ contrarios pro sensuum ludibriis habeat, temereque rejiciat.

5. Sæpe expendenda sunt adjuncta loci, in quo experimentum instituitur, item temporis, instrumentorum &c. Nam pro horum varietate sæpe experimenti quoque successus est varius. e. g. Idem pendulum lentius oscillat Romæ, quam Parisiis; ferrei globi volumen augetur calido tempore, imminuitur frigido &c.

Schol. Quod ad Mathesim, qua Philosophiam Newtonianam tumere queruntur Cartesiani, attinet, ejus usus Physico necessarius omnino est. "Cum enim natura (verba sunt Cl. „Gullielmini) ubique mathematica „sit, idem est naturam absque Ma„thesi expiscari velle, ac sine cruri„bus ambulare." Ceterum nos adnitemur, ne largius utamur mathesi, quam ferat imbecillitas eorum Tironum tametsi mediocri tantum ingenio præditorum, qui primo Philosophiæ anno eam navaverunt operam prælectionibus mathematicis, quam diligentes, profectusque sui amantes juvenes literis navare solent. Univers tamen, quo majorem Matheseos scie

entiam quis sibi comparaverit, eo majorem in iis intelligendis, quæ tradituri sumus, facilitatem polliceri sibi poterit. Porro majoris facilitatis gratia adnotabimus ea Matheseos loca quæ inspecta Tironi per decursum operis laborem reddant faciliorem. Utemur autem novissima editione Veneta nostrorum Matheseos Elementorum: utpote in quibus sedulo curavimus, ut nihil eorum prætermitteremus non demostratum quæ, in Physica è disciplinis mathematicis depromere, variisque locis usurpare solemus.

§. III.

De Newtonianis philosophandi regulis.

REGULA PRIMA.

10 *Causæ rerum naturalium non plures admitti debent, quam quæ & veræ sint, & earum phænomenis explicandis sufficiant.*

Regula hæc duas partes complectitur, Prima pars vult ejusmodi duntaxat rerum naturalium causas statui, quæ *veræ* sint, seu quarum non modo possibilitas, sed etiam existentia in natura ostendi possit. Et jure id quidem. An non enim magis fingunt illi, quam philosophantur, qui dum in procudendis arbitrariis hypotesibus toti sunt, id genus causas, quæ vix pro possibilibus haberi queunt, pro genuinis, inque natura *reapse* obtinentibus sine hæsitatione obtrudunt?

Altera regulæ pars imprimis poscit, ut causa, quæ statuitur, adæquata sit; sive ut singulis effectus partibus explicandis sufficiat: deinde vetat plures admitti rerum naturalium causas, quam quæ phænomenis explicandis sufficiant. Nam ut Boscovichius loquitur, natura in principiis, & legibus parca admodum, & simplex est, licet in combinationibus ipsarum sit admodum multiplex, & varia. Newtonus quoque "natura, inquit, simplex est, „& rerum causis superfluis non lu„xuriat." Quam naturæ simplicitatem jam ab Antiquis agnitam fuisse argumento est vetus illud: *entia non sunt multiplicanda sine necessitate.*

Schol. Præ oculis habendum est, quod hoc loco notat Cl. P. Jacquier "regulæ huic præmittendam „esse certissimam effectus cognitio„nem, nec adgrediendam esse (quod „tamen persæpe fit) effectus ali„cujus explicationem, nisi effectum „ipsum existere certo constiterit. „Ita Plutarchus olim hanc sibi pro„posuerat quæstionem: *cur pulli „equini, si à lupis fuerint insectati, „velocius currere soleant*; variis ex„plicationibus quæsitis veram tan„dem solutionem proponit: *sed id, „inquit, fortasse verum non est.*"

REGULA SECUNDA.

11 *Ideo effectuum naturalium ejusdem generis eædem adsignandæ sunt causæ, quatenus fieri potest.*

Regula hæc ex dicta modo naturæ simplicitate profluit, soletque *analogia naturæ* nuncupari: poscit ea similibus effectibus eandem causam adsignari "ut respirationis (sunt „exempla ipsius Newtoni) in ho„mine, & in bestia; descensus „lapidum in Europa, & in Ameri„ca; lucis in igne culinari, & in „Sole; reflexionis lucis in terra, & „in planetis." Ad regulam hanc revocantur omnia id genus argumenta, quæ ab experientia multorum casuum ad aliquem iis similem casum ducuntur; ut si e. g. hoc modo argumenteris: *in qualibet adhuc parice divisa cor inventum est*, er-

go in hac quoque, si divisa fuerit, invenietur. Quamvis autem huic argumentandi generi absolutæ demonstrationis vim attribuere nequeamus; "attamen (verba sunt P. Jacquier) » tantam conciliat probabilitatem, » ut non solum in rebus physicis, » sed etiam in tota fere vivendi, » agendique ratione sine stultitia re» jici non possit. Ita si domus ho» die stet firmissima, crastina die » sine ullo timore eandem domum » ingredi possum, si nullum adpa» reat ruinæ indicium; quamvis ta» men fieri possit, ut ob causam ali» quam latentem præceps ruat ædi» ficium. Huic regulæ innituntur ple» ræque hominum actiones. Etenim » actiones suas secundum experien» tiam moderantur sapientes homi» nes, in gravissimis negotiis ex» perientia magistra utuntur, & » quid agendum sit in casu singu» lari, judicant ex eo, quod fac» tum fuit in alio casu præterito, » cui præsens similis est, vel adpa» ret. Manifestum autem est, hanc » agendi rationem nihil aliud es» se, nisi perpetuum hujus regulæ » usum."

Schol. Additum est in regula: *quatenus fieri potest.* Fieri enim potest, ut effectus etiam simillimi à diversis oriantur causis: e. g. idem motus indicis in horologio provenire potest à suspenso pondere, vel ab elastica lamina adfixa. Deinde quandoque similitudo, quæ inter quospiam effectus intercedit, adparens duntaxat est, adestque ratio, quæ effectibus illis distinctas adsignari causas poscat. Sic tametsi nonnullæ bestiarum actiones videantur esse prorsus similes iis actionibus nostris, quas ratiocinandi vi nobis insita proficisci conscii nobis sumus; quia tamen bestias ratione carere firma evincunt argumenta metaphysica, easdem bestiarum actiones non ratiocinandi vi, uti nostras, verum alii cuipiam principio adsignemus, oportet. Ex quibus patet, Philosophum in usu analogiæ præcipitem esse non debere.

REGULA TERTIA.

12 *Qualitates corporum, quæ intendi & remitti nequeunt, quæque corporibus omnibus competunt, in quibus experimenta instituere licet, pro qualitatibus corporum universorum habendæ sunt.*

Priusquam regulæ hujus sensum exponamus, notandum est, in detegendis generalibus Naturæ legibus, communibusque universorum corporum proprietatibus cumprimis usui esse Physicis eam argumentandi rationem, quam Logici *Inductionem* vocant. Ejus ope mobilitatem, impenetrabilitatem &c., pro communibus corporum omnium proprietatibus statuerunt semper Philosophi, etiam veteres; nimirum hoc e. g. modo ratiocinando: *Et corpus A, & B, & C &c. experimur esse impenetrabile; ergo omnia omnino corpora sunt impenetrabilia.* Ac *perfecta* quidem inductio, nempe in cujus *Antecedente* omnes omnino singulares casus enumerarentur, vim exactæ demonstrationis haberet: at ea, uti facile patet, in stabiliendis naturæ legibus locum habere non potest. Igitur nonnisi *imperfecta* quædam & *laxior* inductio, in cujus *antecedente* non enumerantur omnes omnino, qui in natura habentur, casus singulares, locum habere potest, modo ea certis adstringatur legibus.

Atque hoc ipsum laxioris inductionis principium continet hæ 3.tia Newtoni regula: scilicet docet hoc loco Newtonus, quandonam ope hujusmodi inductionis aliquam pro-

prietatem in singularibus corporibus deprehendi solitam pro communi omnium corporum, quarumlibetque corporearum particularum proprietate statuere liceat. Ait nempe, id genus proprietatem, quæ in omnibus omnino corporibus, in quibus experimentum instituere licet, deprehenditur, quæve *intendi*, & *remitti* nequit, sed tam bene in uno, quam in alio eorum corporum, in quibus experimento locus est, observatur, pro communi omnino universorum corporum, quarum libetque corporearum particularum proprietate habendam esse. Sic omnia sane corpora, in quibus experimentum rite instituere licet, deprehenduntur esse impenetrabilia, hæcque proprietas nequit intendi & remitti, non enim est minus impenetrabile corpus quodpiam mollissimum, quam sit durissimum quodvis: ergo impenetrabilitatem jure extendimus ad illa quoque corpora, in quibus experimentum institui nequit, statuimusque pro communi universorum omnino corporum, quarumlibetque corporearum particularum proprietate. Nec obest, quod quædam corpora videamus intra alia licet durissima insinuari, ut oleum in marmora, lumen in vitra, in gemmas: nam hi casus non sunt tales, qui impenetrabilitatem olei, aut luminis evertant, cum phænomenon utrumque facile conciliari queat cum impenetrabilitate, dicendo, per vacuos marmoris, & vitri poros ea corpora penetrare; sed tales duntaxat sunt, in quibus experimento ad detegendam impenetrabilitatem idoneo locus non est. Porro ideo restringit regulam suam Newtonus ad ejusmodi qualitates, quæ intendi & remitti nequeant; quia si qualitas quæpiam remitti potest, id indicio est, eam posse etiam auferri: eo ipso autem pro generali omnium corporum proprietate perperam statueretur.

Schol. Ad evitandos in hujus regulæ usu errores notandum est, ex iis etiam proprietatibus, quæ ceteroquin ope inductionis pro communi omnium corporum sensibilium proprietate jure statuuntur, non omnes posse extendi etiam ad quasvis minimas corporum particulas. Scilicet non possunt extendi proprietates *relativæ*, seu eæ, quæ vel à quadam cum nostris sensibus proportione, vel à partium corpus constituentium multitudine dependent. Sic ex eo, quod omnia corpora sensibilia sint in aliquas partes dibisibilia, non recte quis inferret, etiam minimas quasque corporum partes esse divisibiles in alias minores partes. Divisibilitas enim sensibilibus his corporibus competit ob multitudinem partium, ea constituentium; minimæ vero corporum partes, seu elementa prima possunt carere partibus, imo ea debere esse simplicia solidis argumentis evincitur etiam: consequenter eadem ipsa ratio, ob quam divisibilitas corporibus competit, in primis eorundem elementis non reperitur. At, si ea proprietas, quæ per inductionem pro communi omnium corporum sensibilium proprietate jure statuitur, sit *absoluta*, seu talis, quæ à proportione cum nostris sensibus, vel multitudine partium corpus constituentium non dependeat; eadem ope ulterioris inductionis ad ipsa etiam prima corporum elementa extendatur, oportet. Id genus enim proprietas non alio ex capite potest sensibilibus corporibus competere, quam quia ipsis quoque primis elementis, corpora constituentibus, competit. Hinc e. g. impenetrabilitas, quoniam absoluta proprietas est, à sensibilibus corporibus

ad ipsa etiam prima eorundem elementa jure extenditur.

13 Diligenter hoc loco notandum est, in investigandis naturæ legibus non posse semper adhiberi *directam* Inductionis methodum, hoc est, non posse semper haberi observationes, ex quibus directo ratiocinio (cujusmodi est hoc e. g. *Et corpus A, & B, & C &c. experimur esse impenetrabile, ergo impenetrabilitas est communis omnium corporum proprietas*) deducantur conclusiones, quæ aliquas naturæ leges contineant; sed sæpe indirecta methodo *per attentationem* est Philosopho progrediendum. Nimirum adsumenda sunt primum phænomena quædam, & videndum, quænam ex iis erui possit naturæ lex, cujus ea sint quædam necessaria consectaria, tum hujusmodi lex, utcunque eruta, conferenda est cum novis phænomenis: corrigenda, si cum his non cohæreat accurate, identidemque ad incudem revocanda, donec omnia sibi constent; ac tum demum pro generali naturæ lege erit statuenda, ubi ea stante, spectata etiam reliqua naturæ constitutione, omnia phænomena apprime sibi consenserint. Fere uti in enucleatione epistolæ secretis notis conscriptæ fieri solet: ubi conjectando primum, & plures positiones inter se conferendo, ad vocularum quarundam expositionem devenitur; tum illas ipsas positiones jam retinendo pro reliquis, jam corrigendo, paulatim per frequentissimos errores devenitur tandem ad clavim aliquam generalem, quæ idoneum aliquem sensum aperiat: quo ubi semel devenitur, id genus clavis jure habetur pro vera; præsertim si epistola, quæ juxta inventam clavim tota idoneum sensum præbet, sat longa sit, & sensus, quem præbet, cum adjunctis temporis, personarum, & negotiorum, quæ tractantur, bene cohæreat.

Id genus indirectæ *per attentationem* progrediendi methodi exemplum præbet nota illa naturæ lex, vi cujus corpora semel ad motum concitata, abirent per lineam accurate rectam motu constanter uniformi, nisi ab alia quapiam vi ad mutationem hujus status sui determinarentur. Hæc enim naturæ lex nequit evinci directa Inductionis methodo, e. g. hoc modo ratiocinando: *Experimur, & corpus A, & B, & C &c. dum semel ad motum concitatur, & à nulla vi externa turbatur, abire per lineam accurate rectam motu constanter uniformi: ergo hæc est communis omnium corporum proprietas, ut ea semel ad motum concitata, abeant per lineam accurate rectam motu constanter uniformi, nisi ab alia quapiam vi ad mutationem sui status determinentur.* Nequit, inquam, dicta naturæ lex hujusmodi directa Inductionis methodo ex observationibus deduci, evincique: nullum enim possumus adsignare casum; in quo corpus semel ad motum concitatum nullam deinde novam vim persentiscat, vadatque per lineam accurate rectam motu prorsus uniformi, seu tali, cujus celeritas constanter eadem perseveret. Itaque in statuenda hac lege nonnisi methodo indirecta *per attentationem* poterant progredi Philosophi. Nempe postquam è quibusdam phænomenis jure suspicati sunt, corpora habere determinationem abeundi per lineam rectam motu uniformi, si semel ad motum concitata nullam aliam deinde vim persentiscant; eam determinationem interim adsumpserunt pro generali lege, eo scilicet fine, ut deinde dispiciant, num necessaria hujus legis consectaria congruant cum observationibus, & experimentis, stanteque eadem lege omnia

phænomena apprime sibi consentiant, non consensura, si eandem legem à corporibus abesse poneremus. Quod cum ita omnino esse deprehenderint, uti per Physicæ decursum videbimus; determinationem illam pro vera naturæ lege jure statuerunt.

REGULA QUARTA.

14 *In Philosophia experimentali propositiones ex phænomenis per inductionem collectæ, non obstantibus contrariis hypothesibus, pro veris aut accurate, aut quam proxime haberi debent; donec alia occurrant phænomena, per quæ aut accuratiores reddantur, aut exceptionibus obnoxiæ.*

Regula hæc, quæ primum in Genevensi editione Phil. Newt. anni 1742. diserte exprimitur, statuit, propositiones ex phænomenis, & experimentis collectas præferendas esse quibuscunque hypotesibus, seu arbitrariis ingenii commentis, eo fine excogitatis, ut iis quæstioni propositæ aliqua ratione respondeatur. Deinde innuit, neque eas quidem naturæ leges, quas ex observationibus, & experimentis eruimus, habendas esse pro absolute evidentibus; ut ut firmus ipsis adsensus præstandus sit, usque dum novæ observationes aliquam in iisdem exceptionem, aut correctionem poposcerint. Porro inter 4.tam hanc regulam & 3.tiam n. 12 descriptam illud interest discrimen, quod regula 3.tia id duntaxat doceat, quandonam proprietas aliqua pro communi omnium corporum proprietate habenda sit; hæc vero regula 4.ta agat generatim de iis casibus, ubi ex observationibus & experimentis aliquæ conclusiones, explicandis phænomenis servituræ, deducuntur, sive deinde sermo sit de explicanda proprietate omnibus corporibus communi, ut si quæratur causa gravitatis, sive de particulari phænomenorum classe, ut si de electricitatis phænomenis explicandis agatur.

Nempe qui e. g. electricitatis theoriam *à posteriori* argumentando vult statuere, is è variis experimentis & observationibus circa electricitatem institutis aliquot Propositiones colligit, qualis est e. g. ista, quod electrica materia per certa corporum genera libere vadat, non item per alia. Cujusmodi propositiones postquam tot jam numero obtinentur, ut omnibus phænomenis electricitatis explicandis sufficiant; efficiunt theoriam electricitatis, *à posteriori* argumentando collectam. Hujusmodi ergo propositiones Regula præsens præferri vul quibuscunque hypothesibus, explicandæ electricitatis gratia ad arbitrium excogitatis.

Schol. Non raro queruntur Cartesiani, improbari à Newtonianis usum hypotheseon, cum tamen ipsi quoque sæpe eas usurpent. At immerito sane queruntur. Newtoniani enim non hypotheses simpliciter, sed hypotheseon abusum volunt è Philosophia exterminatum. Quod ut advertas, *Nota* 1.*mo* Newtoniani eam cumprimis argumentandi rationem Cartesianis vitio vertunt in rebus physicis, quæ à nobis n. 5. descripta est; vi cujus ingeniosa quædam figmenta pro arbitrio adsumpta venditantur pro genuinis rerum causis, modo aliquam causæ *possibilis* speciem præseferant. Quodsi è phænomenis vera ipsorum causa, aut causæ agendi ratio directe deduci nequeat; tum enimvero licebit adsumere quandam hypothesim, non prorsus arbitrariam, sed cum aliquo ex phenomenis sumpto fundamento: eo autem fine adsumenda erit, ut illa cum phænomenis diligenter conferatur, tumque primum post correc-

tiones necessarias pro naturæ lege constituatur, quum adparuerit, ea stante, omnia phænomena, velut totidem ipsius corollaria, apprime sibi consentire, secus vero eadem phænomena vix, ac ne vix quidem stare posse. Quod ubi semel innotescit; eo ipso patescit veritas hypotheseos, eaque cessat esse mera hypothesis. Sic Physici profecto nunc expositam hypothesibus utendi rationem tenent, quum in statuendis naturæ legibus indirecta illa *per attentationem* methodo, quam num. 13. descripsimus, progrediuntur: qua tamen methodo statutas naturæ leges quis cum hypothesibus num. 5. descriptis confundendas existimet?

2.*do* Quoniam multæ phænomenorum causæ etiamnum tenebris involutæ latent; sæpe evenit, ut ipsi quoque Newtoniani meras conjecturas, quibusdam indiciis sat obscuris innixas pro phænomeni causa adducant: at id ipsum fateri non dissimulant. Quodsi autem de causa cujuspiam phænomeni ne conjecturam quidem ullam possint prudenter formare; ignorationem suam candide aperire non erubescunt, adjectis, si quæ occurrant, ejusmodi causis, quæ saltem pro possibilibus haberi queant: nunquam committunt tamen, ut mera ingenii sui figmenta pro veris causis sine ulla hæsitatione statuant.

PHYSICÆ GENERALIS

DISSERTATIO PRIMA.

DE PRINCIPIIS, ET COMMUNIBUS CORPORUM PROPRIETATIBUS.

CAPUT PRIMUM.

Quædam communes corporum proprietates, & naturæ Leges analytice deducuntur.

§. I.

De prima corporum idea.

15 Nomine *corporum* veniunt entia hæc composita, è quibus mundum hunc aspectabilem, tanquam partibus, coagmentatum cernimus. Primam eorum ideam hæ potissimum notæ solent in mente nostra absolvere: scilicet impenetrabilitas, extensio, divisibilitas, & mobilitas.

16 *Impenetrabilitas* est ea corporum proprietas, qua fit, ut unum corpus è loco suo arceat alterum, ita ut duo corpora ad unum eundemque locum occupandum nullis naturæ viribus, nobis notis, adigi possint. Atque hanc quidem vi tertiæ philosophandi regulæ (12) pro communi omnium corporum proprietate statuere licet. Ea enim in omnibus iis corporibus, in quibus experimento capiendo locus est, constanter deprehenditur, estque præterea ejusmodi proprietas, quæ *absoluta* dici consuevit (12. *Schol.*), ergo vi dictæ regulæ jure ad ea quoque corpora extenditur, in quibus experimentum institui non potest, uti sunt e. g. corpora in imis terræ visceribus contenta.

17 *Extensum* generatim dicitur, quidquid dividuum spatium occupat. Porro *extensio* dividi solet in formalem, & virtualem. *Formalis extensio* habetur, quum quodpiam compositum ita extenditur per spatium aliquod, ut una ejus pars unam, altera alteram spatii partem occupet. *Virtualem* autem tunc haberet ens quodpiam, si ita occuparet dividuum spatium, ut una eademque ipsius substantia, quæ in una spatii parte existit, simul existat etiam in parte altera. Jam inductio, quemadmodum evincit extensionem formalem esse communem omnium corporum sensibilium proprietatem, ita evincit simul, virtualem nulli om-

nino corpori esse naturaliter attribuendam: in nullo enim unquam corpore experimur, unam eandemque substantiam in diversis simul spatii partibus existere; sed videmus potius, ea, quæ distinctum locum occupant, semper esse distincta, ita ut adhibitis satis magnis viribus separari etiam à se invicem possint. Imo ne formalem quidem extensionem possumus ad omnes etiam minimas corporis partes ope inductionis porrigere. Hæc enim proprietas est *relativa*, ac proinde ea ratio (scilicet multitudo partium) ob quam illa sensibilibus corporibus competit, in minimis corporum elementis deficere potest. Recole n. 12. *Schol.*

18 Pariter inductione legitima evincitur, divisibilitatem, & mobilitatem communes esse corporum proprietates: ac mobilitas quidem, utpote proprietas *absoluta*, ad quasvis etiam minimas corporum particulas extendenda est; non item divisibilitas, uti jam n. 12. in *Schol.* exposuimus.

Schol. Atque hæc de analytica harum proprietatum deductione hoc loco sufficiant: synthetica earundem deductio, explicatioque è jaciendis primum fundamentis alio loco consequetur. Porro quid sit *analytice* comprobare existentiam cujuspiam proprietatis, quid eandem proprietatem *synthetice* explicare, è num. 6, & 7 intelligi potest.

§. II.

De analytica quarundam naturæ legum deductione.

19 Mutationes sensibiles, quæ in mundo corporeo eveniunt, *phænomena* vocantur: & dum nos ex nostris observationibus, indeque deductis corollariis certas eruimus regulas, juxta quas hæc aut illa phænomenorum genera accidunt; invenimus *naturæ leges*. Harum quæpiam maxime generales hoc loco adferendæ sunt, priusquam ad ulteriora progrediamur.

LEX PRIMA.

20 Quodvis corpus perseverat in suo statu quiescendi vel movendi uniformiter in directum, donec aliunde statum suum cogatur mutare. Id est, corpus omne determinatum est ad hoc, ut, si nulla vis alia mutationem inducat, 1) illud ad quietem redactum constanter quiescat; 2) ad motum concitatum perpetuo moveatur, & quidem ita, ut ejus motus sit rectilineus juxta directionem sibi datam, & simul uniformis.

Ac primum quidem hujus legis membrum è quotidianis phænomenis facile elucescit. Nam quandocunque corpus locum mutat, semper adest causa, cui mutatio illa debeat adsignari; ita ut, si corpus ibidem, ubi prius erat, non reperiamus, nemini nostrum veniat in mentem suspicari, illud sponte locum mutasse.

Alterum ejusdem legis membrum pariter è phænomenis indirecta per *attentationem* methodo (13) eruimus. Nam imprimis, quo magis imminuuntur impedimenta motus, eo diutius conservant corpora motum suum. Deinde dum etiam in linea curva incedunt corpora, videmus ea ad motum rectilineum constanter tendere. Sic lapis funda circumactus, si ex eadem forte elabatur, item pulveres, lapilli è rota circa axem voluta excussi conantur per tangentem ejus circuli, quem prius suo motu descripserant, abire, nisi qua-

tenus actione gravitatis à via recta detorquentur. Denique, quod ad motus æquabilitatem attinet, videmus in motu horizontali eo minorem esse solere celeritatis variationem, quo minora sunt motus impedimenta; & quandocunque corpus celeritatem suam variat, adsignari potest vis, quæ mutationem illam inducat. Ex his ergo & similibus utcunque eruimus, hanc esse generalem naturæ legem, ut corpus ad motum concitatum, si nulla vis externa mutationem inducat, perpetuo moveatur iniformiter in directum.

Porro legem hanc ex dictis observationibus utcunque erutam "*attentando* traducimus ad spatia longiora (inquit Cel. Boscovichius in *Suppl. Stayan.*) & Mechanicam inde ordinamus cum successu. Egredimur è tellure, & eandem legem ad majora spatia traducimus extra ipsam tellurem sita, ac rectilineo lucis progressu adsumpto, astronomica phænomena sibi conformia invenimus: adsumpta determinatione ad rectilineum, & uniformem motum cœlestium corporum, nisi quatenus ipsa detorqueri cogat, & deflectere gravitas, totam planetarum, cometarumque theoriam ordinamus, phænomenis itidem conformem. Hinc nimirum statuimus ut generalem naturæ legem pro corporibus omnibus determinationem perseverandi in eodem statu quietis, vel motus uniformis in directum, nisi quatenus ea aliæ vires ad mutationem determinent."

Coroll. Quodsi ergo mobile quodpiam in linea curva incedat; duplici vi urgeatur, est necesse. Si enim unica duntaxat vi impelleretur; juxta legem nunc expositam linea recta progredi deberet.

Schol. Dum aimus, corpora habere determinationem quiescendi, vel abeundi uniformiter in directum, donec aliunde cogantur statum suum mutare; id nequaquam intelligendum est de quiete, aut motu absoluto, sed de quiete respectiva duntaxat, & motu respectivo: scilicet uti Boschovichius loquitur "respectu spatii cujusdam, quod concipiamus circa nos, in quo omnia corpora, quæ sub sensus nostros cadere possunt, continentur." Nam neque quies absoluta, neque motus absolutus rectilineus, aut uniformis potest ulla ratione à nobis observari aut detegi, uti solide ostendit idem Boscovichius contra Eulerum in *Supplem.* ad *l.* 1. *Stay.*

LEX SECUNDA.

21 Quodlibet corpus determinatum est ad hoc, ut eo casu, quo ipsius motum externæ causæ turbant, componat motum suum præcedentem cum sequente, quem id genus causæ externæ induxerint, aut etiam plures motus, ab iisdem causis simul impressos, ita ut singulis illis, quatenus fieri potest, obsequatur. Analyticam hujus legis deductionem jam n. 7. breviter indicavimus. Huic legi apprime consentiunt omnia phænomena tam terrestria, quam cœlestia, ea semota corruit universa Mechanica, Astronomia, uti ex sequentibus elucebit.

LEX TERTIA.

22 Actioni semper contraria, & æqualis est reactio. e. g. Si corpus C (*Fig.* 1.) incurrat in A quiescens; T. 1. quantam motus quantitatem acquirit per hanc collisionem corpus A directione CA, tantam ex adverso perdit corpus C directione opposita AC. Ajo autem: *motus quantitatem.* Nam in tertia hac lege vocabulo *ac-*

tionis non designatur sola celeritas, sed motus quantitas, seu celeritas per massam multiplicatâ: massa vero non aliud est, quam collectio elementorum corpus constituentium.

Porro lex hæc, si ulla alia, inductione amplissima, tam à terrestribus, quam cœlestibus phænomenis ducta evincitur. Newtonus his eandem phænomenis stabilit. "Quid- „quid premit, vel trahit alterum, „tantundem ab eo premitur, vel „trahitur. Si quis lapidem digito „premit, premitur & hujus digitus „à lapide. Si equus lapidem funi ad- „ligatum trahit, retrahetur etiam & „equus (ut ita dicam) æqualiter in „lapidem; nam funis utrinque dis- „tentus eodem relaxandi se conatu „urgebit equum versus lapidem, ac „lapidem versus equum, tantumque „impediet progressum unius, quan- „tum promovet progressum alterius. „Si corpus aliquod in corpus aliud „impingens, motum ejus vi sua „quomodocunque mutaverit, idem „quoque vicissim in motu proprio „eandem mutationem in partem con- „trariam (ob æqualitatem pressio- „nis mutuæ) subibit. His actionibus „æquales fiunt mutationes, non ve- „locitatum, sed motuum" &c. Hac ipsa ex lege fluere omnes reliquas leges, juxta quas evenire solent corporum collisiones, in sequentibus adparebit.

CAPUT SECUNDUM.

De principiis corporum.

§. I.

Quid de primis corporum elementis sit sentiendum.

23 Prima corporum elementa vocantur prima illa ipsorum initia, è quibus ultimo coalescunt, & ad quæ in eorundem resolutione mens denique nostra cogitatione sua devenit. Neque est corpus quidquam aliud, quam congeries quædam hujusmodi elementorum certa ratione consociatorum: ac proinde omnes corporum proprietates reipsa ex eorundem elementis dimanent, est necesse. Hinc summopere Philosopho curandum est, ne in statuendis corporum elementis erret, atque adeo ne quidquam de iis pro arbitratu pronunciet, quod solidis rationibus non fulciatur: secus enim debili fundamento superstruet reliquam Physicæ molem, commentitiamque de corporum principiis doctrinam fabulosa phænomenorum explicatio cum ingenti pulcherrimæ scientiæ dispendio consequetur.

24 Propositio I. Prima corporum elementa sunt entia simplicia, seu partibus omnino carentia. *Prob.* Ponamus omnem omnino partium nexum, qui in corpore quopiam reperiri potest, à Deo tolli: neque enim quidquam vetat, quin possit Deus tollere id, cujus ipse Auctor esse potuit. Hoc posito, vel eo ipso in nihilum abibit corpus, vel remanebunt ex eo partes quædam prorsus dissociatæ. Primum dici nequit; secus enim corpus nihil fuisset aliud, quam mera collectio nexuum, quin

contineretur in eo quidquam, ab ipsis nexibus distinctum: quod tamen absurdum esse quis non videt? Dicendum est ergo alterum, videlicet fore, ut ex eo corpore remaneant partes quædam prorsus dissociatæ. Jam partes hæ dissociatæ entia simplicia sint, oportet; si enim essent compositæ, contra hypothesim non fuisset sublatus omnis in eo corpore partium nexus: eædem partes dissociatæ pro primis corporis elementis habendæ utique sunt (*præc.*); ergo prima corporum &c.

Schol. Vim argumenti non elides, si dicas, minimas corporum particulas jam exordio mundi ita conditas esse, ut figura, magnitudine discreparent, ac proinde simplices minimæ essent, atque has demum futuras superstites, si omnis partium nexus in corpore tolleretur. Nam præterquam quod hoc casu non omnis partium nexus tolleretur contra positam hypothesim, eodem modo liceret argumentari de minimis his particulis figura, & magnitudine discrepantibus: nempe nihil vetat, quin Deus tollat in quapiam id genus particula omnem eum partium nexum, cum quo condita est: quo sublato vel penitus abiret particula illa in nihilum, vel remanerent ex ea partes quæpiam dissociatæ &c.

25 Propositio II. Quodlibet corporis elementum est inextensum, ita ut nequaquam extendatur per dividuum quodam spatium, sed unico duntaxat individuo loci puncto contineatur. *Prob.* Si quoddam elementum occuparet spatium dividuum, sequeretur, eandem numero simplicem elementi substantiam existere & in una, & in altera dividui illius spatii parte, ac proinde id, quod in una spatii parte existit, reapse non esse distinctum ab eo, quod alteram ejusdem partem occupat: non enim posset dici, unam spatii partem una, alteram altera elementi parte impleri, cum ens simplex partibus careat. Atqui ejusmodi proprietas elementis tribui nequit; ergo dicendum est, quodlibet eorum esse inextensum, ita ut unico duntaxat individuo loci puncto contineatur. *Prob. min.* Cum corpora nihil aliud sint, quam congestus elementorum certa ratione consociatorum, non est elementis attribuenda ejusmodi proprietas *absoluta* (12. *Schol.*), cui oppositam experimur in omnibus iis corporibus, in quibus experimento est locus; atqui imprimis unam eandemque substantiam in distinctis locis simul existere, profecto esset absoluta quædam proprietas: deinde in omnibus sane corporibus, in quibus experimento locus est, oppositam proprietatem experimur; videmus enim in his ea, quæ distinctum locum occupant, semper esse distincta, ita ut satis magnis viribus adhibitis à se invicem etiam separari possint: ergo &c.

Schol. Sunt, qui tametsi ratiocinando agnoscant, quodvis elementum debere esse simplex, contendant tamen concipi non posse, quomodo illud unico duntaxat loci puncto contineatur. At, si elementum simplex dividuum spatium occuparet, nonne ejusdem substantia in quolibet ejusdem spatii puncto tota existere deberet? Concipiunt ergo hi quoque, qui fieri possit, ut simplicis elementi substantia in individuo spatii puncto existat tota, sed præterea contendunt, eandem individuam substantiam simul in aliis quoque dividui spatii punctis totam existere debere. Quod quidem mens à præjudiciis libera facile adnoscet, longe difficilius esse conceptu, ac sit, simplicem illam substantiam quolibet temporis momento semel duntaxat totam indi-

viduo spatii puncto contineri.

26 *Dices*. Quodlibet corpus sensibile experimur esse extensum; ergo simplicia quoque ipsorum elementa extensa sint, oportet. ℞. *D. ant.* Quodlibet corpus sensibile experimur esse *formaliter* extensum *C. ant.* experimur esse *virtualiter* extensum, ita ut una eademque ipsius substantia in pluribus simul locis existat *N. ant.* & *Cons.* Extensio, quam in corporibus experimur, ea est, quæ *formalis* dici solet (17): hæc extensio est proprietas relativa, ad elementa simplicia nequaquam extendenda (12. *Schol.*). Hinc, si quæ extensio deberet elementis attribui, ea deberet esse illa, quam *virtualem* nominant: at cum videamus, hac prorsus carere corpora sensibilia, eandem nec primis ipsorum elementis possumus attribuere. Recole n. 17.

27 Propositio III. Verisimile est, omnia corporum elementa esse omnino homogenea, sibique simillima. Si enim ea essent heterogenea, deberent vel figura, vel magnitudine, vel denique viribus quibusdam discriminari. Jam vero prima duo elementis simplicibus, & prorsus inextensis convenire non posse clarum est. Quod autem ad vires attinet: imprimis nulla ratio adest, cur elementis aliis alias & non potius omnibus easdem inesse vires dicamus; cum, uti patebit in sequentibus, omnis hæc, quam in corporibus experimur, varietas enasci possit, etiamsi elementa omnia iisdem omnino viribus prædita esse ponantur.

Schol. Ratiocinio hoc aliquam duntaxat verisimilitudinem adferri, non item sat firmiter evinci homogeneitatem elementorum, ultro fatemur. Hinc alio adhuc argumenti genere utemur: nempe adsumpta interim homogeneitate omnium elementorum, synthetice deducemus in sequentibus præcipuas naturæ corporeæ leges, ut actionis & reactionis contrarietatem in omnibus corporibus, æqualitatemque &c. quam tamen deductionem frustra tentabis, si elementa simplicia diversis inter se viribus prædita, ac proinde heterogenea esse ponas. Quo præstito, licebit ope indirectæ methodi per *attentationem* (13) firmius jam statuere, omnia elementa simplicia debere esse omnino homogenea.

Schol. Prima hæc corporum elementa solent etiam *materiæ puncta* nuncupari.

§. II.

De repulsivis elementorum viribus.

28 Priusquam de repulsivis elementorum viribus sensum nostrum depromamus, hæc notanda sunt. I. Quandocunque massa una in alteram quiescentem, vel lentius præcedentem incurrit, conflictu hoc priores ipsarum celeritates variari necesse est, ita ut massæ præcedentis celeritas definito quopiam incremento augeatur, posterioris autem imminuatur. Veritatem adserti & constans experientia comprobat, & ratio manifesta evincit. Nam quamdiu celeritas massæ præcedentis minor est, quam insequentis; tamdiu augenda est ejusdem massæ præcedentis celeritas actione massæ insequentis, ut ea huic desinat obstaculo esse: porro quamdiu massa insequens auget celeritatem præcedentis, tamdiu præcedens, ob reactionem actioni æqualem (22), celeritatem insequentis ex adverso imminuit.

29 II. Definitum illud in massa præcedente celeritatis incrementum nequit unico temporis momento produci, neque definitum celeritatis decrementum in insequente extingui; sed

utrumque poscit continuum aliquod tempusculum. Nam id genus celeritatis incrementum in massa præcedente vocetur c, vis illam producens v, tempus, quo illam producit t. Cum juxta Mechanicæ principia effectus sit semper in ratione composita vis ipsum producentis, & temporis, quo producitur; est $c = vt$. Jam si celeritas c unico temporis momento produceretur; hoc casu t in formula hac non posset majorem habere valorem, quam $= \frac{1}{\infty}$, uti ex continui in infinitum divisibilitate demonstrat, & passim usurpat Mathesis. Itaque loco t ponendo $\frac{1}{\infty}$, esset in adsumpta hypothesi $c = \frac{v}{\infty}$, & hinc $\infty c = v$. Porro cum c sit quantitas finita; ∞c esset quantitas infinita: ergo etiam v quantitas infinita esse deberet. Hoc est, ad finitum illud celeritatis incrementum unico temporis momento producendum necessaria esset vis infinita. Cum ergo causa creata quælibet finita sit; palam est, ejusmodi incrementum celeritatis momento temporis produci nequaquam posse, sed continuo quopiam tempusculo opus esse. Eodem modo ostenditur, ad finitum celeritatis decrementum in massa insequente momentum temporis minime sufficere.

30 III Illud celeritatis incrementum, quod in adsumpto conflictus casu massa præcedens acquirit, non potest aliquo post mutui contactus momentum tempusculo produci. Adsumamus enim casum duorum globorum æqualium, quorum unus celeritate $= 6$ præcedat, alter vero celeritate $= 12$ insequatur. In globis his adminus tanta celeritatum variatio eveniet per conflictum, ut globus præcedens tres acquirat celeritatis gradus, totidemque gradus amittat insequens (in elasticis adhuc major est hæc variatio, uti suo loco videbimus) atque ita post conflictum communi celeritate $= 9$ progrediantur. Jam toto illo tempusculo, quo hæc celeritatum ad æqualitatem reductio peragitur, majori semper celeritate fertur globus insequens, quam præcedens, ac proinde majus spatium emetitur, quam præcedens. Porro si hæc celeritatum variatio aliquo post contactus momentum tempusculo peragi ponatur; globus insequens jam initio ejus tempusculi est in contactu præcedentis: ergo per decursum ejusdem tempusculi ultra ipsum contactum progredietur, cumque globo præcedente compenetrabitur. Cum ergo compenetratio sustineri nequeat (16); palam est, celeritatis incrementum in massa præcedente non posse aliquo post mutuum contactum tempusculo produci. Idem evincitur de decremento celeritatis in globo insequente.

31 *Neque dicas*, evitari compenetrationem propterea, quod corpus præcedens ab insequente se se comprimi patiatur, eidemque majori celeritate lato cedat, usque dum celeritatum ad æqualitatem reductio absolvatur. Nam ℞. tametsi comprimantur & posteriores corporis præcedentis partes, & priores insequentis; priusquam tamen celeritates ad æqualitatem reducantur, semper major est celeritas in partibus compressis corporis insequentis, quam præcedentis: secus enim nec posset evenire compressio, ut expendenti patet. Quare stante etiam compressione, priores corporis insequentis partes eo tempusculo, quo

compressio durabat, majus spatium emensæ sunt, quam sint emensæ posteriores partes præcedentis: ac proinde, cum jam initio compressionis ponatur adfuisse attactus partium, per decursum dicti tempusculi partes compressæ corporis insequentis ultra contactum extimæ superficiei corporis præcedentis progredientur; hoc est, partes compressæ compenetrabuntur.

Coroll. Itaque fieri nequit, ut corpus unum ad attactum alterius cum aliqua celeritatum differentia deveniat. Si enim momento contactus major esset celeritas insequentis corporis, quam præcedentis; conflictum enasci esset necesse, per quem celeritas corporis præcedentis definito quopiam incremento augeatur (28); istudque in adsumpto casu deberet vel ipso contactus momento, vel certe continuo aliquo post contactum tempusculo evenire: quorum tamen neutrum potest sustineri (29, & 30.).

32 Propositio. Admittendæ sunt in elementis, seu materiæ punctis determinationes quædam ad recessum mutuum, quæ à mutuis eorundem distantiis pendeant, viresque *repulsivæ* nominari possint. *Prob.* 1.*mo.* Detegamus primum in corporibus hujusmodi determinationes, ac tum demum easdem ad ipsa elementa extendamus. Si globus A incurrat in globum B lentius præcedentem, horum globorum celeritates per conflictum immutantur: nempe celeritas præcedentis globi augetur, insequentis autem imminuitur (28). Jam etiamsi globi illi confligentes ad attactum mutuum mathematicum devenirent; hæc tamen celeritatum variatio neque ipso contactus momento, neque continuo aliquo post contactum tempusculo posset evenire (29, & 30): ergo ante ipsum contactum mutuum mathematicum eveniat, oportet: consequenter admittenda est in his globis (idem est de aliis quibuscunque corporibus) determinatio recedendi à se invicem, ut primum certo quodam exiguo intervallo inter se distiterint; quæ nimirum determinatio in globo præcedente conspiret cum priori ejus celeritate, ac proinde hanc augeat, in incurrente vero contraria sit priori celeritati, adeoque illam imminuat. Porro ejusmodi determinationes à mutuis corporum distantiis pendere in aperto est; tum quia non afficiunt corpora, nisi ubi hæc exiguis quibusdam intervallis inter se distant, tum quia pro ratione imminutorum inter corpora intervallorum illæ ex adverso continenter magis, ac magis crescunt, uti patebit ex sequentibus. Easdem *virium repulsivarum* nomine insigniri posse, inde patet, quod ad corpus alterum ab altero removendum tendant.

Jam hujusmodi determinationes, seu vires repulsivas à corporibus ad ipsa quoque elementa extendi debere, hoc modo conficio. Nihil est in corporibus reperire præter elementa, certamque horum consociationem: igitur aut vires repulsivæ corporum è mero plexu, consociationeque elementorum, iisdem viribus destitutorum derivandæ sunt, aut fatendum est, ideo pollere corpora viribus repulsivis, quod elementa quoque ipsorum iisdem prædita sint: atqui primum dici non posse facile patet; quid enim merus plexus, consociatioque elementorum conferet ad hoc, ut corpora quamprimum certo intervallo inter se distiterint, ad recessum mutuum determinentur? fatendum ergo alterum, viresque repulsivæ in elementis corporum sunt agnoscendæ.

Aliter: Dictæ determinationes, seu

vires repulsivæ sunt quædam *absoluta* proprietas, non autem *relativa*: igitur ope inductionis à corporibus ad ipsa etiam eorundem elementa extendi possunt, ac debent (12. *Schol.*)

33 Eadem Propositio *prob. 2.do* Cum elementa corporum sint simplicia, & prorsus inextensa (24, 25.); si ad attactum mutuum devenirent, prorsus nullam constituerent extensionem, verum compenetrarentur inque unicum loci punctum confluerent. De iis enim spectata extensione eodem prorsus modo loquendum est, quo de inextensis punctis mathematicis: de his autem demonstrat Geometria, ex iis sibi contiguis nequaquam posse componi ullam extensionem, ac proinde punctum non esse partem extensæ lineæ, sed terminum duntaxat (*a*). Cum ergo ex elementis extensa corpora confiant, neque possit naturæ viribus fieri, ut eadem in unicum loci punctum confluant; in confesso est, bina quæque materiæ puncta in corporibus aliquo semper intervallo ab se invicem distare debere, quin naturæ viribus ad attactum mutuum adduci queant. Eo autem ipso in materiæ punctis quasdam vires repulsivas, quæ ipsorum attactui mutuo compenetrationique adversentur, admittendas esse, nemo non videt.

Schol. Qui videntur sibi concipere, quomodo fieri queat, ut duo inextensa materiæ puncta se se contingant, nec tamen compenetrentur, sed exiguam quandam extensionem efficiant, concipiunt duo imaginaria

---

(*a*) *Unam alteramve è demonstrationibus mathematicis adferre lubet. I. Si possunt inextensa puncta se se contingere, quin compenetrentur; fiat ex iis sibi contiguis triangulum isosceles ABC* (Fig. 2.) *cujus quodlibet crus constet sex* T. I.
punctis, basis vero BC contineat tria puncta. Intra hoc triangulum poterunt qua- F. 2.
tuor lineæ duci, basi parallelæ, nempe 22, 33, 44, 55. Parallela 22 minimum duobus punctis constabit, ut clarum est: cum ergo id genus parallelæ versus basim in triangulo rectilineo continenter crescant; consequens est, parallelam 33 trium, 44 quatuor, 55 quinque minimum punctorum fore. Quod omnino absurdum est; cum basis BC, quæ singulis iis parallelis longior esse debet, nonnisi tribus punctis constare ponatur.

II. Simile argumentum duci potest etiam à duobus circulis concentricis. Si enim punctum puncto contiguum extensam lineam efficere potest; minor circulus minori, major majori, sed tamen uterque finito punctorum numero constabit. Constet ergo exterior circulus mille, interior aliquis decies minor, centum punctis. E quolibet exterioris circuli puncto duci poterit linea recta ad commune centrum: porro lineæ hæ, quæ erunt numero mille, nonnisi in communi illo centro convenient: (Geometr. nostræ *n.* 73). *Quælibet ergo harum linearum per aliud & aliud interioris circuli punctum transibit; ac proinde interior ille circulus, qui centum punctis constare ponitur; minimum mille puncta distincta in se continebit: quod rectæ rationi dissentaneum est, ac proinde è punctis contiguis extensionem fieri nequaquam posse, evincit.*

III. Denique ut cetera taceam, evidenter demonstratur Geom. *n.* 171. *quamlibet lineam continuam utcunque parvam, in minores semper ac minores partes sine ullo fine esse dividuam: quodsi autem linea quæpiam e. g. centum punctis inextensis sibi contiguis constaret, quomodo linea hæc posset esse in infinitum divisibilis?*

puncta mathematica sibi contigua, efficientiaque exiguam quandam duorum punctorum lineolam; atque in eorum uno unum in altero alterum materiæ punctum collocari concipiunt, sicque ratiocinantur tacite: si duo materiæ puncta existant in duobus loci punctis contiguis, nihil utique poterit ipsis interponi; ergo se se contingent, & tamen lineolam quandam extensam, duobus punctis constantem efficient. Unde patet, eorum ratiocinationem falso niti principio, supponereque possibilitatem contactus mutui in punctis mathematicis absque compenetratione; cui tamen suppositioni universa mathesis reclamat. Qui quidem circa puncta mathematica error necessario post se trahit etiam errorem circa contactum mutuum realium materiæ punctorum; quemadmodum etiam si duo inextensa materiæ puncta se se contingerent, quin compenetrentur; duo illa puncta mathematica, quæ à realibus illis materiæ punctis occupari conciperemus, essent sibi contingua, & exiguam quandam lineolam continuam constituerent: quod, ut dixi, absurdum esse, Mathematicis notum est. Atque ex his rursus patet, iisdem demonstrationibus, quas Mathematici pro punctis mathematicis adferunt, evinci pariter, nec realia materiæ puncta inextensa posse ad attactum mutuum devenire, quin compenetrentur. Unde Commentator quoque Muscheenbroekii de Leibnitzio adserente, corpora ex inextensis punctis sibi contiguis componi, sic loquitur: "quod, inquit, premit „hanc de elementis sententiam vali„dissimum argumentum, adhuc sol„vit nemo; qui videlicet fiat, ut ex „inextensis (*intellige contiguis*) com„poni possit extensio. Id sane si fieri „posset, præclarissima Matheseos „disciplina universa corrueret; & „ipse imprimis *infinitesimorum* cal„culus." *In not. ad Elem. Phys. tom.* 1. §. 26.

§. III.

De attractivis elementorum viribus; ubi etiam ad quasdam objectiones respondetur.

34 Propositio. Admittendæ sunt in elementis vires attractivæ, seu determinationes quædam ad accessum mutuum, à mutuis eorumdem distantiis pendentes. Adserti veritatem innumera per Physicæ decursum phænomena evincent. Ac

35 I. Cohærentia partium in corporibus manifestum virium attractivarum indicium est. Cum enim in iis vires repulsivæ, mutuum elementorum attactum prohibentes admittendæ sint, hæ autem ad dissipandas potius, quam inter se copulandas corporis partes tendant; necesse sane est, ut auctis tantisper intervallis mutuis repulsioni succedat attractio: quo posito mutuam elementorum in corporibus cohærentiam suapte jam consequi, suo loco videbimus.

36 II. Cl. Newtonus *quæst.* 31. Opticæ hocce phænomenon refert. Accipiantur duæ planæ, politæque vitri laminæ, ternas circiter uncias latæ, vicenas longæ. Altera earum jaceat horizonti parallela, altera vero huic ita superponatur, ut ex una parte extremitates laminarum se se contingant, angulumque circiter 10 aut 15 minutorum contineant: prius tamen interiores harum laminarum facies linteo mundo in mali aurei oleum, vel spiritum terebinthinum intincto madefiant. Accipiatur deinde ejusdem olei, aut spiritus,

quo laminæ prius madefactæ sunt, gutta una, alterave, demittaturque in illud inferioris vitri extremum, quod à dicto angulo maxime distat. Quamprimum superior lamina ita fuerit inferiori superposita, ut una sui extremitate cum illa, horizontaliter jacente, dictum angugulum efficiat, altera vero extremitate guttam contingat; continuo gutta in eam partem movebitur, in qua laminæ se se contingunt, ferturque motu constanter accelerato, usque dum ad ipsum vitrorum concursum perveniat. Quem effectum in theoria virium attractivarum prorsus hoc modo evenire oportere, videbimus in Physica particulari, ubi de tubulis capillaribus agemus. "Quod, »si dum gutta prorepit (verba sunt »Newtoni loco citato) vitrorum in»terea extremitas illa, qua contin»gunt inter se, & quo versum gut»ta fertur, elevetur; jam inter vi»tra sursum adrepet gutta, ac proin»de movetur attractione. Et pro eo, »ac vitrorum extremum illud, quo »inter se contingunt, magis, ma»gisque elevetur, gutta tardius us»que, & adhuc tardius ascendet, »& tandem plane quiescet; deor»sum nimirum pondere suo delata »tantum, quantum attractione sur»sum versus. Atque hoc pacto in»telligi potest, qua demum vi at»trahatur gutta in omnibus à con»cursu vitrorum intervallis (a)."

Quodsi quis virium attractivarum adversarius in explicando hoc phænomeno ad quoddam fluidum intra laminas vitreas quaquaversum libere commeans confugiat, quasi hujus impulsibus mobilis illa gutta versus laminarum concursum promoveretur; quæro ex eo imprimis, cur fluidum illud impulsibus suis guttam potius versus concursum vitrorum constanter propellat etiam tunc, dum extremitates laminarum se se contingentes aliquantum elevantur, ut jam guttæ contra nativam suam gravitatem sursum rependum sit? quæro deinde, cur idem effectus non sequatur, si vitra inter se paulo magis distiterint? at dum hæc quæro, non peto verba, quæ nulli unquam Philosophorum Sectæ defuerunt, sed explicationem solidam, in qua nihil pro arbitratu confingatur, quæve apud censores ab omni partium studio, præjudiciisque liberos contra vires attractivas, etiam postquam repulsivæ stabilitæ jam sunt, adprobationem ferat.

37 III. Ex astronomicis observationibus constat, planetas primarios circa solem, secundarios vero circa suos primarios motu suo ellipses ita describere, ut e. g. linea, quæ centrum solis cum centro Jovis connectit, æqualibus temporibus æquales areas verrat: ostendetur vero suo loco, id nequaquam posse evenire, nisi in theoria virium attractivarum à distantiis pendentium, id est, nisi planetæ primarii in solem, secundarii in suos primarios constanter tendant vi quadam, quæ auctis distantiis mutuis certa lege decrescat, imminutis vero crescat: ut adeo cum Physicæ astronomicæ florem, quem hodie læti intuemur,

(a) *Mihi pro hoc experimento serviunt duæ laminæ vitreæ, politæ, quarum longitudo est circiter 10 pollicum, latitudo 18 linearum, limbo ligneo ita instructæ, unaque extremitate connexæ, ut & contingere se se, & ad angulum efficiendum pro arbitrio divaricari possint. Succedit autem experimentum: etiamsi loco olei mali aurei, aut spiritus terebinthini aqua munda adhibeatur.*

Cl. Newtono, primo virium attractivarum detectori potissimum debeamus &c.

38 *Objicies contra vires repulsivas & attract.* 1.*mo* Virium repulsivarum & attractivarum notionem non possumus efformare : ergo sunt rejiciendæ. *Prob. ant.* Nequit explicari, quidnam sit illa vis repulsiva, & attractiva ; ergo.

℞. *N. ant.* Nam nomine harum virium designamus in corporibus determinationes quasdam ad mutuum recessum vel accessum, à mutuis distantiis pendentes : id genus determinationum autem ideam efformare utique possumus.

Ad prob. *D. ant.* Nequit explicari &c. Si nomine dictarum virium intelligas determinationes nunc commemoratas *N. ant.* Si nomine virium intelligas ipsas harum determinationum causas, seu ut nos loquimur, ipsas virium causas *Trans. ant. & N. cons.* Cum virium repulsivarum & attractivarum seu dictarum ad recessum vel accessum mutuum determinationum existentiam firmissima evincant argumenta ; easdem negare non amplius possumus, tametsi nequiremus explicare, undenam illæ ortum ducant. Sic si aliquem repente concidere, morique videas, num propterea negabis illum mortuum esse, quia mortis causam adsequi non potes? Ceterum de ipsa etiam virium causa disserere hoc modo licet : mutuæ corporum vires, in diversis corporibus non parum discrepantes, oriuntur è diversis virium, quibus ipsorum elementa prædita sunt, compositionibus : quod evenire posse, tametsi elementa omnia iisdem omnino viribus gaudeant, in sequentibus videbimus. Quodsi autem de ipsis elementis quæras, à quanam causa determinentur hæc, ut his in distantiis mutuis se se mutuo fugiant, in aliis ad se mutuo accedere nitantur? ajo determinationes has posse oriri vel ex ipsa eorundem natura, ita ut hac exigente jam ad recessum, jam ad accessum mutuum determinentur, prout hoc, vel illo intervallo à se invicem distiterint ; vel ex libera Dei lege, si nempe elementa simplicia, natura sua, paratissima sint ad quascunque generales motuum leges, à Deo libere sanciendas, & eadem certo intervallo sejuncta Deus ipse juxta generalem quandam legem à se libere stabilitam ad accessum, vel recessum mutuum determinet. Utra autem his é causis possibilibus reapse in natura obtineat, detegi omnino non potest : omnia enim phænomena eodem prorsus modo evenire debent, sive causa virium elementis *interna* sit, sive *externa*, in libera Dei lege consistens.

Urgeb. 1. Dictæ legis Divinæ existentia nequit demonstrari ; præterea non est Philosophi, in explicandis rerum naturalium phænomenis ad Dei voluntatem, tanquam ad Aram confugere.

℞. Imprimis, qui non ait, causam virium definite in libera Dei lege consistere, sed *posse* consistere, is non tenetur id genus legis existentiam evincere ; sufficit, si ejus repugnantia ipsi ostendi non possit. Deinde tunc non est Philosophi ad Dei voluntatem recurrere, quum neglectis proximis, quæ adduci possent, phænomeni causis, culpandæ ignorantiæ suæ præsidium in Dei voluntate quærit : at cum de origine proprietatum in primis omnium corporum elementis detectarum quæstio instituitur ; profecto res aliter se habet: clarum enim est, eas immediate vel ex ipsa elementorum essentia debere profluere, vel certe ex libera quadam Dei Conditoris lege. Sic et-

iam Cartesiani (a), qui impenetrabilitatem, quam nos è viribus repulsivis ceu corollarium quoddam deducemus, pro peculiari quadam corporum proprietate à ceteris distincta habent, si urgeantur, undenam proficiscatur hæc impenetrabilitas, profecto non aliter loqui possunt, ac nos de causa virium repulsivarum, & attractivarum, nisi pro arbitratu suo fingere malint: nempe dicere debent, impenetrabilitatem corporum ab impenetrabilitate elementorum proficisci, hanc autem vel ab ipsa elementorum natura, vel à libera Dei lege. Si enim dicant definite, eam ex ipsa elementi essentia profluere, & non ex libera Dei lege; ad arbitrium loquentur, quin adsertum suum comprobare queant.

Urgeb. 2. Hoc in systemate non datur verus corporum attactus mutuus, adeoque nec *impulsus* stricte sumptus: porro absque impulsu stricte sumpto nullum potest concipi exercitium virium: denique ridiculum esset admittere vires in corporibus absque ullo earundem exercitio. Ergo hoc in systemate nullæ darentur corporum vires: quæ tamen in eodem cumprimis adseruntur.

℞. Objectionis hujus solutio potissimum à varia vocabuli *vis* usurpatione dependet. Nempe ii Philosophi, qui censent ab uno corpore in alio per *impulsum* stricte sumptum produci motum, eam corporis adfectionem, qua corpus, in ipsorum sententia, actu tendit ad motum in alio producendum, *vim* nominant. Hujusmodi vis stare omnino non posset absque ullo exercitio, consistente in reali actione, vel saltem agendi conatu; præterea realis actio ejusdem in impulsu stricte sumpto consisteret. At hoc sensu aceptam vim non admittimus in corporibus, uti nec impulsum stricte sumptum. Nos nomine *virium attractivarum* & *repulsivarum* nonnisi certas ad mutuum accessum, vel recessum determinationes designamus: cujusmodi determinationes cum evincamus in corporibus (32, & *sequ.*); *vires* nostro sensu acceptæ in iisdem omnino sunt agnoscendæ. Porro decidi haud potest, num vires hæ cum vera reali actione sint conjunctæ, an non: quemadmodum decidi nequit, num causa virium earundem sit externa corpori, an interna. Si enim causa virium externa est corpori, in libera quadam Dei lege consistens; corpus agitur potius; quam agit, ac proinde motum re ipsa neque producit, neque nititur producere: si autem causa virium corpori interna est; istud vere agit, se ipsum in variis ab altero corpore distantiis quadam naturæ necessitate varie commovendo. Quod autem dictas ad mutuum accessum & recessum determinationes vocabulo *virium* insigniamus, tametsi ignoremus, sintne eæ cum vera corporum actione connexæ, an non; facile nobis veniam dabit, quicunque de nomine litigare noluerit.

Schol. Si materiæ puncta se ipsa dicto modo reipsa commoverent;

(a) Cartesianorum *nomine intelligi solent omnes ii Philosophi, qui nondum agnitis viribus corporum, quæ à mutuis distantiis pendeant, ætherem n.* 5, & 8 *commemoratum ad explicanda naturæ phænomena adhibent, ut ut deinde à Cartesio ipso quoad plura capita dissentiant: quemadmodum ex adverso* Newtonianorum *nomine veniunt omnes illi, qui vires attractivas tuentur, tametsi forte aliqua Newtoni doctrinæ capita non amplectantur.*

propterea *vivere* dicenda non essent: nulla enim cognoscendi facultate essent propterea prædita, neque ullos actus spontaneos elicerent.

39 *Objic.* 2.*do* Argumentum à collisione corporum petitum, quo vires repulsivæ n. 32 probantur, prorsus infirmum est; ergo vires repulsivæ non sunt admittendæ. *Prob. ant.* Adsumamus duos globos, quorum unus præcedat celeritate $= 6$, alter insequatur celeritate $= 12$. Tametsi priores horum globorum celeritates ante contactum mutuum prorsus non varientur, poterunt tamen aliquo post contactum tempusculo ad æqualitatem sucessive reduci, quin ulla globorum compenetratio consequi debeat: atqui eo ipso dictum argumentum prorsus infirmum est.

Prob. maj. Concipiamus dictos globos se se mathematice contingere, ita ut unicum duntaxat insequentis punctum A veniat ad attactum cum unico præcedentis puncto B, ac tunc primum inchoari variationem celeritatum: porro concipiamus tempus secuturæ compressionis dividi in complura tempuscula prorsus exigua. Primo tempusculo tantum puncta A & B se se mutuo prement, & interim exiguus globi insequentis circellus, pro centro, vel potius pro polo habens punctum A, veniet ad attactum paris circelli globi præcedentis. 2.do tempusculo toti jam hi circelli se se prement, & interim major jam circellus è superficie globi insequentis veniet ad contactum præcedentis, & sic porro. Ex quibus omnibus fit, ut globus celeritate $= 12$ actus, inquit præcedentem agens, primo jam tempusculo aliquam celeritatis suæ partem (ob reactionem globi precedentis) amittat, aliam secundo tempusculo, aliam tertio, donec postremo compressionis tempusculo ad nonum gradum delabatur. Ergo tametsi priores horum globorum celeritates ante contactum mutuum prorsus non varientur, poterunt tamen aliquo post contactum tempusculo ad æqualitatem successive reduci, quin ulla eorundem globorum compenetratio evenire debeat.

℞. 1.*mo* Etiamsi argumento à collisione corporum petito non posset clare ostendi virium repulsivarum existentia; ea adhuc evinceretur altero illo, quod n. 33 proposuimus. At etiam argumentum à collisione corporum petitum omnino firmum est. Quare

℞. 2.*do* *N. ant.* Ad prob. *N. maj.* Ad hujus prob. ajo, adlatum ratiocinium sustineri prorsus non posse. Nam vel punctum insequens A durante successiva compressione cessat *moveri*, id est, transire de loco in locum, vel eo etiam tempore continuat suum de loco in locum transitum priori directione? Si *primum*? sic argumentor. Quod ad globum præcedentem attinet, certum est, hunc toto compressionis tempore continuare suum de loco in locum transitum; nam non tantum non imminuitur per conflictum ejus prior celeritas *actualis* $= 6$, sed augetur potius continenter: ergo etiam ejus punctum B toto compressionis tempore transfertur de loco in locum priori directione. Hinc si totum compressionis tempusculum e. g. in 10 æquales partes dividi concipiamus; jam prima temporis parte avellitur B à contactu puncti A, in eodem loco persistentis: consequenter reliquis partibus dicti tempusculi non amplius potest B ab A ullatenus premi, adeoque neque B in A reagere. Idem istud eodem modo ostenditur de circellis, quorum mutuæ pressioni reliqua tempuscula in Obj. adsig-

nantur. Adde, hac in hypothesi id quoque crisim mereri, quod punctum A toto compressionis tempusculo, quo locum suum prorsus non mutaret, retineret tamen magnam partem celeritatis prius sibi impressæ, vi cujus post dictum tempusculum sine ulla nova celeritate sibi impressa, rursus transitum de loco in locum inchoare, priorique directione continuare posset: id quod rursus etiam circellis nunc commemoratis adplicari potest.

Si autem 2.*dum* dicatur, nempe punctum A etiam compressionis tempore continenter de loco in locum ferri priori directione; jam plenam vim suam obtinet argumentum n. 32 à collisione corporum petitum, ut expendenti patet. (a)

40 *Obj.* 3.*tio* In hac virium theoria excluditur mutuus corporum attactus; atqui id non recte: quia 1) istud adversatur constanti sensuum testimonio; 2) quia ridiculum esse videtur, ut e. g. framea, qua secaris, corpus tuum non tangat; 3) quia excluso attactu mutuo admittenda esset actio *in distans*, id est, ibi agerent corpora, quo ipsa nec per se, nec per aliquas particulas ex se emissas pertingerent, quod absurdum est.

℞. *D. maj.* Excluditur mutuus corporum attactus physicus, qui solus in sensus nostros incurrere potest *N. maj.* excluditur attactus mathematicus, de quo sensus nullum possunt præbere testimonium *C. maj.* *Sic dist. min. N. cons.* Ad 1.*mam* prob. ajo, sensus nostros in adnunciando contactu mathematico non posse esse testes idoneos. Quanquam sensus nostri nonnisi attactum physicum nobis adnuntiant de mathematico autem, utpote quem percipere nequeunt, nullum perhibent testimonium, sed nos ob solemne illud nobis præjudicium pro nihilo habendi id, quod adesse sensus non testantur, inferimus, nullum prorsus intercedere inter manum nostram, & ea corpora, quæ contrectamus, intervallum, atque nostrum hunc errorem false pro positivo sensuum testimonio habemus.

Ad prob. 2*dam* ajo: vires repulsivæ aciei frameæ ad perexiguas distantias porrectæ prorsus eosdem effectus possunt præstare citra omnem attactum mathematicum, quos Adversarii per attactum mathematicum præstari existimant. Ad prob. 3.*tiam* ℞. In theoria nostra prorsus nullam actionem *in distans* esse necessario admittendam. Ponamus enim causam virium in ipsa natura elementorum, se se in diversis distantiis quadam ejusdem necessitate commoventium sitam esse ita ut unumquodque se ipsum commoveat; quæ actio *in distans* hinc consequetur? ac neque tunc sequitur utique, si causa virium in libera Dei per se ipsum elementa ad motum determinantis, lege consistere ponatur. Ceterum neque actionis *in distans* repugnantiam ostenderunt invicte adhuc Adversarii, sed hac de re litigare supervacaneum esse, ex modo dictis patet.

Schol. Utemur quidem deinceps his, & similibus phrasibus, *hoc materiæ punctum vim suam attractivam exerit in aliud*, *Tellus ad se trahit Lunam* &c. At istud compendii duntaxat gratia faciemus, non autem ideo, ut id, quod adversarii actionem *in distans* nominant, in natura reapse

(a) *Argumentum hoc, nec non illa, quæ n. præc.* Urg. 1, & 2 *continentur, prætermissurus eram, nisi fuissent aliqui, qui iisdem theoriam Boscovichii premi existimarent.*

obtinere id genus phrasibus indicemus.

§. IV.

De inertiæ vi elementorum.

41 Nostrum de corporum inertiæ vi sensum plene depromere non prius possumus, quam pertractemus theoriam centri gravitatis: attamen hoc jam loco statuendum est nobis quidpiam hoc in genere de individuis materiæ punctis, ut eo magis pateat, quibusnam proprietatibus gaudeant simplicia illa entia, quæ pro corporum elementis statuimus. Porro vim inertiæ non omnes eodem adæquate modo definiunt, uti videbimus *dissert.* 3., sed alii magis, alii minus amplam tribuunt eidem vocabulo notionem. Liceat interim nobis *vim inertiæ* in mobili sumere pro determinatione quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, si statum quietis vel motus nullæ externæ causæ turbaverint, his vero eundem turbantibus, ita componendi præcedentem motum cum sequente, quem eædem externæ causæ induxerint, aut plures motus ab illis simul impresos, ut mobile singulis illis, quatenus fieri potest, obsequatur. Liceat, inquam, nobis vim inertiæ pro hac determinatione sumere, dum statuamus, num ea alio quoque sensu accepta sustineri possit.

42 Propositio. Quodlibet elementum præditum est inertiæ vi modo definita; id est, habet imprimis determinationem quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, si ejus statum quietis vel motus nullæ externæ causæ turbaverint; habet deinde determinationem componendi motum suum præcedentem cum sequente, quem causæ externæ induxerint, aut plures motus ab iisdem causis simul impressos, ita ut singulis illis, quatenus fieri potest, obsequatur. Nam utramque hanc determinationem corporibus convenire, ostendimus n. 20., & 21: ab his autem ad eorum elementa licet argumentum ducere. Nisi enim determinationes has elementis convenire ponas, nunquam deduces easdem pro ipsis corporibus: ex adverso, si elementa dictis determinationibus prædita posueris, easdem pro ipsis etiam corporibus facile deduces, quemadmodum patebit ex iis, quæ Dissert. sequ. tractaturi sumus.

Schol. Generali hac elementorum proprietate *analytice* stabilita, *synthesim* jam usurpare licebit, & ad alias magis semper ac magis compositas conclusiones sensim delabi, singularibus deinde phænomenis explicandis servituras. Earum aliquas sequentia corollaria continent.

Coroll. 1. Quodlibet materiæ punctum, si plures motus componendos habeat, in fine cujusvis temporis ibi futurum est, ubi esset, si omnes eos motus, alterum post alterum, totidem temporibus dato tempori æqualibus successive haberet. Quippe materiæ punctum plures simul motus persentiscens, singulis, quatenus fieri potest, obsequitur, uti probavimus: jam vero tametsi omnium simul motuum directionem sequi non possit, potest tamen singulis hac ex parte obsequi, ut in fine cujusvis temporis ibi sit, quo deferretur, si eosdem motus, alterum post alterum, totidem æqualibus temporibus succesive haberet.

Coroll. 2. Habeat materiæ punctum A quoscunque duos motus AB & AC (*Fig.* 3.) componendos, compleaturque parallelogrammum ABFC: in fine ejus temporis, intra quod sola directione AB veniret ex A in B, F. 3

sola autem directione AC ex A in C, reperietur in F, seu in fine diagonalis parallelogrammi ejusdem. Ibi enim reperietur in fine dicti temporis, ubi reperiretur, si eosdem motus, alterum post alterum duobus diversis æqualibus temporibus successive haberet (*Coroll.* 1); atqui primo id genus tempore vi AB ex A deferretur in B, altero autem vi AC ex B perveniret in F, ob rectam BF parallelam & æqualem rectæ AC; ergo. Quodsi idem materiæ punctum tres motus AB, AC, & AD habeat componendos; diagonalis AF parallelogrammi ABFC sumatur pro uno latere novi parallelogrammi AFGD; punctum illud materiæ in fine dati temporis erit in puncto G, seu in fine diagonalis AG parallelogrammi AFGD. Si enim tribus diversis æqualibus temporibus applicarentur ipsi vires illæ; duobus primis temporibus viribus AB, & AC deferretur ex A in F, uti modo vidimus: tertio autem tempore vi AD pertingeret ex F in G, ob rectam FG parallelam, & æqualem rectæ AD. Et sic porro. Atque ex his patet jam, in quonam consistat famosa illa apud Mechanicos methodus plures vires aut motus ope parallelogrammorum componendi. Ceterum quandonam lineam rectam, quando curvam debeat materiæ punctum e. g. viribus AB & AC impulsum ex A in F transeundo describere, hic nondum est definiendi locus (*a*).

Coroll. 3. Cum materiæ punctum, si plures motus componendos habeat, in fine cujusvis temporis ibi futurum sit, ubi esset, si omnes eos motus, alterum post alterum totidem diversis æqualibus temporibus successive haberet (*Coroll.* 1.); facile patet fore, ut, si motus componendi perfecte conspirent, idem materiæ punctum eorum summa feratur; sin autem fuerint prorsus oppositi,

(*a*) *Materiæ punctum A, cui vires AB, AC, AD* (Fig. ead.) *successive totidem æqualibus temporibus adplicatæ fuerint, semper ad idem loci punctum G perventurum est, quiscunque fuerit ordo virium adplicatarum. Adsumamus enim imprimis totidem diversa materiæ puncta, quot sunt vires, excurratque unum eorundem punctorum per rectam AB, alterum per AC, tertium per AD. Deinde adsumamus unicum materiæ punctum A, quod excurrat per omnes tres rectas AB, BF, FG. Accessus unici hujus puncti A ad quodvis planum HI ultra totam figuram positum erit æqualis summæ omnium accessuum ad idem planum plurium illorum punctorum; idque semper omnino, quocunque ordine percurrerit punctum A tres illas rectas. Semper enim verum erit, à materiæ puncto A nec plus nec minus percurri, quam omnes eas rectas, quarum una ab uno, altera ab altero &c. plurium illorum punctorum percurri ponitur. Itaque semper idem erit accessus dicti puncti A ad quodvis planum ultra totam massam positum, quocunque ordine ipsi adplicatæ fuerint vires AB, AC, AD. Porro hoc stante eveniat jam, si fieri potest, ut unus virium ordo materiæ punctum A deferat ex A in G, alter in g. Ducatur recta Gg, & concipiatur planum verticale HI, quod non sit eidem rectæ parallelum. Utroque casu idem erit accessus puncti A ad planum HI, uti modo ostendimus; ac proinde eadem erit ipsius distantia ab eodem plano HI, quum fuerit ex A delatum ad G, quæ erit, si ex eodem A deferatur ad g: hoc est, normales GH, & gI erunt æquales, tametsi recta Gg non sit parallela ad HI; quod absurdum est.*

feratur eorundem differentia. e. g. Sit unus è motibus componendis, vel, ut alii nominant, *componentibus* = 6, alter = 4. Si motus hi perfecte conspiraverint, aperte sequitur ex ea lege, quam corollarium i. *mum* continet, motum ex iis compositum fore = 6 + 4 = 10; sin autem fuerint prorsus oppositi, motum compositum fore = 6 — 4 = 2.

Coroll. 4. Ponamus elementum A (*Fig. ead.*) trahi ab elemento B vi = 7, ab elemento K vi = 5: elementum A non habebit duos oppositos nisus & versus B, & versus K, sed unicum duntaxat, nempe juxta vis inertiæ leges nitetur tantummodo versus B, vi = 7 — 5 = 2.

43 Ex hactenus dictis patet jam, cujusmodi entia sint pro primis corporum elementis statuenda. Videlicet ea sunt entia simplicia, prorsus inextensa, homogenea, viribus repulsivis, & attractivis, quæ à mutuis distantiis pendeant; item inertiæ vi, sensu superius exposito, prædita.

Coroll. Itaque illa, quæ vulgo *elementa* solent adpellari, videlicet Terra, Aqua, Aer, Ignis, reapse diversa solida & fluida sunt, ex homogeneis materiæ punctis varie dispositis composita, ex quibus deinde permixtis alia adhuc magis composita corpora oriuntur.

§. V.

De chemicis corporum principiis.

44 Chemici, dum corpora suas in partes per instrumenta idonea, præcipue vero per ignem resolvunt, devenire tandem solent ad substantias quasdam usque adeo simplices, ut eæ in partes heterogeneas ultra dividi nulla hactenus arte possint. Hujusmodi substantiæ *chemica corporum principia* dici solent: quorum notitiam Physico necessariam esse facile quisque videt.

45 Priusquam de his agamus, notandum est, corporis partes alias esse similares, seu homogeneas, alias dissimilares, seu heterogeneas, quæ etiam constitutivæ dici solent. *Similares*, seu *Homogeneæ* sunt, quæ iisdem prorsus proprietatibus gaudent, quibus ipsum *totum*, ita ut ab eodem sola figura & magnitudine discrepent. e. g. Si salem communem in pulverem redigas, eum in similares duntaxat partes resolvis. Partes *dissimilares* seu *constitutivæ* dicuntur, quæ à *toto* suo non sola figura & magnitudine, sed aliis etiam proprietatibus differunt. Sic sulphur & mercurius, è quibus intime unitis componitur cinnabaris, sunt partes dissimilares ejusdem. Nexus partium similarium vocatur *adgregatio*, constitutivarum autem *mixtio.* Unde chemica corporum principia pro constitutivis partibus, quarum nexus non puram adgregationem, sed mixtionem efficiat, habenda esse patet.

46 Jam quod ad numerum principiorum chemicorum attinet "si »quid unquam attenta rerum consi»deratio docuit (inquit Cl. Vogel »*Institut. Chem.* §. 64.) quinque in »universum statuenda erunt ele»mentorum genera: terreum, a»queum, sulphureum, salinum, ar»senicale." At longe plurimi sunt, qui non omnia horum quinque pro simplicibus elementis chemicis habeant. Nos de singulis quæpiam adnotabimus.

De principio terreo.

47 Terra ad eam simplicitatem redacta, ut nulla hactenus arte simplicior reddi queat, *elementaris* vocatur, estque substantia insipida,

inodora, mollis, siccissima, per se in igne fixissima, in aqua, spiritu vini, multisque aliis humoribus minime solubilis. Ajo, terram in igne *per se* fixissimam esse. Si enim minimæ ejus particulæ cum aliis quibusdam substantiis volatilibus uniantur, ipsæ quoque cum iisdem in auras evolare possunt. Terra hæc elementaris præcipuam solidorum corporum basim constituit, quamvis neque in fluidis desideretur: purissima tamen & solitaria in toto globo terraqueo nuspiam reperitur, sed ubique reliquis principiis est permixta. Hinc variis Chemicorum artibus solet è corporibus educi, & ab aliis principiis, quatenus fieri licet, separari. Omnium vero difficillimum est eam è metallicis corporibus obtinere, uti uberius dicemus inferius.

48 Hujusmodi terram elementarem diversæ esse speciei deprehenderunt recentiores Chemici. Wieglebius *in Adnot. ad* §. 65. *Inst. Chem.* Vogelii, quatuor species terræ elementaris enumerat, distinctis proprietatibus præditas, quarum una in alteram hactenus nulla Chemicorum arte potuerit converti. Sunt autem hæ: terra calcaria, salis amari, aluminis, & silicea. Solent vero plerumque plures harum specierum inter se permixtæ in corporibus deprehendi. e. g. Terræ argillaceæ continent in se terram aluminis, & siliceam. Vide Cl. Cartheuser *Mineral. Abhandlungen part.* 2. *pag.* 176.

49 *Calcaria* terra hos potissimum characteres habet. 1) Per fortem, continuatumque ignem in veram calcem vivam se converti patitur. 2) In spiritu salis communis, & nitri ex toto dissolvitur. 3) Si ejus solutio in spiritu nitri facta ad siccitatem evaporare sinatur, tum aliquantum calcinetur; exurgit inde *Phosphorus Balduini*, qui luci aliquo tempore prius expositus, deinde in tenebris lucet. 4) Si acido vitrioli saturetur; exurgit ex eo quidam selenites, qui etsi à multis inter lapides numeretur, juxta Recentiores tamen vera salis species est (*a*). Terra hæc calcaria est præcipua pars constitutiva terræ calcariæ communis, marmoris, cretæ &c.

50 *Terra salis amari* 1) nequit ustione in veram calcem converti. 2) Quamvis in spiritu salis communis, & nitri solubilis sit, uti terra calcaria; solutiones tamen ipsarum plurimum inter se differunt. Nominatim, si in dilutam hujus terræ solutionem, in spiritu nitri factam intingatur charta; hæc dein exsiccata, accensaque, viridi flamma ardet: quod cum solutione terræ calcariæ in eodem spiritu facta non succedit (*b*). 3) Hæc terra cum acido vitriolico abit in amarum quendam salem: calcaria autem cum eodem acido producit selenitem, uti supra dictum est (*c*).

51 *Terra aluminis* 1) in igne non abit in calcem. 2) Si in acido vitriolico dissolvatur; adhibita evaporatione verum alumen præbet &c. Terra hæc præcipua pars est argillæ: arena, silex, cristallus montana &c. aliquam hujus terræ portionem in se

(*a*) *Marggraf* Chymische Schriften part. I. pag. 201. *Erxleben* Anfangsgrunde der Chemie. §. 329.
(*b*) *Marggraf.* l. cit. part. 2. pag. 34.
(*c*) *Idem ibid.* pag. 32, & sequ.

continent (a). Terræ aluminis naturam fuisse describit, experimentisque comprobat Cl. Marggraf *Chymisch. Schriften. part.* 1. *pag.* 199. *& sequ.*

52 Terra *silicea* 1) in igne, si solitaria sit, non immutatur; addita vero modica salis fixi alcalini portione in vitrum liquescit. 2) In nullo acido solvitur &c. Terra hæc præcipuam communis silicis partem constituit; ut ut in lapidibus siliceis aliquid etiam ex terra calcaria, & aluminis reperiatur.

Schol. Quod ad terram metallorum attinet: metalla ignobilia, ut plumbum, cuprum &c. igne satis forti calcinantur, atque ita in quandam terram converti possunt: hæc ipsa calx metallica fortiore igne in vitrum pellucidum funditur. Quia vero & calx metallica, & vitrum ex ea efformatum possunt methodo inferius insinuanda rursus in metallum pristinum reduci; palam est, terram metallicam calcinatione acquisitam non posse referri in numerum purarum illarum terrarum, quas hactenus descripsimus: has enim nulla ars potuit hactenus in verum metallum commutare. Hinc non desunt, qui metalla ex terra *specifica*, seu ipsis própria, adeoque ab iis, quas superius enumeravimus, distincta, cum aliis principiis varie combinata enasci censeant. At alii ex adverso opinationi huic non magnum robur tribuunt, dicentes, id, quod metallica calx nunquam præbeat terram, quæ ad aliquam dictarum purarum terrarum classem referri queat, inde provenire posse, quod puræ illæ terræ in metallis fortius copulatæ sint cum aliis principiis, quam ut methodo calcinationis hactenus usitata ab iisdem exacte separari, & in debita puritate inde obtineri queant. Et sane " metallicæ calces (inquit „Cl. Erxleben *l. sup. cit.* §. 812.) ad„parent demum, si calcinatio sat „diu producatur, ad reliquas puras „terras secundum naturam suam val„de accedere. Eæ, continuata calci„natione, semper in igne fixiores „evadunt, semperque difficilius pos„sunt ad pristinum statum metalli„cum reduci. Deberemus primum „addiscere methodum metalla in su„premo gradu calcinandi, ut terra„rum ea componentium naturam ex„plorare, cumprimis autem, an om„nia metalla ejusdem generis terram „in se contineant, vel potius in di„versis metallis diversæ terrarum „species insint, experiri queat."

De principio aqueo.

53 Aqueum principium est fluidum, pellucidissimum, inodorum, exhalabile, inflammabilitatis expers. Ipsi liquores inflammabiles eo haud carent. Aquam in quibusdam corporibus soliditatem efficere, minimas eorundem particulas uniendo, figendoque, complura evincunt experimenta. Sic pulveres gypsi, admixta aqua, paulo post in lapidem indurescunt: idem fere accidit calci arena temperatæ. Argilla quoque per se non adeo potest igne indurari, nisi prius aqua valide subigatur. Aqua pura, quæ nullis omnino particulis peregrinis mixta sit, nulla hactenus arte potuit obtineri: certe ne illa quidem est ab omnibus omnino peregrinis particulis libera, quam Chemici repetitis destillationibus demum obtinent.

(a) *Cartheuser* Miner. Abhandl. part. 2. pag. 241.

Schol. Principium aqueum *phlegmatis* quoque nomine venire solet.

De principio sulphureo, seu phlogisto.

54. Principium sulphureum, quod alias *phlogiston*, item *principium inflammabile* dici solet, est aliquid, quod ex propria indole id habet, ut ignescere, ardere possit, quodque corporibus ardendi facultatem præbet. Iis cum primis corporibus, quæ facile flammam concipiunt, copiosum inest phlogiston, ut oleis, sebo, carbonibus, fuligini &c. At non est propterea existimandum, ea ex adverso corpora, quæ inflammari nequeunt, phlogisto penitus carere. Potest enim in iis phlogiston ita implexum, ac veluti obvolutum reliquis principiis esse, ut ad flammam concipiendam in iis rerum adjunctis ineptum evadat. In metallis phlogiston pro præcipua cohæsionis, ductilitatis, & ad fusionem pronitatis causa habetur. Etenim metalla, quæ calcinationi obnoxia sunt, phlogisto orbata in calcem dictis proprietatibus destitutam abeunt: recuperant vero easdem proprietates, ut primum ipsis phlogiston restituitur. Sic si calci metallicæ adjiciatur pulvis carbonum vel sebum, aut aliud corpus phlogisto fœtum; funditur igne facile, pristinasque metallicas proprietates, ut ductilitatem, splendorem &c. recuperat.

55 Phlogiston cum igne puro non esse adæquate idem, facile confici potest. Nam imprimis ignis purus nulla ratione potest intra corpus coerceri, quin is successive dilabatur: at phlogiston coercetur facillime. Deinde corpora calefactione nihil de phlogisto acquirunt, imo illud actione ignis amittunt: quod secus eveniret utique, si phlogiston & ignis purus idem adæquate essent. Quamvis ergo in phlogisto, cum illud flammam concipiat, & foveat, ignem contineri admittendum sit; censendum tamen simul est, ignem in phlogisto in statu *fixationis* existere, eundemque, ut phlogiston efficere queat, cujusdam præterea alterius substantiæ, à qua in statu fixationis detineatur, unionem postulare.

De principio salino.

56 Nomine *Salis* generatim venit substantia, quæ sapida est, & in aqua dissolvitur. Salia dividuntur imprimis in *fixa* & *volatilia*: hæc actione ignis in auras avolant, non item illa. Dividuntur deinde in *acida alcalina*, & *media* seu *neutra*: atque hæc divisio breviter pertractanda nobis est, priusquam varios chemicorum de principio salino sensus adferamus.

57 Salia *acida* cum substantiis alcalinis effervescunt: cæruleum syrupi violarum colorem mutant in rubrum: si hepati sulphuris (est quoddam compositum ex sulphure, & sale alcalino) e. g. in aqua soluto infundantur; tollunt unionem inter partes constitutivas ejusdem: nempe sali alcalino potenter copulantur, sulphure in forma pulverum præcipitato: cum salibus alcalinis in sal *medium* coeunt &c. E mineralibus corporibus eliciuntur spiritus acidi omnium fortissimi, seu tales, qui maxima copia salium acidorum scatent, & maxima agendi vi prædit i sunt. Solent autem elici è vitriolo, alumine, sulphure, nitro, sale communi &c. Porro hos inter spiritus acidos minerales non parvum discrimen intercedit: siquidem aliis proprietatibus gaudet acidum, quod ex vitriolo prolicitur, aliis, quod ex nitro prodit, aliis denique, quod sal commune præbet. Unde etiam acidum

acidum nitri combinatum cum alcali lixivioso constituit salem medium, quod *nitrum regeneratum* dicitur: acidum salis communis cum alcali fixo minerali sal commune *fossile*, & *fontanum* constituit; cum urinoso autem sal *ammoniacum vulgare* &c.

Schol. Si nomine salium mediorum ea duntaxat veniant, quæ ex acido & alcalino intime unitis coaluerunt; patet, ea salium genera, quæ non continent in se & acidum sal, & simul alcalinum, è numero salium mediorum expungenda esse, ut vitriolum, alumen, saccharum &c. Si tamen homo expendat (inquit Wiegleb. *in Animadv.* ad §. 627. *Instit. Chem. Vogel*) quod acida etiam cum aliis corporibus, à sale alcalino distinctis, intime uniri possint, & combinari ita, ut tametsi priores suas liberi acidi proprietates perdant, retineant tamen communes salium characteres; non est, cur hujusmodi concreta non possint sensu latiore inter salia *media* numerari. Necesse tamen erit media hæc salia à prioribus illis strictiore sensu acceptis discernere: quod commodissime fiet, priora illa nominando salia media *perfecta*, hæc autem *imperfecta*. Et quoniam imperfecta hæc salia media loco salis alcalini vel aliquam partem metallicam, vel aliquam terram cum acido combinatam continent; ideo possunt salia media imperfecta subdividi in salia media *metallica*, & *terrea*.

65 Jam quod ad varios Chemicorum de principio salino sensus attinet: Cl. Rud. August. Vogel, & alii censent exstare quandam substantiam, nomine *salini principii* insignitam, quæ ad quorumlibet salium productionem tanquam parens atque genitor requiratur, sive quæ, ubi cum terra intime unitur efficiat, ut hæc sapida fiat, & in aqua dissolvatur. Ista substantia (juxta mentem Cl. Vogel *instit. Chem.* 85.) ubi solitaria est, tam est subtilis, ut omnes omnino sensus effugiat, nec ulla ratione seorsim capi, aut coerceri queat. Quamprimum autem cum aqua & simul terra intime coaluit, tum demum se sensibus manifestare solet, & sub hac unione sal omnium simplicissimum sistit, quod apud Chemicos nomine *salis primigenii* venit. "Unde patet, ex horum sententia, dari quoddam simplicissimum principium salinum, à ceteris notis principiis distinctum, quod etiam in primigenio sale unicam duntaxat partem constitutivam, sed tamen præcipuam efficiat.

66 Principium hoc salinum jam Beccherus & Stahlius rejecerunt, contendentes sal primigenium unice ex intimiori aquæ, & terræ unione oriri, cum in resolutione salium nihil præter terram & aquam conspiciatur. Contra quos sic ratiocinatur Cl. Vogel: cum, inquit, terra puræ aquæ adjuncta non abeat in sal ulla arte, validissimo licet igne abhibito; credibile est, in salibus adesse principium salinum, sed id in resolutione salium ob suam ingentem subtilitatem avolare, quin in sensus incurrere queat. At multi conjecturæ huic non subscribunt: præsertim cum nequeat ostendi repugnantia, ut ex varia aliorum notorum principiorum consociatione quadam sal quoque enascatur. Nominatim Cl. Spielman, postquam ostendit experimento, acidum vitriolicum in terram & aquam duntaxat abire, subdit *Inst. Chem. pag.* 143. "Hinc acidi vitriolici mixtio nobis „patet; quam licet imitari non va„leamus, nequaquam tamen præter „duo, quæ inde obtinemus, prin„cipia, alia effingere nobis licet."

67 Alia superest quæstio de sale *primogenio*, de quo (sive deinde illud

minerale dividi solet in *vitriolicum, nitrosum*, & *salis communis.*

58 Ab acidis mineralibus discernenda sunt acida, quæ in regno vegetabili, & animali habentur. Inter liquores salino-acidos, qui è vegetabilibus obtinentur, principatum tenet ille, qui vulgo *acetum* dicitur. Ex *animalibus* acidum humorem in destillatione exhibent formicæ, muscæ, apes &c.

59 Acida cum plurimis corporibus miscentur, & in compluribus omnem suam acrimoniam perdunt. e. g. Uvæ maturæ, mel, saccharum nihil acidi saporis habent, sed acidum suum tunc produnt, dum fermentant.

60 Salia *alcalina* sapore lixivioso, vel urinoso linguam feriunt: cæruleum syrupi violarum colorem in viridem mutant: cum acidis effervescunt: cum iisdem sal *medium* efficiunt: si fixa sint, intensiore igne liquescunt &c. (*a*).

61 Salia alcalina *fixa* dividuntur in mineralia, & lixiviosa. *Mineralia* deprehenduntur in fontibus mineralibus: reperiuntur quoque in omnibus aquis, quæ sal commune præbent: quin ex ipsa terra eruuntur. Sic prope Debreczinum in Hungaria in locis paludosis invenitur sal alcali minerale nativum, terræ argillosæ immixtum.

62 Salia alcalina fixa *lixiviosa* obtinentur ex combustis tam vegetabilibus, quam animantibus, item è tartaro, fœcibusque vini combustis, nec non è nitro (*b*).

Schol. Duo hæc salium genera (minerale & lixiviosum) conveniunt quidem in notis, superius n. 60. enumeratis; habent tamen aliquas peculiares proprietates, quibus à se invicem differunt. è. g. Lixiviosum in aere partem maximam deliquescit; minerale autem in pulverem farinosum fatiscit, neque est istud tam acri sapore præditum, ac lixiviosum &c.

63 Salia alcalina *volatilia* solent destillatione acquiri ex corporibus: ea etiam *urinosorum* nomine veniunt: unde illi quoque subtiles aquei liquores, qui sale volatili alcalino plus minus turgent, *spiritus urinosi* vocantur.

64 Salia *media* seu *neutra* sunt corpora salina, quæ ex sale acido & alcalino intime inter se unitis coaluerunt. Quemadmodum ergo diversa dantur salium tam acidorum, quam alcalinorum genera, ita ex varia eorundem combinatione varia salia neutra enasci est necesse. Sic

(*a*) *Non omnes characteres hoc loco adduci soliti ita sunt alcalinis salibus proprii, ut non jam unus, jam alter eorum etiam in aliis quibusdam corporibus, quæ ab his salibus ceteroquin plurimum differunt, deprehendatur. e. g. Solutio cupri in spiritu nitri syrupum violarum cæruleum æque mutat in herbaceum: terræ calcariæ, cretaceæ cum acidis liquoribus pariter effervescunt &c.*

(*b*) *e. g. Sartagini ferreæ carbonibus superpositæ, probeque calefactæ immittitur quodcunque, quod libuerit, vegetabile: illud copiosum edit fumum, mutatur in carbonem, tandem in cineres concidit. Semper autem, ubi flammam conceperit vegetabile, imposito sartagini operculo, ea exstinguenda est. Cineres trajiciuntur per cribrum, tum coquuntur in aqua. Quodsi lixivium hoc defusum leni calore evaporet; remanet sal alcali fixum lixiviosum. Vide Spielman.* Inst. Chem. §. 81. Exper. 85.

ex terra duntaxat & simul certa ratione unitis; sive præterea etiam ex principio salino superius descripto componi quis dicat) sequentia tradit Vogel: sal, inquit, dictum primigenium sub forma fluidi quam subtilissimi per universam atmosphæram pariter ac per universum mundum subterraneum est diffusum; & utrobique non modo quævis salia, sed alias quoque complures substantias interveniente ulteriore aliarum substantiarum compositione producit. Superest inquam, alia de primigenio istiusmodi sale quæstio, an nempe detur aliquod sal primigenium, in se quidem compositum, sed tamen ita universale, ut omnium salium compositionem ingrediatur. Affirmativa es Vogelii, & complurium aliorum opinio; acidum vitriolicum pro id genus universali sale habentium; at quibusdam Recentioribus hæc quoque opinio rejicienda videtur. Nominatim Wieglebius hac de re sic loquitur: si ex diversis, inquit, quos natura suppeditat, salibus acidum ipsorum extrahatur; quodlibet eorum est naturæ peculiaris, & nullum eorum potest in alterum converti. Igitur nullum ex iis est fundamentale acidum aliorum. Singula sunt jam in consummato quodam statu, & singula resistunt ulteriori chemicæ in novum acidi genus resolutioni. Singula ergo sunt pro acidis simplicibus habenda. Quæ quidem acida nos n. 57, & 58. enumerabimus. Vide *animadvers.* ejusdem ad §. 441 *Instit. Chem.* Vogel, ubi is respondet viro huic Cl. probare nitenti; acidum nitri esse origine vitriolicum, & nonnisi ab intime admisso phlogisto peculiarem modificationem, atque dotes singulares accepisse.

De principio arsenicale.

68 Complures Chemici cum Bechero inter chemica corporum principia numerant etiam quoddam principium, quod illi *arsenicale*, vel *mercuriale* nominant, de quo sic loquitur Cl. Vogel *Instit. Chem.* 95. "Id elementum, inquit, subtilitate „& penetrabilitate multum cetera „superat, & non aliter, quam per „certos effectus.... de sui præsentia „nos admonet. Reperitur præcipue „in regno minerali, & mundum sub„terraneum perfumigat, quin ex „metalli fodinis vaporis forma sæ„pius manifesto exhalat. In omnibus „fere mineris metallorum delitescit: „& ad ipsorum generationem..., con„currere videtur.... Quod ad ejus „in vegetabilibus corporibus perti„net præsentiam, eam haud obs„cure videntur indicare.... etiam suf„focantes vapores, quos carbones „recentes sub deflagratione exha„lant." &c.

69 At hoc cumprimis principium prorsus multi ex Recentioribus rejiciunt. Venenatas arsenicales particulas in compluribus corporibus adesse certum est; at hujusmodi particulas pro elemento chemico habendas esse negant; quemadmodum nemo pro elemento chemico habet e. g. minimas particulas ferreas, aut cupreas. Si dicas ipsis, tametsi integræ arsenicales particulæ pro elemento chemico habendæ non sint, inesse tamen iis quoddam principium, *arsenicale* dici solitum, tanquam præcipuam earum partem constitutivam, à qua potissimum nanciscantur eæ vim suam venenatam; reponunt, venenatam arsenicalium particularum vim è mera aliorum notorum principiorum in arsenico proportione certa, combinatio-

neque consurgere posse, quin aliquod novum ab his distinctum *principium arsenicale* illic demonstrari queat.

79 Aliqui, dum de chemicis principiis agunt, nullam faciunt aeris, & ignis elementaris mentionem: alii autem (quos inter Cl. Macquer) has quoque substantias iisdem adnumerant. Et sane ignem elementarem in phlogisto, ut partem constitutivam contineri, patet ex iis, quæ n. 54. & 55. dicta sunt. At aer quoque, si is ut purus consideretur, in numerum principiorum referendus videtur: ut ut non desint jam nunc, qui contrariæ sint opinionis (*a*).

CAPUT TERTIUM.

De lege virium repulsivarum, & attractivarum.

§. I.

Schema curvæ virium, cujuspiam materiæ puncti cum altero comparati.

71 Quantitates, quemadmodum in Arithmetica per numeros, in Algebra vero per literas, ita in Geometria per lineas rectas exhiberi solent; ita nimirum, ut quantitatem majorem linea major, minorem minor cum proportione quadam repræsentet. Hinc in Fig. 1. diversæ puncti mobilis B à puncto A distantiæ diversis rectæ AB segmentis AM, A*m*, AC &c. exhiberi poterunt. Eodem modo vires, quas materiæ punctum B in diversis ab A distantiis persentiscit, quibusdam rectis lineis rite exhibebuntur. Porro dum linea recta vim aliquam exhibet, ejus tam intensitatem, quam etiam directionem exhibeat, est necesse. Intensitas solet ipsa linearum magnitudine exprimi: e. g. intensior est vis, quam refert recta MN, ac ea sit, quæ recta *mn* repræsentatur; est nempe illa ad hanc, ut MN : *mn*. Quod vero ad directionem attinet: usu jam receptum est, ut lineæ rectæ, quæ vires repulsivas exhibent, ex recta AB sursum, eæ vero, quæ referunt attractivas, deorsum ducantur. Hinc e. g. recta MN designat vim repulsivam, quæ respondet intervallo AM, seu quam persentisceret aliquod materiæ punctum B, si adduceretur ad loci punctum M ita, ut ab A distet intervallo AM: recta LQ refert vim attractivam intervallo AL respondentem &c.

F. I.

72 Varia cujuspiam rectæ lineæ segmenta, quorum initium semper sumitur ab initio ejusdem rectæ, solent abscissæ nominari. Sic segmenta AM, A*m*, AC &c. quorum initium semper ab eodem puncto A sumitur, sunt *abscissæ* rectæ AB. Quod si ex diversis rectæ AB punctis erigas sursum aut deorsum rectas inter se parallelas, quælibet harum alicui abscissæ respondebit; ei nimirum, ex cujus fine erecta est. Sic parallela MN dicitur respondere abscissæ AM, parallela LQ abscissæ AL &c. Hujusmodi parallelæ vocantur *ordinatæ*. Jam si in Fig. 1. varias duorum materiæ punctorum distantias mutuas referant abscissæ AM, A*m*, AL &c.; ordinatæ, quæ vires iis-

(*a*) *Vide* Dr. Joseph Pristley's Versuche und Beobachtungen über verschiedene Gattungen der Luft Aus. dem Englischen. *Vien, und Leipzig* 1779. *Parte* 2. *pag.* 38. *& seq.*

dem abscissis respondentes referant, certa quadam lege debebunt partim sursum, partim deorsum duci (71): per quarum apices transiens linea curva DNCQGHI &c., seu in qua omnes ordinatæ, quæ diversas diversis mutuis distantiis respondentes vires repræsentant, terminantur, *Curva virium* adpellatur. Atque ad hanc curvam virium statuendam gradum jam facimus, in qua vires repulsivas, & attractivas materiæ punctorum velut in imagine quadam, quatenus fieri potest, intueamur. Porro ut res evadat facilior, primum duo duntaxat materiæ puncta considerabimus, A fixum, & B mobile in eadem Fig. 1. atque curvam, quæ eas duntaxat vires referat, quas movile punctum B pro variis puncto A distantiis persentiscit, determinabimus: quæ deinde etiam pro repræsentandis cujuslibet alterius materiæ puncti viribus serviet.

73 Propositio I. Si describenda sit linea curva pro repræsentandis iis viribus, quas mobile punctum B in Fig. 1. persentiscit pro varia à puncto A distantia, & pro axe ejus curvæ adsumatur recta AB, cujus abscissæ repræsentent varias inter eadem puncta distantias; 1) primum ejus curvæ crus DC cum recta AE ad AB perpendiculari, perque punctum A transeunte debet comprehendere aream repulsivam: id est, debet terminare ejusmodi ordinatarum apices, quæ representent vires repulsivas, ac proinde crus illud ad superiorem axis partem cadat, oportet (71). 2) In prima hac area repulsiva ordinatæ abscissis decrescentibus debent crescere continenter. e. g. Ob abscissam AM minorem abscissa A*m*, ordinatam MN oportet ex adverso majorem esse ordinata *mn*.

Ratio 1.*mi* est. Cum enim materiæ punctum B non possit devenire ad attactum mutuum cum puncto A sine compenetratione (33); in minimis distantiis prope attactum vires repulsivæ regnent, est necesse. Idem evincit etiam argumentatio de collisione corporum n. 32 instituta.

Ratio 2.*di* est. Nam quo majoribus viribus conamur corpora comprimere, & ad eundem locum simul occupandum adducere, eo magis ea resistunt compenetrationi, quin unquam veram eorundem compenetrationem mutuam queamus efficere: cum ergo mutuæ elementorum compenetrationi nonnisi repulsivæ vires, mutuum eorundem attactum prohibentes, resistant (33); clarum est, vires repulsivas prope attactum regnantes eo fortiores esse debere, quo minor fuerit ea elementorum distantia mutua, cui vires illæ responderint. Hinc cum abscissæ referant mutuas elementorum distantias, ordinatæ vero vires distantiis illis respondentes; in area prima repulsiva abscissis decrescentibus ordinatas ex adverso continenter crescere debere, in confesso est (*a*).

(*a*) *Cel. Boscovichius vult ordinatas in prima area repulsiva imminutis continenter abscissis crescere finite in infinitum, adeoque primum curvæ virium crus* DNC *esse* asymptoticum, *seu tale, quod ad rectam* AB *(quam idcirco ejusdem cruris* asymptotum *vocat) versus* D *accedat continenter, nec tamen cum ea, quantumcunque producantur, unquam concurrat. Vide ejus* Philos. Nat. Theor. *num. 77. Sic enim fere ratiocinatur: si area prima repulsiva non esset asymptotica, ac proinde si in ea vires ad certum tantum limitem crescerent, & non finite*

Schol. Quamvis autem certum sit, vires repulsivas prope attactum decrescentibus distantiis mutuis crescere continenter; qua tamen determinate lege crescant, detectum nondum est.

74. Propositio II. Ut legitime continuetur curva virium; ea postquam ad axem pertigit, debet ad inferiorem ejusdem partem efficere quandam aream attractivam CQG: deinde rursus novam aream repulsivam GHI comprehendere: denique à puncto I per plures id genus alternationes arearum ad punctum K, ubi rursus cum axe conveniat, deduci. Postquam enim constat, exstare vires repulsivas, quæ pro varietate distantiarum crescant, decrescant, ita ut in attractivas quoque abire debeant; è phænomenis utique eruendum est, quanam lege peragantur ipsarum id genus variationes. Jam vero imprimis areæ EACD succedere debere aliquam aream attractivam CQG, aperte docent phænomena. Quippe ea ipsa corporum elementa, quæ nulla vi adigi possunt ad attactum mutuum; inter se cohærent, & à se invicem difficulter avelluntur; manifesto indicio, primæ areæ repulsivæ succedere vires attractivas, per aliquam aream CQG repræsentandas.

Deinde areæ huic attractivæ succedere alteram aream repulsivam GHI è phænomenis itidem erui potest. Aqueæ particulæ, quæ prius cohærebant, ubi ope ignis tantisper à se ipsis sejunguntur, in vaporem ingenti

---

in infinitum; posset particula C *tanta celeritate incurrere in* A, *cui toti exstinguendæ non sit par area prima repulsiva: hæc enim area, si non esset asymptotica, deberet esse finita; area autem finita non potest esse par extinguendæ cuicunque possibili celeritati utcunque magnæ. Hinc posset evenire, inquit, ut particula* C *deveniat ad attactum particulæ* A, *&* *quidem cum aliqua celeritatum differentia: unde necesse esset, vel unico temporis momento peragi celeritatum hoc in conflictu variationem, vel certe compenetrationem particularum evenire* (31. Coroll.); *cum tamen neutrum possit sustineri* (29, *&* 30). *Imo vel solus elementorum inextensorum attactus mutuus compenetrationem induceret* (33).

At quamvis vires repulsivæ, mutuo corporum attactui adversantes solidis argumentis evincantur, cumque phænomenis (uti per decursum Physicæ adparebit) secus haud explicandis optime cohæreant; mihi tamen non videtur esse æque certum, easdem prope attactum imminutis distantiis crescere finite in infinitum. Ponamus enim materiæ punctum C (Fig. 1.) *virtute Divina adduci ad attactum mathematicum materiæ puncti* A. *Si verum est, vires repulsivas imminutis distantiis finite in infinitum crescere: hoc casu materiæ punctum* C *(ut de hoc solo loquamur) in attactu ipso vim repulsivam infinitam persentiscet, seu acquiret determinationem ad spatium infinitum determinato tempore conficiendum: ut ut virtus Divina ipsum actualem puncti* C *à puncto* A *recessum impeditura sit. Nequit enim area prima repulsiva esse infinita, si nullam habet ordinatam infinitam. Quis autem admittat, posse ullo modo convenire materiæ puncto* C *determinationem, vi cujus illud, cessante contraria actione Divina, intra definitum tempus percurreret spatium infinitum?*

Quod autem ad argumenta Cel. Boscovichii, superius adlata attinet: fortasse iis, quin dictas vires finite in infinitum crescere dicamus, hoc modo occurri posset. Nempe inter eas celeritates, quibus hactenus corpora in se incurrerunt, &

elasticitate præditum abeunt, qui sua expandendi se se vi, fortissima vasa diffringere consuevit. Quod phænomenon aquæ, uti & aliorum complurium corporum, etiam admissis viribus, quas hactenus stabilivimus, explicare frustra tentaveris; nisi vires attractivas auctis porro distantiis in repulsivas, quæ per aliquam aream GHI repræsententur, abire agnoscas. Denique plures id genus arearum alternationes inter puncta I & K intercedere oportere, non immerito inferimus è compluribus corporum intestinis motibus vehementissimis, in quibus diversissima celeritate eunt, ac redeunt, ad se se accedunt, receduntque particulæ. Cumprimis mollia corpora evincunt, in curva virium complures id genus alternationes arearum agnoscendas esse, uti suo loco videbimus.

75 Propositio III. Quod ad ultimam curvæ virium aream BKTXY attinet: ea 1) attractiva sit, oportet. 2 (Eadem infra axem AB, si non in infinitum, saltem per totum systema Planetarum, & Cometarum extenditur. 3) In ea ordinatæ crescentibus abscissis continenter decrescunt.

Ratio 1.*mi* est. Nam ille corporum omnium, utcunque in altum sublatorum, versus telluris centrum nisus, quem constanter experimur, postquam virium attractivarum à distantiis pendentium existentia generatim comprobata est, aperte evincit, in majoribus distantiis vires attractivas regnare. Porro ostendemus suo loco, gravitatem hanc, quæ in

---

deinceps incurrent, est utique aliqua talis, qua major nec fuit, nec erit in ullo corporum conflictu; quæ tamen profecto finita sit, oportet, cum nullum corpus queat in alterum incurrere celeritate infinita. Si vel maximæ huic celeritati extinguendæ abunde parem concipiamus esse primam aream repulsivam, sed tamen adhuc finitam; intelligemus, nunquam eventurum, ut particula C *tanta celeritate incurrat in* A, *cui toti extinguendæ non sit par area prima repulsiva.*

Dices. *Ea est corporum impenetrabilitas, quæ nullis omnino viribus finitis superari possit: ergo vires repulsivæ, compenetrationem excludentes, ejusmodi sint, oportet, quæ pares sint exstinguendæ omni omnino possibili celeritati finitæ; ac proinde finite in infinitum crescant, est necesse.*

℞. *Fateor quidem hanc esse Philosophorum de corporum impenetrabilitate opinionem, at nonnisi ejusmodi phænomenis nixam, quibus per aream repulsivam etiam finitam, sed enormem satisfieri posse, superius indicavimus. Nempe quænam fit corporum impenetrabilitas, nonnisi ex phænomenis,* Inductionis *ope colliginus: ex iis autem tametsi tuto inferamus, eam esse corporum impenetrabilitatem, quæ nullis naturæ viribus cedat; non possumus tamen eodem jure inferre, ipsas naturæ vires esse tantas, quæ pares sint celeritati majori semper ac majori, finite in infinitum absque ullo termino, producendæ: adeoque neque possumus inferre, impenetrabilitatem corporum ita debere esse comparatam, ut nullis omnino, quæ vel mente concipi possint, viribus finitis superari queat. Eo ipso autem ad eandem tuendam viribus repulsivis finite in infinitum crescentibus opus non est.*

Itaque haud vitio nobis vertendum puto, si nostrum de viribus repulsivis prope attactum finite in infinitum *crescentibus judicium saltem suspendamus, priusquam ostendatur (non præsumptione sola, aut autoritate, sed alio argumento positivo) eam esse corporum impenetrabilitatem, quæ nullis omnino, quas vel mente concipere liceat, viribus finitis superari possit.*

majoribus distantiis regnat, omnibus Planetis & Cometis esse communem; ita ut omnes ii se se mutuo attrahant. Unde 2.*di* quoque *membri ratio* manifesta fit, si enim Tellus in singulos Planetas, Cometasque exerit vires attractivas; in ejus virium curva, area attractiva ultima per totam Planetarum, Cometarumque regionem extendatur, oportet: quodsi autem istud de ultima totius Telluris area verum est, de cujuslibet etiam elementi area idem adfirmandum erit; ideo enim attrahit Tellus Planetas, quod hos singula ipsius elementa trahant. Unde etiam hujus areæ attractiones massæ trahenti proportione respondent; uti suo loco videbimus.

Ratio 3.*tii* est. Ostendemus enim Dissert. III. attractiones huic ultimæ areæ respondentes (quæ nomine *gravitatis*, vel *attractionis universalis* venire solent) crescentibus distantiis mutuis ex adverso decrescere continenter. Ubi legem quoque, juxta quam universalis hæc attractio crescentibus mutuis distantiis decrescit, decrescentibus autem crescit, stabiliemus.

76 Ex hactenus dictis patet, curvam virium, quam pro individuis elementis statuimus, non confingi à nobis pro solo arbitratu, verum singulos ejus ductus firmis argumentis stabiliri. Ea nos utimur instar imaginis duntaxat, phantasiæ juvandæ causa, ut nimirum vires in natura reapse exstantes oculis ipsi quodammodo intueamur: quemadmodum Astronomi veros cœlestium globorum motus oculis exhibituri, varios in cœlo circulos, ut æquatorem meridianos &c. magno cum emolumento excogitarunt. Porro per curvam hanc lineam eas duntaxat virium proprietates volumus oculis subjicere, quæ adhuc detectæ sunt: videlicet primam aream esse virium repulsivarum, his succedere vires attractivas &c. At multa præterea pertinent ad legem virium, quæ quemadmodum ignota nobis sunt, ita per curvam virium à nobis statutam accurate non exprimuntur, uti est numerus intersectionum curvæ cum axe, forma: & amplitudo arcuum &c. quæ longe superant captum nostrum, & quæ ille solus habuit omnia simul pro oculis, qui mundum condidit. Neque tamen imago quæpiam, quæ multas præcipuasque objecti sui proprietates magno cum emolumento intuentium repræsentat, abjicienda propterea est, quod multæ adhuc ejusdem objecti proprietates lateant, quæ in imagine illa non relucent; præsertim si de hac ipsa re Spectatores, quod nos præstare non dissimulamus, admoneantur.

77 Si linea curva unius cujuspiam elementi vires referens vel minimo ductu differret à curva, vires alterius referente; jam duo illa elementa viribus inter se discreparent, ac proinde homogenea, sibique simillima non essent: eadem igitur argumenta, quæ pugnant pro homogeneitate omnium elementorum (27), pugnant etiam, ut pro omnibus elementis unam, eandemque virium curvam statuamus. Porro etsi Figura 1.ma curvam virium ex unica duntaxat parte materiæ puncto A adjacentem referat; advertendum nihilominus est, ejusmodi curvas suo cum axe quaquaversum esse circa idem materiæ punctum A (uti & circa unumquodque aliud) concipiendas. Quippe materiæ puncta vires suas quaquaversum exerunt, ita ut e. g. intervallo AL ad omnem partem respondeat vis attractiva LQ, intervallo AP vix repulsiva PH &c.

§. II.

De limitibus, & areis curvæ virium.

78 Ut ea, quæ ad naturam curvæ virium pertinent uberius intelligantur, eandem in tres partes dirimere lubet. Prima pars continet primam aream repulsivam à puncto A usque ad C: pars altera à puncto C usque ad K complectitur omnes eas virium alternationes, quæ usque ad initium ultimæ areæ habentur: tertiam denique partem constituit ultima area attractiva, universalem attractionem referens, perque totum planetarium orbem se se porrigens. Intervallum AC *distantias minimas*; intervallum vero CK *distantias exiguas* deinceps nuncupabimus: intervallum denique ultimæ areæ attractivæ nobis nomine *majorum distantiarum* veniet.

79 Terminos virium repulsivarum in attractivas abeuntium, aut contra cum Boscovichio *limites* adpellamus: uti sunt in Fig. 1. puncta C, G, I, F &c. Duo autem sunt limitum genera: alii vocantur limites cohæsionis, alii non cohæsionis. Limes *cohæsionis* est, qui in minore distantia, seu versus A, habet adjacentem aream repulsivam, in majore vero, seu versus B, attractivam e. g. C est limes cohæsionis. Limes *non cohæsionis* ex adverso est, cui in minore ab A distantia adjacet area atractiva, in majore vero repulsiva. e. g. G est limes non cohæsionis.

80 Materiæ punctum è limite cohæsionis tantisper dimotum, si sibi ipsi relinquatur, ad eundem limitem illico revertitur. Si enim e. g. è limite cohæsionis I adducatur versus P; mox vires repulsivas, quæ reditum versus I urgeant, persentiscet: si vero ex I versus O tantisper propellatur, vires attractivæ in intervallo IF regnantes rursus efficient, ut idem materiæ punctum versus I revertatur. Contrarium accidit in limitibus non cohæsionis. Si enim materiæ punctum ex aliquo limite non cohæsionis G versus L dimoveatur; urgentibus attractivis viribus motum suum eadem directione continuabit: si autem ex eodem G versus P vel tantillum propellatur; vires repulsivæ, quas persentiscet; cum ejus motu conspirabunt, efficientque, ut ab eodem limite G porro quoque recedere pergat.

81 Quotnam sint, quantæque amplitudinis arcus, seu attractivi, sive repulsivi in exiguis distantiis, item qua definite ratione crescant, decrescantque in singulis id genus arcubus ordinatæ, determinari omnino non potest. Id certum est, attrationes exiguarum distantiarum longe fortiores esse attractione universali, ad majores distantias pertinente. Nam dum exigua vi lapillum è terra elevo, totius Telluris attractionem majoribus distantiis respondentem, quam in eum lapillum exerit, facile supero: at si in eodem lapillo attractiones exiguis distantiis respondentes, quibus mutua partium cohæsio efficitur, vincere, id est, lapillum illum comminuere velim; ut ut exigua sit massa partium, quæ attractionibus illis in se se mutuo agunt, longe majore vi opus erit.

Coroll. Attractiones, quæ exiguis distantiis respondent, ac proinde altera curvæ virium parte repræsentantur, solent *particulares* nuncupari; ut nimirum ab *universali* attractione, ad majores distantias pertinente, discernantur. Igitur attractiones *particulares* longe fortiores, intensioresque sunt attratione universali.

§. III.

De oscillationibus materiæ punctorum, quas mutuæ ipsorum vires inducere possunt.

82 Priusquam præsens argumentum adgrediamur, ad sequentia, quæ nos alibi demonstraturi sumus, advertendus est animus. Nempe 1.*mo* Si aliqua virium area celeritatem augeat in mobili, ejusdem areæ effectus iste est: quadratum celeritatis illius, quam habuit mobile tunc, dum primum ejusdem areæ limitem attigit, auget incremento sibi proportionali, ita ut incrementum quadrati dictæ celeritatis per aream acquisitum eidem areæ proportione respondeat; consequenter per illam rite representetur. e. g. Veniat quoddam materiæ punctum directione BF in Fig. 1., sitque ejus celeritas in $F = c$, ac proinde quadratum celeritatis $= c^2$; sequens area attractiva FRI, cum priore materiæ puncti motu conspirans, augebit quadratum illud celeritatis incremento sibi æquali, ita ut totum celeritatis quadratum in I futurum sit $= c^2 + FRI$, consequenter ipsa celeritas $= \sqrt{(c^2 + FRI)}$.

2.*do* Si ex adverso area virium imminuat celeritatem in mobili, quod fit, dum vires opponuntur directioni mobilis; area quadratum celeritatis illius, quam habuit mobile tunc, dum primum ipsius limitem attigit, imminuit decremento sibi rursus proportionali. e. g. Veniat quoddam materiæ punctum directione BI, sitque ejus celeritas in $I = c$, ac proinde quadratum celeritatis $= c^2$; sequens area repulsiva IHG motui materiæ puncti contraria, imminuet quadratum illud celeritatis decremento sibi æquali, ita ut totum celeritatis quadratum in G futurum sit $= c^2 - IHG$, consequenter celeritas ipsa $= \sqrt{(c^2 - IHG)}$.

Coroll. 1. Adpellat quoddam materiæ punctum ad K directione BK, sitque celeritas ejus in $K = c$; areæ repulsivæ adversabuntur ipsius motui attractivæ autem cum eodem conspirabunt: hinc si celeritas ejusdem, quam in diversis arearum sequentium locis habebit, dicatur z; erit

In F: $-z^2 = c^2 - KVF$;

In O $-z^2 = c^2 - KVF + FRO$;

In P $-z^2 = c^2 - KVF + FRI - IHP$ &c.

Adeoque si fuerit e. g. $c^2 - KVF + FRO = 0$; in puncto O erit $z = 0$.

Coroll. 2. Ergo generatim, si celeritas illa, qua mobile adpellit ad primam earum arearum, quæ deinde mutationes in eandem celeritatem inducturæ sunt, dicatur c, celeritas, quam idem mobile in diversis arearum punctis habebit, sit $= z$, summa arearum percursarum, quæ celeritatem augent $= x$, earum vero summa, quæ celeritatem imminuunt, $= y$; erit semper $z^2 = c^2 + x - y$; consequenter $z = \sqrt{(c^2 + x - y)}$.

Coroll. 3. Concipiatur quoddam materiæ punctum in P existens omni primum celeritate destitui, deinde autem viribus repulsivis ex P versus I propelli: hoc casu in generali formula erit $c^2 = 0$; ac proinde erit $z^2 = x - y$.

83 His præmissis videamus jam, quænam esse possint oscillationes materiæ punctorum, à mutuis eorundem viribus oriundæ: at imprimis duo duntaxat materiæ puncta adsumamus, quorum unum ponatur esse fixum, ac immobile in A, alterum vero mobile in recta AB ultro, citroque moveri; atque non nisi hujus alterius oscillationes, quas ob varias pro variis à fixo puncto

A distantiis vires habebit, primum contemplemur. I. Adducatur mobile punctum ad quemcumque limitem. I. Quodsi exstincto priori motu suo redigatur ad quietem, sibique ipsi relinquatur; illic quiescet: quemadmodum enim nulla limitibus ordinata respondet, ita materiæ punctum in iisdem neque repulsivam, neque attractivam vim persentiscit. Quodsi autem ex I adducatur ad P, sibique relinquatur; mox ob repulsivas vires incipiet à fixo puncto A recedere, proindeque versus I revertetur. Porro motus ejus usque ad I erit acceleratus: per totum quippe intervallum PI continenter novos & novos virium repulsivarum impetus experietur, prioribus semper ob vim inertiæ retentis (42. *cor.* 3.).

84 II. Idem materiæ punctum in limite I, ad quem dicto modo rediit, non sistet, tametsi nullam illic vim experiatur. Habebit enim ibidem certam celeritatem, actione virium repulsivarum per intervallum PI generatam. Progredietur ergo ultra I versus O, at jam motu retardato; area enim attractiva IRF ejus motui adversabitur, ac proinde celeritatem constanter imminuet. Porro eousque continuabit motum suum priori directione, dum infra arcum attractivum perveniat ad aliquod puntum O; ita ut area IRO sit æqualis areæ PHI. Quo obtento priorem celeritatem penitus jam perdet in O, ac proinde ultra non progredietur, quod sic declaro. Pro hoc materiæ puncto erit in O quadratum celeritatis, seu $z^2 = x - y =$ PHI — IRO (82. *cor.* 3) cum ergo ponatur esse PHI = IRO, erit $z^2 = o$; hoc est, materiæ punctum in O priori sua celeritate prorsus jam destituetur. Quia vero porro quoque continuatur virium attractivarum actio, quamdiu punctum illud materiæ sub arcu attractivo fuerit; in O minime persistet, verum versus I viam relegет: sed jam areæ illæ, quæ prius in eo materiæ puncto motum producebant, augebantque, nunc ipsi adversabuntur, & ex adverso illæ, quæ prius motui adversabantur, nunc in eodem motum producent, augebuntque.

Coroll. Igitur adsumptum materiæ punctum ex O viam relegendo, usque ad I progredietur motu accelerato, ex I vero retardato, dum ob ORI = IHP in P omni rursus celeritate sua destituatur, ea nimirum, quam per aream ORI acquisivit. Unde idem materiæ punctum circa limitem cohæsionis I oscillabit ita, ut hinc & illinc æquales semper areas percurrat sub arcubus virium, idque tamdiu, donec viribus aliorum materiæ punctorum hic ejus status non fuerit immutatus.

85 III. Ponamus materiæ puncto in limite I existenti ab externa causa directione IA imprimi celeritatem c satis magnam, ita ut sit $c^2 >$ IHG. Punctum illud transiliet limitem G, acceptoque per attractivam aream GQC incremento celeritatis, primam aream repulsivam EACD ingredietur, dum eo ad aliquod punctum M perveniente, juxta regulam n. 82. *cor.* 1. indicatam omnis jam ipsius celeritas extinguatur. Tum releget viam versus limitem I, atque circa eundem, uti n. præc. vidimus, oscillabit; sed hoc in casu oscillationes longe jam majores esse oportebit. Quodsi autem idem materiæ punctum, dum ita oscillat, ex I versus B progrediendo deveniat ad ingentem quandam aream repulsivam, quæ omnes sequentes areas attractivas simul sumptas amplitudine superet; id celeritatis incrementum acquiret per eandem repulsivam aream, quod sequentes areæ attractivæ exstinguere

non poterunt (82): proindeque abibit eadem directione, quin ejus motus viribus puncti A sisti possit.

Schol. Quæcunque fuerit celeritas in C materiæ puncti, directione CA progredientis; ea tota prius extinguetur alicubi in M, quam deveniat idem materiæ punctum ad attactum alterius in A existentis: scilicet ob aream primam repulsivam, parem extinguendæ omni ei celeritati, qua unquam corpus unum in alterum incurrit, aut deinceps incurret.

86 IV. Hactenus materiæ punctum A posuimus esse fixum, & earum duntaxat virium effectus contemplati sumus, quas alterum quodpiam punctum mobile pro diversis ab eodem distantiis persentiscit. At elementa corporum omnia sunt homogenea, consequenter iisdem viribus prædita. Quare quemadmodum pro repræsentandis iis viribus, quas mobile materiæ punctum B persentiscit pro variis ab A distantiis, ejusmodi curvam lineam ducimus, cujus initium sumatur ex A, & in cujus axe ultro citroque moveatur punctum B; ita pro repræsentandis viribus illis, quas materiæ punctum A experitur pro variis à puncto B distantiis, similis & æqualis curva est concipienda, sed situs oppositi, & initium sumens in B ita, ut ejus axis, in quo punctum A ultro citroque moveatur, cum axe alterius curvæ congruat. Ex quibus consequitur, duo illa materiæ puncta semper easdem experiri vires, sed quæ in partes oppositas tendant. e. g. Si B urgente vi attractiva moveatur directione BA, A quoque parem attractivam vim persentiscet, sed quæ illud ob situs curvarum contrarios directione AB urgeat: hoc est, puncta ad se se iisdem viribus accedent: si B ob repulsivam vim recedat ab A, istud quoque vicissim à B æquali vi recedet.

Coroll. Si ergo duo hæc materiæ puncta à se invicem intervallo quopiam AP sejungantur; eo, quem num. 83, & sequent. descripsimus, modo oscillabit utrumque, ita ut jam accedant ad se invicem, jam se se fugiant.

87 V. Quodsi jam plura materiæ puncta adsumantur, mutuis in se se viribus agentia; eorum bina quæque seorsim accepta iis, quibus superius adsumpta puncta A & B, modis suas peragerent oscillationes: at quoniam singula agunt in singula; motibus diversissime compositis agitabuntur, dum aut dissipentur, aut ad aliquam comparativam quietem sensim redigantur, quemadmodum in fermentationibus, ebullitionibus &c. usuvenire patebit.

§. IV.

De lege virium ad plura materiæ puncta accomodata.

88 Quodsi duæ corporis particulæ, pluribus materiæ punctis constantes, in se se mutuo agant; mutuas earundem vires diversis distantiis respondentes non jam eadem illa curva, quam Fig. 1. exhibet, repræsentabit, sed nova quædam, è primigeniis illis, homogeneisque curvis, ad elementa singula pertinentibus, pro vario horum numero, situque orta, & quodammodo composita. Quod ut planius evadat, singulares quosdam faciliores que casus ad præsens argumentum pertinentes contemplabimur.

89 I. Particula quæpiam constet duobus materiæ punctis A & B (*Fig.* 7.) agatque in punctum C. In axe AB (*Fig.* 1.) capiantur abscissæ duæ, quæ sint æquales rectis AC & BC Figuræ 7.mæ notenturque ordi- F. 7. & 1.

natæ iis abscissis in eadem *Fig.* 1) respondentes. Hæ vel 1) ambæ erunt sub arcu attrahente; vel 2) ambæ sub repellente; vel 3) prima sub attrahente, altera vero sub repellente; vel 4) prima sub repellente; altera sub attrahente. In primo casu punctum C attrahetur ab A vi, quæ sit e. g. = CL, à puncto B autem vi CQ: igitur complendo parallelogrammum CLKQ, idem punctum C movebitur vi composita CK. In casu altero punctum C persentiscet aliquas vires repulsivas CN, & CH; atque adeo nanciscetur vim compositam CO. In 3.*tio* casu à puncto A attrahetur vi, quæ sit e. g. = CL, à puncto B vero repelletur vi e. g. = CH: urgebitur ergo ad latus vi composita CD. In 4*to*. denique casu punctum C vim repulsivam CN, & attractivam CQ simul experietur: hinc ad latus alterum vi composita CF propelletur.

Coroll. Si ergo describenda esset linea curva quæ rite repræsentet eas vires, quas particula punctis A & B constans exereret in punctum C; ea deberet pro prima punctorum positione exprimere vim CK; pro altera vim CO; pro 3.tia vim CD ad latus tendentem &c.

90 II. Adsumamus duas corporis particulas quarum altera constet F. 8. punctis A & B (*Fig.* 8), altera punctis C & D, ponamusque has particulas exiguo quodam tempusculo mutuis in se se viribus agere. Initio ejus tempusculi punctum C ab A distet eo intervallo, cui in Fig. 1.*ma* respondeat vis quæpiam attractiva, à puncto vero B distet intervallo, vim repulsivam adnexam habente; idem punctum C ab A attrahetur vi quadam C*a*, à puncto B autem repelletur vi quadam C*b*: adeoque completo parallelogrammo C*ahb* nanciscetur vim compositam Ch. Punctum alterum D distet ad A eo intervallo, cui in Fig. 1. respondeat repulsio, à B autem eo intervallo, quod exigat attractionem; idem D repelletur ab A vi quadam D*f*, à B vero attrahetur vi aliqua D*e*: itaque completo parallelogrammo D*egf* urgebitur vi composita Dg. Porro dum in præsente casu punctum C vim compositam C*h*, punctum D autem vim Dg, persentiscit; puncta hæc, uti patet, urgentur ad recedendum à se ipsis: cum ergo ponantur cohærere inter se, constituereque particulam solidam; vires attractivæ, quas ad cohæsionem necessarias esse innuimus n. 35, resistent mutuæ punctorum eorundem distractioni: consequenter punctum C aliquam puncti D attractivam vim, quæ sit e. g. = CO, & vicissim D aliquam puncti C vim attractivam, quæ sit e. g. = DO, persentiscet. Cum ergo materiæ puncta diversos, ad quos simul determinantur, motus debeant juxta legem vis inertiæ (42) componere; punctum C motus C*h* & CO componendo, intra adsumptum tempusculum percurret spatium C*c*, D vero componendo motus Dg & DO percurret spatium D*d*.

Jam, uti patebit ex iis, quæ Dissert. sequ. de centro gravitatis dicentur, centrum gravitatis (*a*) particulæ CD, quod procul dubio imaginarium quoddam punctum est, initio adsumpti tempusculi fuit in medio lineæ rectæ CD puncto O; in fine autem ejusdem tempusculi, postquam

---

(*a*) *Centrum gravitatis est illud in corpore punctum, ex quo si suspendatur corpus, istud vi suæ gravitatis nunquam magis tendit in unam, quam in alteram partem, sed semper manet in æquilibrio, partibus ejus se se undique sustentantibus.*

jam punctum C in c, D vero in d transit, est in medio rectæ cd puncto r. Itaque eo tempusculo centrum gravitatis particulæ CD habuit motum Or. Atque hæc de centro gravitatis innuere propterea libuit, quia in motu corporum fere motus centri gravitatis consideratur, &, si describenda esset curva, quæ repræsentet eas vires, quas e. g. particula CD pro varia à particula AB distantia, positioneque persentiscit; ea fere pro solius centri gravitatis motu esset statuenda, ac proinde in adsumpta harum particularum mutua distantia, positioneque vim Or deberet pro particula CD repræsentare.

Coroll. Ex his jam intelligere licet, pro varia materiæ punctorum corpora componentium positione, distantia mutua, & numero in immensum excrescere posse varietates virium compositarum, quas eadem corpora in se se invicem exerant. Evenire sane poterit 1) ut particula quæpiam A attrahatur à particula B, à particula C autem repellatur, aut etiam ad latus detorqueatur. 2) Ut particula A attrahatur à particula B in hac distantia, in altera vero repellatur. 3) Ut huic distantiæ mutuæ intensior attractio, aut repulsio respondeat, quam alteri. 4) Ut particula A, quæ particulam B attrahit, repellit, aut in latus detorquet, comparate ad particulam C sit quodammodo iners, id est, ut hanc neque attrahat, neque repellat, neque etiam ad latus urgeat, saltem ad sensum. Istud tunc evenit, quum spectatis omnibus iis viribus, quas singula materiæ puncta particulæ A exerunt in singula puncta particulæ C, summa repulsionum ita elidit summam attractionum, & vicissim, ut ex earundem compositione juxta vis inertiæ legem facta nullus in eadem particula C motus saltem ad sensum oriri debeat. 5) Ut particula A altera sui parte attrahat particulam B, altera repellat, quemadmodum in magnetibus evenire videmus; aut etiam ut eandem particulam B altera sui parte attrahat, aut repellat, altera vix ullum eidem motum conciliet &c.

Scholl. 1. Omnis hæc varietas ex earum potissimum virium combinationibus enascitur, quæ distantiis exiguis respondent. In minimis distantiis singula materiæ puncta vires duntaxat repulsivas exerunt in se invicem; unde patet, in minimis distantiis non nisi vires repulsivas posse ab una particula in alteram exeri. In majoribus autem distantiis illis, quibus jam universalis attractio respondet, vis composita, quæcunque demum fuerit punctorum consociatio, tantummodo attractiva erit, eaque admodum languida, uti n. 81 dictum est.

Schol. 2. Mutuas corporum actiones semper esse debere contrarias & æquales, dissert. sequ. demonstrabimus. Hinc si particula A attraxerit, aut repulerit particulam B; hæc quoque illam attrahet, aut repellet: si particula A detorserit ad latus particulam B; hæc quoque illam ad latus detorquebit in partem oppositam: si A fuerit iners comparate ad B; hæc quoque comparate ad illam iners erit &c.

Schol. 3. Dum particula una agit in alteram, certum est, actionem eam tendere ad mutandas mutuas positiones eorum materiæ punctorum, quæ id genus particulam constituunt. Sic in adsumpta particula CD (*Fig. ead.*) punctum C actione particulæ AB determinatur ad motum Cc, punctum vero D admotum Dd, adeoque hæc puncta determinantur ad aliquem à se ipsis recessum. At quo minor fuerit moles id

genús particulæ, eo minus perturbabitur ceteris paribus mutua ad se invicem positio materiæ punctorum, eam constituentium, ac proinde eo etiam difficilius illa suas in partes dissolvetur. Si enim singula puncta particulæ unius in singula puncta alterius eadem virium directione, intensitateque agant; in hac altera particula non nisi communem omnibus punctis motum efficient, ut clarum est: mutuas ergo e. g. punctorum C & D positiones, motusque comparativos sola intensitatis, directionisque virium diversitas inducere poterit: hæc vero utraque eo sane minor erit, quo minor fuerit moles particulæ, seu quo viciniora fuerint invicem puncta C D, uti expendenti facile patet.

CAPUT QUARTUM.

De impenetrabilitate, extensione, poris, densitate, & raritate, nec non divisibilitate corporum.

§. I.

De impenetrabilitate, & extensione corporum.

91 De impenetrabilitate corporum jam n. 16. attulimus aliqua, ubi eam pro communi corporum proprietate *analytice* statuimus: hinc eandem uberius explicandi est locus. Effectus impenetrabilitati oppositus *compenetratio* vocatur. Discernenda autem est compenetratio vera ab adparente. Compenetratio *vera* tunc eveniret; si ipsa corporis unius elementa devenirent ad attactum mutuum mathematicum elementorum corporis alterius, atque ita cum iisdem compenetrarentur: *adparens* autem tunc evenit, quum corpus unum adparet quidem eundem cum altero locum occupare: ejus tamen elementa cum elementis hujus reapse non compenetrantur, sed se se in vacuitates duntaxat inter hæc interceptas insinuant. Sic lumen cum gemma, quam libere pervadit, nonnisi adparenter compenetratur.

92 Constet massa quæpiam individuis elementis A, B, F, C, D, K &c. (*Fig.* 3), alia autem massa elementis G, H, I, &c. Concipiamus utriusque massæ elementa carere viribus repulsivis, & attractivis, tum cogitemus massam posteriorem incurrere in priorem. Ajo, summam omnino esse probabilitatem, non eventurum, ut ullum posterioris massæ elementum impingat in ullum elementum massæ prioris, sed potius fore ut massa posterior per priorem absque ullo elementorum impactu mutuo liberrime transeat. Adsumamus enim imprimis unicum massæ incurrentis elementum G, tum quæramus, quantonam probabilius sit fore, ut istud elementum in nullum massæ prioris elementum impingat, quam ut impingat in aliquod eorum. Probabilitas pro parte negativa sit $=P$, pro affirmativa autem $=p$. Concipiamus ex puncto G tot duci per massam priorem lineas rectas, quot possunt. Ex lineis his aliquæ transibunt per aliqua massæ prioris elementa, aliæ autem omni materiæ puncto ad eandem massam priorem pertinente vacuæ erunt. F. 3

Jam probabilitas pro parte negativa eo major erit probabilitate contraria, quo plures fuerint lineæ rectæ omni elemento vacuæ, quam sint lineæ rectæ per aliquod massæ prioris elementum transeuntes; quia eo facilius evenire poterit, ut elementum G potius aliquam ex illis, quam ex his lineis teneat, dum contra mas-

sam illam vadit: sicut si e. g. urna quæpiam complures schedulas similiter convolutas contineat, quarum aliquæ numero quopiam intus signatæ sint, sed multo plures omni ejusmodi numero careant; eo censetur probabilius fore, ut fortuito aliquam ex schedulis omni numero carentibus, quam ut ex iis, quæ numero quopiam intus signatæ sint, extrahas, quo plures fuerint schedulæ omni numero carentes, quam numero quopiam intus signatæ. Jam vero numerus linearum per quodpiam massæ prioris elementum in adsumpto casu transeuntium finitus est; cum elementa massam quampiam constituentia nequeant esse numero infinita, uti §pho. II. declarabimus: lineæ autem omni materiæ puncto vacuæ in quolibet plano per punctum G, & simul per massam priorem transeunte sunt numero infinitæ, uti demonstrat Mathesis; hinc, cum præterea numerus planorum, per punctum G & simul per massam priorem transeuntium eadem Mathesi demonstrante, sit itidem infinitus; numerus linearum omni materiæ puncto vacuarum est $=\infty 2$. Itaque si finitus linearum per elementa transeuntium numerus vocetur n; est P: $p=\infty 2:n$. Hoc est, infinities, infinitate 2di gradus, probabilius est fore, ut elementum G in nullum massæ prioris elementum impingat, quam ut impingat in aliquod eorum. Quod pro alio quocunque massæ posterioris elemento æque ostenditur.

Fatendum quidem est, si elementa posterioris massæ simul sumantur, probabilitatem pro parte affirmativa hoc ex capite crescere in ratione numeri elementorum, massam posteriorem constituentium, ceteris enim paribus eo facilius evenire potest, ut quodpiam posterioris massæ elementum impingat in aliquod elementum massæ prioris, quo major est numerus elementorum eandem massam posteriorem constituentium: quia tamen numerus iste finitus est, hoc quoque ex capite probabilitas pro parte affirmativa crescet tantummodo in ratione numeri finiti. Consequenter adhuc probabilitas pro parte negativa est ad probabilitatem contrariam, ut numerus infinitus 2.*di* ordinis ad numerum finitum. Hinc sine ullo erroris metu dicere licet, non eventurum, ut ullum posterioris massæ elementum impingat in ullum elementum massæ prioris. Ponamus enim in urna quapiam contineri decem milliones schedularum, vacuarum, & unicam numero intus signatam. Nonne sine metu erroris adseverare potes, schedulam, quam quispiam ex urna illa fortuito extracturus est, fore vacuam? Et tamen hoc in casu probabilitas pro schedula vacua ad probabilitatem pro schedula numero signata, est duntaxat ut decem milliones ad unitatem: quanto ergo magis excludere debet erroris metum ea probabilitas, quæ ita se habet ad probabilitatem contrariam, ut numerus infinitus & quidem ordinis secundi ad numerum finitum?

Coroll. Si ergo vires punctorum materiæ non obsisterent; dum palpare vellemus saxa, ligna &c. his corporibus immergerentur manus nostræ, quin ulla soliditatis sensatio oriretur in nobis; nullum enim corporis nostri elementum unquam occureret ulli, etiam densissimorum corporum elemento, ac proinde nulla in nos impressio ad excitandas sensationes necessaria, aut partium dissociationem inducens, etiam à densissimis corporibus fieri posset. Unde patet, repulsivis elementorum viribus tribuendum esse, quod effectus impenetrabilitatis sentiamus,

eorundemque notiones obtineamus. e. g. Constet quæpiam particula
F.7. corporea elementis A & B (*Fig.* 7.), incurratque in eam elementum C. Tametsi elementum isthoc libere transiret inter elementa A & B, si nullæ darentur in corporibus vires repulsivæ, & attractivæ; nunc tamen ubi illud ita jam accesserit ad elementa A & B, ut eo ab illis intervallo distet, cui vires repulsivæ respondeant; ab elemento A repelletur quapiam vi CN, ab elemento B vi CH: unde exoritur vis composita CO, quæ exstinguet primum elementi C priorem celeritatem, tum novam eidem in partem oppositam indet.

93 Ceterum neque vires hæ possent impedire, ne massa quæcunque A utcunque densa per massam quamcunque B utcunque densam liberrime sine ulla nexuum dissolutione transvolet; si eidem massæ A satis magna celeritas posset conciliari. Ponamus enim dictæ massæ A transeundum esse per massam B. Non consequetur fore, ut ullum illius elementum directe feratur contra aliquod elementum hujus. Nam simili, ac num. præc. usi sumus, argumentandi ratione evincitur, quodlibet massæ A elementum, motu composito ex impressa sibi celeritate, & viribus, quas per transitum persentiscet, oriundo, eam directionem consecuturum, ut contra nullum massæ B elementum feratur directe. Hinc massa A nonnisi eam virium summam habebit superandam, quam persentiscet ab elementis massæ B, dum ipsius elementa penes elementa hujus transvolabunt: quam summam virium fore finitam, clarum utique est. Jam vero posse ab eadem massa A quamcunque finitam virium, motui suo adversantium, summam superari absque detrimento nexus suarum partium, modo satis magna celeritas eidem concilietur, hac ratione conficio. Si vires quæcunque aliquo tempore agant; notum est, effectum productum semper esse in ratione composita ipsarum virium, quæ agunt, & temporis, quo agunt, seu esse $e = vt$. Jam utcunque magna fuerit vis finita v, motui massæ A obsistens; si tamen tempus, quo ea agit, seu t fuerit exiguum, per fractionem quampiam valoris prorsus exigui exprimendum; valor facti vt, ac proinde etiam effectus e poterit esse prorsus exiguus, & insensibilis: porro quo major fuerit celeritas massæ A, utique eo minore tempore possunt in eam agere vires massæ B: quodsi ergo celeritas illa esset admodum magna, effectus earundem virium ad sensum foret nullus, ac proinde A per B transvolaret, quin celeritatis suæ, aut nexus partium suarum sensibile detrimentum pateretur. (*a*).

(*a*) *Istud hac quoque argumentandi ratione patet. Si massa* A *incurrat in massam* B; *aliquæ quidem virium areæ ejus motum adjuvabunt, at longe prævalebunt eæ, quæ eidem adversantur, ob ingentes repulsiones, quæ in minimis distantiis regnant. Differentia harum arearum, seu excessus summæ repulsivarum supra summam attractivarum dicatur* d, *&* *massæ* A *celeritas* c *sit tanta, ut sit* $c^2 > d$; *massa* B *suis viribus totam massæ* A *celeritatem extinguere non poterit, adeoque hæc per illam transvolabit. Ut enim ex iis, quæ n.* 82 *dicta sunt, intelligere licet, celeritatis* c *imminutio tota in eo duntaxat consistet, quod ejus quadratum, seu* c^2 *mulctandum sit quantitate* $= d$. *Hinc quoniam ponimus esse* $c^2 > d$, *totum celeritatis quadratum viribus massæ* B *exstingui nequaquam poterit.*

94 Ex his jam sequentium, aliorumque iis similium phænomenorum explicatio fluit. 1.*mo* Lumen per gemmas & vitra libere progreditur: ejus enim celeritas, uti suo loco videbimus, ingens omnino est. Quodsi tamen differentia virium, quæ ejus motui adversatur, etiam comparate ad ingentem illam ejusdem celeritatem sat magna fuerit, quod in opacis corporibus evenire, suo loco dicemus; ne lumen quidem poterit per corpus libere transvolare. 2.*do* Si celeritas globi ferrei, qui transire debeat inter magnetes hinc & illinc temere sparsos, non fuerit satis magna; sistetur attractione magnetum, tametsi in nullum eorum impegerit: sim auten ob celeritatem suam satis magnam vix ullum agendi tempus relinquat magnetibus; prætervolabit, quin notabile detrimentum celeritatis suæ patiatur. 3.*tio* Si contra valvam movilem sclopeto globum excutias, iste eam minime commovebit: excavabit tamen foramen moli suæ prope æquale. Nempe mutuæ valvam inter, & globum vires majori egerent tempore ad notabilem impetum toti valvæ indendum, quam quod ipsis nimia globi celeritas relinquit: at idem tempus adhuc sufficiens est, ut ejusdem globi puncta in iis valvæ punctis, ad quorum vicinitatem nimiopere accesserint, notabilem effectum præstent, eaque intensissimis suis viribus repulsivis à reliqua valvæ massa separent. 4.*to* Duo tenuissima fila (*Fig.* 11.) ita suspende, ut planum per ea transiens sit horizonti parallelum: filis substitui poterunt crines, utcunque tenues. Impone iis baculum aridum AB, qui solidiore baculo CD in medio celerrime percussus frangatur. Fracto baculo AB illæsa manebunt fila, ut ut debilissima. Cum enim baculus in medio cellerrime frangatur, extremitates A & B à filis illico resiliunt, prorsusque exiguo tempusculo premunt eadem; ut adeo sensibilem in iis effectum præstare nequeant. Contrarium experieris, si eundem baculum lentius percutias. Filorum loco solent etiam scyphi vitrei liquore quopiam pleni adhiberi. 5.*to* Idem baculus aridus adligato uni ejus extremitati filo suspendatur ita, ut sit horizonti perpendicularis, & inferiore extremitate contingat latus poculi tenuis vitrei. Si directione horizontali, versus poculum tendente, celerrime percussus in medio frangatur, poculum ne quidem commovebit; idque ob eandem prorsus rationem, ob

Fig. 11.

Ponamus jam 1) *esse* $d = 36$, $c = 10$. *Quadratum celeritatis massæ* A, *postquam hæc per* B *transvolaverit, erit* $= c^2 - d = 100 - 36 = 64$; *ac proinde ejusdem celeritas post dictum transitum erit* $= 8$. *Hoc est, celeritas massæ* A *actione virium massæ alterius ex decem gradibus suis duos amisit.* 2.) *Manente eodem valore* d *fit* $c = 20$. *Quadratum celeritatis massæ* A *post transitum, seu* $c^2 - d$ *erit* $= 400 - 36 = 364$; *est adeo celeritas* > 19, *uti patebit, si ex* 364 *radicem quadratam extraxeris. Hoc est, eædem illæ vires, quæ minori celeritati duos gradus ademerunt, majori celeritati jam ne unicum quidem integrum gradum adimere possunt. Quodsi ergo valorem* c *adhuc magis augeri concipias; massa* A *transvolando per* B *prorsus non patietur sensibile detrimentum suæ celeritatis. Quia vero hæc mutationi quoque, in nexus partium seu massæ* A, *sive massæ* B *inducendæ æque adplicari possunt neque illa poterit esse notabilis, si satis magna fuerit celeritas massæ* A *in* B *incurrentis.*

quam fila non debere in præcedente experimento lacerari, modo diximus; at si directione horizontali, in aversam à poculo partem fiat percussio; evertetur idem poculum, aut etiam frangetur. Tunc enim, uti patet, inferior baculi fracti extremitas, quæ vitrum contingit, ea percussione, fractioneque acquiret impetum versus poculum, in quod, utpote in obstaculum sui motus, tamdiu aget, dum illud frangat; aut saltem evertat.

95 Ex iis, quæ hactenus, cumprimis n. 92. dicta sunt, intelligere licet, impenetrabilitatem, quam constanter experimur in corporibus, esse corollarium quoddam virium repulsivarum, minimis distantiis respondentium. Porro veram compenetrationem in natura evenire non posse, inde etiam elucet, quod ea accidere nequeat, nisi elementa unius corporis ad attactum mathematicum elementorum corporis alterius deveniant; cum tamen infinities probabilius sit, istud nunquam futurum, quam ut aliquando fiat (92 & 93). Quodsi eveniret etiam, ut aliquando aliquod materiæ punctum contra aliud directe feratur; adhuc mutuus ipsorum attactus, & compenetratio sequi non deberet utpote cui impediendæ pares sunt vires repulsivæ puncti illius, contra quod alterum (quacunque celeritate naturali, utcunque magna) ferretur. (*a*)

96 Extensionis notionem, ejusdemque in formalem & virtualem divisionem n. 17. attullimus. Ibidem ostendimus, *virtualem* extensionem corporibus nequaquam competere: *formalis* vero eorundem extensio è theoria nostra sponte consequitur. Cum enim materiæ puncta corpus constituentia in minimis distantiis ita se se repellant, ut ad attactum mutuum devenire non possint, eadem per extensum quoddam spatium distribuantur, est necesse. Quam quidem corporum extensionem nunquam fore *mathematicæ* continuam, in confesso est: erit tamen *physice* continua, quotiescunque sensus nostros effugerint exigua illa intervalla, quibus minimæ corporis partes à se invicem sejunguntur.

§. II.

De poris, densitate & raritate, nec non divisibilitate corporum.

97 Nomine *pororum* veniunt exilissima quædam intervalla, particulis corpus constituentibus interjecta. Duo de iis quæri solent, imprimis an omne corpus poris respersum sit; deinde an pori corporum, saltem aliqui, omni prorsus materia vacui

(*a*) *Veram compenetrationem hoc in casu evitari posse, tametsi prima area repulsiva in Fig. 1.ma ponatur esse finita, in notis ad num. 73 indicavimus. Certe, ut eo jam loco innueram, haud erimus culpandi, si teneamus, Naturæ vires certis esse definitas limitibus, adeoque dici haud posse, elementa servato communi naturæ cursu, semper majori ac majori, finite in infinitum, celeritate posse in alterum incurrere. Unde possibilis est aliqua area repulsiva, enormis illa quidem, sed tamen finita, quæ par sit exstinguendæ cuivis celeritati, qua elementum unum in alterum servato communi naturæ cursu incurrere posset; tametsi possibilis sit per absolutam Dei omnipotentiam celeritas in incurrente elemento, cui exstinguendæ eadem area nequaquam sufficeret.*

sint, seu an *vacuum*, ut vocant, *disseminatum* sit in corporibus admittendum. Cartesius omnes corporum meatus, utut exilissimos, vult esse repletos subtili quadam materia, ita ut ne minimus quidem porulus omni prorsus materia vacuus sit, aut esse possit: alii contra pro vacuo disseminato depugnant.

Propositio I. Corpora omnia copiosissimis poris referta esse, amplissima evincit inductio. Nam 1.*mo* marmor, aliique lapides coloribus ad profunditatem satis magnam tingi possunt. Cum ergo color nequeat compenetrari cum particulis lapidum, is in eorundem poros se se insinuet, est necesse. 2.*do* Gemmæ, vitra, liquores plerique lucem transmittunt, imo nullum adhuc corpus est detectum, quod non deprehendatur esse diaphanum, si in subtilem bracteam extenuatum microscopio subjiciatur: patebit vero suo loco, lucem verum esse corpus; ea ergo cum corporibus compenetrari non potest, sed per eorundem copiosissimos poros transvolet, est necesse. 3.*tio* Numum argenteum superius, ac inferius imbue, & involve flore sulphuris: tum impone cochleari ferreo, cui ignis subjectus sit: sulphur accensum poros numi penetrabit, eumque in duos aut plures tenuiores numos dividet.

4.*to* Recipienti vitreo cylindrico, sed utrinque aperto AB (*Fig.* 9) impone vasculum O, è ligno duro ita efformatum, ut fibrarum ductus sursum spectent, eique infunde mercurium. Si cylindrum ita instructum adplicueris antliæ pneumaticæ disco B, aeremque ex eodem exantlaveris; pro ratione rarescentis intus aeris mercurius per poros vasculi in subjectum vas D transiens amœnam pluviæ speciem exhibebit. Nimirum rarefactione interni aeris fit, ut exterioris, qui vasculo incumbit, pressio prævaleat, liquoremque per poros vasculi urgeat. Item pelli, e. g. vervecinæ, include mercurium, eamque superius bene colligatam digitis comprime: mercurius per poros pellis transibit totus, solis sordibus intra eandem relictis.

5.*to* Corpora poris esse referta testatur etiam liquor, qui vulgo *atramentum sympatheticum* nominatur. Liquor hic est clarus & limpidus, hocque modo conficitur: sumitur medius quadrans aceti distillati, huic imponitur uncia circiter lythargyrii, hæcque in igne sinuntur medio quadrante ebullire. Hoc facto alter liquor, itidem limpidus & clarus paratur hoc modo: in vas mundum testaceum infunditur aqua pura, imponiturque illi modicum ex auripigmento, & duplum calcis vivæ; atque elapsis 24 horis alter hic liquor paratus est. Jam priore illo liquore inscribe characteres chartæ albæ. Hanc, ubi exsiccata nullum amplius characterum vestigium exhibuerit, insere primis cujuspiam libri foliis: tum ope spongiæ aut penicilli aliud chartæ folium secundo illo liquore infice, hocque folium è regione prioris in eundem librum post 400, aut 500 etiam paginas include: librum denique prælo constringe. Ubi post tempus aliquod librum aperueris; in charta primis foliis inserta characteres illos, quos eidem atramento sympathetico inscripseras, jam nigro colore ad flavum accedente expressos reperies, ut commode legi possint. Nempe subtilissimæ alterius illius liquoris, quo spongia imbuitur, particulæ per poros foliorum libri ad eam chartam, quæ characteres atramento sympathetico scriptos continet, eluctantur, coloremque characterum immutant. Cur autem immutent, alibi erit dicendi locus,

ubi hoc de phænomeno adhuc sermo redibit.

99 Propositio II. Eorum sententia, qui omnes corporum poros subtili quadam materia repletos esse contendunt, sustineri prorsus non potest. Cum enim elementa in corporibus se se contingere minime possint (33); innumera vacua intervalla inter eadem intercipiantur, est necesse.

100 *Dices.* Si tanta vacuorum pororum copia esset in corporibus; liquor quilibet per latera vasis cujuslibet liberrime diffflueret, non secus ac per cribrum quodpiam: quod tamen non experimur.

℞. *N. Sequ.* Aqua, ceterique liquores per cribrum libere diffluunt, quia vires filorum ferreorum cribrum constituentium, impediendæ diffluxioni pares, ad tantam distantiam non porriguntur, ad quantam porrigi deberent, ut transitum liquoris per notabilia illa foramina impediant. At in iis vasculis, quæ liquores continent, pori tam minuti sunt, ut per totum uniuscujusque intervallum porrigantur fortiores vicinarum vasculi particularum vires attractivæ, aut repulsivæ: fieri adeo poterit, ut aut illæ figant accedentes propius ad latera particulas liquoris, aut istæ repellant, ac proinde liquorem transitu prohibeant.

101 Ut responsio hæc evadat clarior, phænomena quæpiam huc pertinentia speciatim explicare non erit supervacuum. 1.*mo* Aqua poculo vitreo infusa non diffluit. Tametsi enim certum sit, aquam in distantiis quibusdam exiguis à vitro attrahi; quodsi tamen aqua per vitrum deberet transudare, deveniret ad eam vitrearum particularum vicinitatem, in qua jam repulsionem, eamque fortissimam experiretur: quam si vincere non possit, mirum non est, quod per latera vitri liberum transitum non habeat. 2.*do* Mercurius in auri, argenti poros se se facillime insinuat. Hæc enim corpora fortius attrahunt minimas mercurii particulas, quam illæ se se mutuo trahant: hinc eædem à se invicem separatæ particulis auri aut argenti facile circumfunduntur, adhærentque. 3.*tio.* Idem mercurius in ligneo vasculo conservatur, quin effluat, aut eidem adhæreat. Quia mercurii particulæ fortius se se attrahunt mutuo, quam attrahantur à lateribus vasculi lignei: hinc nequit fieri, ut ejusdem mercurii particulæ, vasculi lateribus vicinæ, à reliqua massa avellantur; quod tamen fieri necesse esset, si vasculo adhærerent, aut per illud transudarent. 4.*to* Charta oleo imbuta aquam retinet: oleum enim poros chartæ subiens aqueas particulas sibi viciniores repellit, eosdemque chartæ poros subire prohibet. Sic etiam linteum, si semine lycopodii obducatur, aquæ transitum negat &c.

102 Corpora, quæ sub determinato volumine multum massæ continent, *densa*; quæ vero parum, *rara* nuncupantur; ita ut è duobus corporibus illud, quod sub eodem volumine plus massæ continet, *densius*; quod vero minus, *rarius* esse dicatur.

Coroll. 1. Igitur massa corporis est in ratione composita densitatis, & voluminis. Id est, si massa corporis vocetur m, ejusdem densitas dicatur d, volumen v; est $m = vd$. Cum enim quodlibet corpus eo densius sit, quo plus massæ continet sub eodem volumine; clarum est imprimis, manente eodem volumine massam corporis esse in ratione densitatis, deinde manente eadem densitate esse in ratione voluminis: ergo generatim est in ratione compo-

sita densitatis *, & voluminis sui (*Algeb.* 198.).

Coroll. 2. Itaque si duo diversa corpora inter se conferantur; est 1) in iis generatim $M : m = VD : vd$. 2) Si volumen sit utrobique idem, adeoque sit $V = v$; est $M : m = D : d$ (*Algeb.* 172) 3.) Si sit $D = d$; est $M : m = V : v$ (*cit.*)

Coroll. 3. Clarum est, densitatem corporis esse in ratione inversa raritatis, & vicissim, seu esse $d = \frac{1}{r}$ & $r = \frac{1}{d}$ Ergo ob $m = vd$, est $m = \frac{v}{r}$. Id est, massa corporis est in ratione composita ex directa voluminis sui, & inversa raritatis (*a*).

103 Cum corpus quodlibet certa elementorum consociatorum collectio sit; facile patet, divisibilitatem pro communi corporum omnium proprietate habendam esse. Hinc tamen minime consequitur, corpora in minores semper, ac minores partes sine ullo fine esse dividua: quodlibet enim corpus finito elementorum numero constare debere, sic conficio. In quovis corpore quælibet duo materiæ puncta certo intervallo distant à se invicem: ergo si quodpiam corpus infinita numero puncta materiæ complecteretur in se ipso, ejusdem volumen infinitis numero id genus intervallis constaret, quorum unumquodque definitæ magnitudinis sit: hoc est, volumen ejus esset extensionis infinitæ; quod tamen & experien-

(*a*) *Ex iis, quæ n. 99. dicta sunt, abunde patet, omnia omnino corpora reapse admodum rara esse, tametsi testimonio sensuum nostrorum videantur densissima, omnemque densitatem, quam in iis notamus, esse comparativam duntaxat. Et sane erroneum esse nostrorum sensuum de corporum densitate præsertim absoluta testimonium, vel ex iis principiis, quæ nec ab iis quidem in dubium vocari possunt, qui in corporibus mutuum elementorum attactum admittunt, facile deduci potest. Conferamus enim aurum dati voluminis cum aqua idem volumen habente: massa auri sit* M, *densitas* D, & *eadem pro aqua parvis literis exprimantur. Erit* $M : m = D : d$ (coroll 2.) *Jam perpensa, quam experimenta produnt, auri porositate, nec ii quidem, qui in corporibus mutuum elementorum attactum admittunt, possunt inficiari, eam esse in auro pororum copiam, ut ii saltem dimidiam voluminis partem efficiant: imo eorum aliqui majorem adhuc statuunt in auro pororum copiam. Itaque volumen auro & aquæ commune vocemus* v, & *ponamus in auro esse* $M = \frac{v}{2}$: *prior proportio, loco* M *hunc substituendo valorem; abibit in hanc,* $\frac{v}{2} : m = D : d$. *Porro ex accuratissimis, passimque receptis Musschembroekii observationibus, quas nos in Part. Phys. referemus, constat, auri densitatem (seu, ut vocant, gravitatem* specificam) *ad densitatem aquæ esse circiter ut* $19\frac{1}{2} : 1$. *Hinc superior proportio, loco* $D : d$

tiæ, & rationi adversatur. Neque premunt nos eæ demonstrationes, quæ *continui mathematici* divisibilitatem in infinitum invicte ostendunt. Cum enim secundum theoriam nostram corpora sint *physice* duntaxat continua (96.); ubi in eorum divisione continuata deventum tandem fuerit ad intervalla minora, quam sit binorum materiæ punctorum distantia mutua; ulteriores divisiones non jam partientur materiam ipsam, sed intervalla vacua eidem interjecta. Ii, qui mutuum materiæ punctorum in corporibus attactum mathematicum tuentur, materiamque, ex qua corpora coalescunt, *mathematice* continuam esse volunt, videriut, qua ratione se se expediant ab iisdem demonstrationibus; quin in quovis minimo corpore infinitum partium componentium numerum admittere debeant.

104 Porro utut divisibilitas corporum reapse definitis limitibus contineatur; nihilominus stupendum omnino esse numerum, subtilitatemque particularum, in quas corpora dividi possint, plurimis experimentis evinci potest. Eorum aliqua adferre lubet. 1) Unicam olei fragrantis, e. g. anisi, rutæ guttulam adfunde uni, aut alteri libræ aquæ: totam odore suo imbuet. Unicum *ambræ* granum vesti illitum per plures annos odorem suavissimum sparget. Idem fere observatur in *moscho*, *zibetho*, &c. quin tamen hæc corpora post tot odoratas particulas quaquaversum sparsas, notabile sui ponderis dispendium etiam post longius tempus patiantur.

2) Cl. Musschenbroek testatur, Augustæ Vindelicorum fuisse artificem, qui ex unico auri grano filum duxerit 500 pedes longum. Jam pes unus continet 12 pollices, ac proinde artifex ille ex unico auri grano duxit filum pollicum 6000. Porro eodem Musschenbroekio teste, pollex dividi potest in 600 partes sensu perceptibiles: igitur vel in unico auri grano minimum 3600000 visibiles partes contineantur, oportet. Imo cylinder argenteus unica auri uncia obductus, singulari arte potest duci in filum, quod 100 leucas longitudine exæ-

---

ponendo $19\frac{1}{2}:1$, *abit in hanc*:

$$\frac{v}{2}:m=19\frac{1}{2}:1.$$

Antec. multipl. per 2, *est* $v:m=39:1$,
Multip. med. & extr. est $v=39\,m$,

Adeoque est. .... $m=\frac{v}{39}.$

Hoc est, si in auro pori dimidiam voluminis partem efficiunt, jam in aqua nequit massa plus efficere, quam unicam trigesimam nonam voluminis partem. Hinc quid jam censendum est de solidis illis corporibus, quæ aquæ supernatant, adeoque aqua rariora sunt, ut fagus, prunus? annon magis adhuc illudunt nobis sensus nostri, si in ferendo de horum densitate judicio, eorum testimonio nitamur?

quet ; & tamen quavis adhuc minima sui parte adpareat inauratus. Qua operatione unicum auri granum dividitur in plures, quam 28400000 conspicuas partes.

3) P. de Lanis refert, se non semel super hypericonis folio vermiculum quendam albissimum observasse, tam exiguum, ut oculo nudo videri prorsus non posset, ope autem microscopii, quod corpus 27000000 vicibus augebat, non major grano hordeaceo, cujus etiam figuram referebat, adpareret. Ejus pedes duplici serie positi, eodem microscopio inspecti, subtilissima fila sericea crassitudine non superabant : ac proinde singuli eorum fere 27000000 vicibus tenuiores erant subtilissimo filo sericeo. Denique, ut alia taceam, si ea putrescentis aquæ guttula, quam aciculæ cuspis excipiat, exquisito microscopio subjiciatur ; ingens numerus exilissimorum quorundam animalculorum in guttula illa liberrime natare cernetur. Jam si minimas id genus animalculorum partes ad examen revocemus ; quæ mentis acies comprehendet subtilitatem stomachi, cordis, cerebri, nervulorum, venularum, aliorumque vasorum ad functiones vitæ necessariorum? Nempe verissimum est illud D. Augustini: *Deum ita esse magnum in operibus magnis, ut minor non sit in minimis.* (a)

Schol. Quomodonam massa etiam exigua possit ingens spatium ad sensum implere, hac ratione intelligere licet. Detur e. g. granum thuris, quod implere debeat datum quodpiam spatium. Ponamus hoc spatium constare 10000 minimis sensibilibus spatiolis cubicis. Si granum thuris in 10000 partes dividi queat ; cuilibet minimo sensibili spatiolo cubico poterit obvenire aliqua thuris particula : atque ita granum thuris implebit ad sensum, totum illud spatium datum. Manente eodem thuris grano detur aliud spatium, quod prioris duplum sit, adeoque contineat 20000 minima sensibilia spatiola cubica. Ut idem granum hoc quoque spatium totum implere ad sensum possit, non aliud requiritur, quam ut illud in 20000 partes, adeoque jam prioribus subtiliores dividi queat : hoc enim pacto fieri poterit, ut nulla pars sensibilis reperiatur in dato spatio, quæ non aliquam thuris illius particulam contineat. Imo si thuris granum in particulas longe plures dividi queat, ac sit numerus minimorum sensibilium spatiolorum cubicorum datum spatium constituentium ; quælibet sensibilis pars spatii dati non unicam duntaxat, sed plures thuris illius particulas subtiles complecti poterit. Ex quibus hæc corollaria fluunt.

(a) *Si fœno conciso, aut aliis plantis, earum floribus, seminibus &c aliquid aquæ superfundatur, idque complexum in loco tepido relinquatur ; post tempus aliquod innumera procreantur animalcula microscopica, oculis tunc primum discernenda, quum exigua ejus aquæ guttula microscopio subjecta fuerit. Massa quoque farinacea, bene jam antiqua, & acida, e. g. qua bibliopegi glutinis instar utuntur, si adfusa aqua in loco tepido fermentare sinatur, animalcula microscopica suppeditat. In aceto, si aeri libero diutius expositum sit, præsertim injectis aliquot granis piperis, serpentes microscopici enasci solent. Jucundum etiam præbent spectaculum ea animalcula, quæ in putridis Parmensis casei pulveribus, microscopio subjectis cernuntur.*

Coroll. 1 Si massa quæpiam exigua in minores semper & minores finite in infinitum partes dividua esset; ea spatium omni, quod cogitari possit, majus dicto modo implere posset. Tunc enim quæcunque massa utcunque exigua semper in totidem particulas dividi posset, quot minima spatiola sensibilia in quocunque spatio utcunque magno reperirentur. Quæ quidem massæ utcunque exiguæ divisibilitas negari non posset, si elementa corporum se se contingerent, atque ita particulam aliquam stricte continuam efficerent: *continui* enim stricte talis divisibilitatem in infinitum Mathesis evidenter demonstrat.

Coroll. 2. Tametsi nullum corpus possit reapse in minores semper & minores partes sine ullo fine dividi; si tamen aliqua massa, utut exigua, in particulas admodum subtiles, adeoque admodum copiosas dividua sit, potest ea ingens omnino spatium ad sensum implere totum. Quo autem majus fuerit spatium illud, quod exigua quæpiam massa totum implet ad sensum; eo plures, ac proinde eo subtiliores esse oportet eas particulas, in quas massa illa divisa est. Hinc e. g. ambram in particulas stupendæ omnino subtilitatis dividuam esse patet; cum ejus massa ceteroquin insensibilis spatium ingens odore impleat.

CAPUT QUINTUM.

De cohærentia partium in corporibus.

§. I.

Variæ philosophorum de cohærentia opiniones.

105 Inter præcipua naturæ phænomena, quæ peculiarem attentionem merentur, est cohærentia partium in corporibus, quæ omnibus retro actis temporibus Philosophorum ingenia non parum divexavit. Epicurus eam ab hamatis quibusdam, uncinatisque particulis repetebat. At quamvis ex ejusmodi particulis, sicubi adessent, inter se implicatis corpus coalescere posset; quis tamen omnem universe cohæsionem corporum ab iisdem repetendam putet? Nonne corpora lævigata sola partium adpressione ita cohærent, ut nisu perpendiculari ægre distrahantur? anne vero ob hamatas eorundem particulas mutuo implicatas? Deinde nonne hamatæ id genus particulæ ex elementis inter se consociatis exurgerent? unde vero mutua horum cohærentia? quos uncos, hamosque in simplicibus materiæ punctis comminisci poteris?

106 Plerique hodiernorum Carthesianorum cohærentiam à mutuo partium contactu secundum planas superficies, & subtilissimi cujusdam fluidi jugi pressione pendere volunt. Aer externus, inquiunt, aliudque præterea fluidum aere vulgari multo subtilius corpora omni ex parte comprimit: quodsi ergo minimæ partes in corpore secundum planas quasdam superficies se se contingant; actio,

fluidi easdem comprimentis erit fortis, adeoque partes illæ firmiter inter se cohærebunt. Addunt autem, subtilissimo illi fluido corpora, utcunque densa, esse pervia, proindeque illud aeri, è recipiente ope antliæ extracto per poros recipientis liberrime succedere; ut adeo etiam in vacuo Boyleano partium cohærentiam in corporibus præstare possit.

Schol. Priusquam opinationem hanc refutemus, experimenta quæpiam Cl. Musschenbroekii (*Introd. in Philos. Nat.* §. 1098.) referre juvabit. Fecit is cylindros ex variis corporum generibus: singulorum diameter erat unius pollicis Rhenani, & undecim linearum; planæ superficiei, & fere usque ad splendorem politæ. Eosdem pontentissime calefecit, ut sebum bovinum, quod eis adlevit, quasi ebulliret; tum cylindrum cylindro impositum aliquantum in rotundum fricuit, ut adlitum sebum cylindrorum poros subiret magis, aerque inter eosdem interceptus expelleretur: denique constrictos cylindros exposuit frigori, inque sequentem diem quietos reliquit. Postridie eosdem suis instructos anullis divellere tentabat Musschenbroekius variis ponderibus adpensis; his vero ponderibus sunt divulsi:

Ex argento facti, libris 250.
Ex vitro . . . . 300.
Ex marmore albo . . . . . 600.
Ex orichalco . . . . 800.
Ex ære fulvo . . . . 850.
Ex ferro . . . . 950.

107 Ex his facile jam patet infirmam esse Cartesianorum de cohærentia opinionem. Nam imprimis vulgaris aeris pressionem tantæ cylindrorum cohærentiæ efficiendæ parem non esse sic conficio: ex suspensione Mercurii in tubis Torricellianis elucet, quamlibet aeream columnam in superficie terræ esse in æquilibrio cum ea mercurii columna, quæ sit ejusdem cum illa diametri, altitudinis vero circiter 28 pollicum. Quo posito, si ineatur calculus, patet vim atmosphæræ aereæ dictos cylindros comprimentis circiter 41 librarum ponderi esse parem. Cum ergo cylindris illis 800 & amplius libræ fuerint adpendendæ; ut divellerentur; eorundem cohæsio atmosphæræ aereæ adsignari non potest. Adde, id genus experimenta, teste eodem Cl. Authore, etiam in vacuo Boyleano esse capta, & ibi quoque cylindros marmoreos centenis etiam ponderibus adpensis cohæsisse.

108 At neque à pressione alterius cujusdam fluidi, aere tenuioris, quod jam *ætheris*, jam *materiæ subtilis* nomine insigniunt Cartesiani, potest repeti dictorum cylindrorum cohærentia. Nam ea pressio in cylindris, ac proinde etiam cohærentia, esse deberet vel in ratione superficierum, quibus cylindri gaudent, vel in ratione densitatis eorundem cylindrorum vel denique in ratione utriusque composita: nihil vero dici horum potest. Non 1:*mum* secus enim omnes cylindri eodem modo cohæsissent, cum omnium eadem fuerit superficies. Non etiam *alterum*: "si enim „præter sebum, ait Musschenbroek, „densitas corporum concurrat, an „tum non marmor, exploratorum „maxime porosum, minore pondere „fractum, & sejunctum fuisset, „quam multo densius argentum, aut „vitrum?" Ex his vero aperte consequitur, neque tertium dici posse.

Neque *dicas*, ideo cohæsisse firmius Musschenbroekii cylindros marmoreos, quam argenteos, quod in marmoreis plures planæ superficies exiguæ venerint ad contactum mutuum, quam in argenteis, numeroque id genus superficierum responderecohæsionem. Nam argentum est

corpus densius, majorisque polituræ capax, quam sit marmor: quomodo ergo potest dici, plures superficies planas & politas contingere se se in marmoreis Muschenbroekii cylindris, quam in argenteis? Deinde conferamus unam virgam cylindricam argenteam cum æque crassa marmorea. Partes argenteæ firmius utique cohærent inter se in virga argentea, ac cohæreant inter se marmoreæ in altera: cum ergo Cartesiani has quoque cohæsionis ab ipsa natura effectas explicent per contactum mutuum minutarum superficierum planarum; agnoscant, oportet, in argentea virga plures adesse superficies planas se se contingentes, quam in marmorea. Hoc autem agnito, qua ratione poterunt dicere, in politis superficiebus cylindrorum marmoreorum plures minutas superficies posse contingere se se, quam in politis superficiebus argenteorum, æquales diametros habentium?

Deinde hæc cohæsionem explicandi ratio sine mutuo partium attactu mathematico stare non potest: cum ergo in minimis distantiis vires repulsivas, mutuo particularum corpus constituentium attactui mathematico repugnantes, regnare ostensum sit (33); hæc cohæsionem explicandi ratio prorsus collabatur, est necesse. Adde, hypothesim ætheris omnino precariam esse, ita ut prorsus non possit ostendi existentia subtilis materiæ, iis proprietatibus præditæ, quas ei adstruere necesse habent Carthesiani, ut per eam phænomena aliquo modo explicare queant: cujusmodi proprietates sunt, quod ea careat gravitate, quod omnia cœlorum spatia impleat, nec tamen astrorum motui resistat, quod omnia corpora gravia reddat, ingentique vi versus telluris centrum detrudat, tametsi in focis causticorum vitrorum, in quibus tamen potenter concentrata est, ne plumulæ quidem loco propellendæ par sit &c. Itaque de alia cohæsionis causa invenienda cogitandum nobis est.

§. II.

Quæ sit vera cohærentiæ causa?

109 Propositio. Cohærentia corporum oritur à mutuis particularum ipsa constituentium viribus, dum nempe eæ particulæ ad eas distantias mutuas, positionesque deveniunt, ut ulteriori ipsarum accessui mutuo vires repulsivæ, recessui autem attractivæ adversentur, adeoque dum dictæ particulæ in iis limitibus collocantur, quos n. 79 *limites cohæsionis* nuncupari diximus: ita tamen, ut particulæ etiam extra dictas distantias mutuas sitæ cum vicinis cohærere possint, si ob vires e. g. repulsivas undique resistentes, de statione sua nec in hanc, nec in aliam partem decedere queant. *Prob.* Nam imprimis, postquam ostensum est, vires repulsivas auctis distantiis in attractivas abire, & contra (74); dubitare non possumus, particulas corpus constituentes ad eas positiones mutuas devenire posse, ut ulteriori earundem accessui mutuo vires repulsivæ, recessui autem attractivæ adversentur: quas positiones ubi obtinent particulæ, easdem cohærere debere, vel ex n. 80 patet. Quare si quidquam deferimus primæ Newtoni philosophandi regulæ, cohærentiam corporum à dictis positionibus mutuis, seu limitibus, ut vocant, cohæsionis repetamus, est necesse.

Istud tamen ita, ut, quemadmodum altera Propositionis pars habet, particulæ etiam extra dictos limites sitæ cum vicinis cohærere possint, si ob vires e. g. repulsivas undique

resistentes, de statione sua nec in hanc, nec in ullam aliam partem decedere possint. Sic si e. g. punctum C (*Fig.* 3.) à circumsitis punctis A, B, F, G, D &c., quæ in validis cohæsionum limitibus sita sint, undique repulsivas vires persentiscat, quæ ab unoquoque puncto eo validius exerantur, quo punctum C magis ad ipsum accesserit, tuncque solum sint in æquilibrio, quum idem punctum C eo, quem figura exhibet, loco constiterit; facile patet, punctum C etiam extra limitem cohæsionis constitutum positionem suam conservaturum esse. Sed præcipua cohæsionis phænomena singillatim exponamus.

110 I. Diversa est in diversis corporibus cohæsio partium, sæpe major in massa rariore, minor in densiore: sic in adamante longe validius cohærent inter se particulæ, quam in auro, ut ut istud illo longe densius corpus sit. Universe enim eo firmius cohærent inter se materiæ puncta, & ex his coalescentes particulæ, quo firmioribus in limitibus existunt: hoc est, quo validiores sunt vires illæ, quæ limites cohæsionis stipant, cumprimis attractiva, separationi particularum cohærentium adversans. Porro quoniam vel ex quatuor materiæ punctorum in se se mutuo agentium diversis positionibus tanta virium varietas oriri potest, quantam breviter indicavimus n. 90; aucto materiæ punctorum numero varietas illa pene in immensum excrescere potest. Poterit adeo fieri, ut è compositis omnium punctorum actionibus hoc in corpore hæ enascantur vires, cohæsionem tuentes, aliæ in alio; sæpe validiores in rariore quopiam corpore, quam in alio densiore. Unde patet, qui fieri possit, ut difficilius frangatur e. g. chalybea virga, quam plumbea ejusdem crassitudinis. Nempe tametsi majorem habeas in hac frangenda, quam in illa numerum limitum simul superandorum; singuli tamen limites in virga chalybea longe firmiores sunt, quam in plumbea: ut adeo in chalybea respectu plumbeæ defectum numeri limitum abunde compenset firmitas eorundem.

111 II. Quædam corpora certa directione facilius alia vero directione difficilius dividuntur: quia fieri potest, ut in iis limites cohæsionis certa directione superandi, sint multo debiliores, quam ii sint, qui vincendi essent, si secundum aliam directionem deberet corpus dividi. e. g. Ligna facilius finduntur secundum fibrarum ductum, quam directione, quæ sit ei ductui perpendicularis. Nam in unaquaque id genus fibra, è quibus velut totidem tenuissimis tubulis inter se devinctis lignum componitur, longe firmius cohærent inter se particulæ, quam integra illa fibra cum aliis fibris sibi vicinis cohæreat: cum ergo fissione secundum fibras directa fere illa duntaxat cohæsio vinci debeat, quæ inter fibras integras intercedit, altera vero sectione omnes fibræ duas in partes secandæ sint; mirum non est, facilius dividi ligna secundum fibras, quam directione ductui earundem perpendiculari.

112 III Musschenbroekius, dum experimenta n. 106. *Schol.* relata institueret, etiam in iisdem cylindris pro varietate interpositorum corporum diversam est expertus cohærentiam: sic cohærentia cylindrorum ex orichalco, qui interposito sebo bovino 800 libris adpensis divellebantur, interfuso sebo equino 32 libris adpensis vinci poterat. Nempe pro varietate corporis interpositi variæ enasci possunt vires

attractivæ, cylindrorum separationi resistentes. Ex hoc eodem fonte profluit, quod quædam corpora hoc glutinis genere, alia alio facilius inter se copulentur. Sic ichtyocolla cum spiritu vini præbet gluten, quo vitrum cum vitro bene jungi potest. Pro metallis inter se uniendis varia *ferruminum* genera solent usurpare artifices. e. g. Duæ partes stanni cum una plumbi parte in igne mixtæ præbent ferrumen apud Laminarios usitatum (*a*).

113 IV. In quibusdam corporibus, antequam fragantur, observamus quandam fibrarum distractionem, aut compressionem. Cum enim cohæsio non ab attactu mutuo punctorum, sed à limitibus, in quibus ea collocata fuerint, dependeat: evenire potest, ut eorundem distantia mutua augeatur, aut imminuatur, ac proinde corpus distrahatur, aut comprimatur, tametsi cohærentia adhuc perduret. e. g. Mutua duorum materiæ punctorum distantia sit = AI in *Fig.* 1. Poterit materiæ punctum ex limite I adduci ad P, aut distrahi ad O, quin adhuc suam cum puncto A cohæsionem amittat (80.); utque cohæsio inter hæc duo materiæ puncta tollatur, illa suis è limitibus ea vi distrahantur, oportet, quæ omnes sequentes arcus attractivos, exiguis distantiis respondentes superet, adducatque puncta illa ultra omnes limites, efficiendæ cohæsioni pares. F. 1.

(*a*) *Lapides in construendis ædificiis cæmento, ex calce* & *arena aqua commixtis parato, uniri solent.* "*Optima est arena fossilis (inquit Musschenbroek* »Introduct. ad Philos. natur. §. 1102) *quæ aspera,* & *manu confricta facit* »*stridorem; non valet mollis, terrosa; minus bona quoque est fluviatica, nisi* »*excernatur ex glarea,* & *terra: arena de littore marino id habet vitii, quod* »*ob salem marinum adhærescentem difficulter siccescat, nec firmos præstet* »*parietes.*"

"*Aqua etiam ad firmitatem concurrit: ponderetur enim calx sicca nondum* »*exstincta, tum arena,* & *lateres: calx subacta cum aqua,* & *arena inter late-* »*res ponatur: postquam deinde elapso tempore lateres cum calce consolidati sunt,* »*pensio repetita pondus auctum ostendit, ponderis augmentum à sola aqua or-* »*tum: hæc aqua adeo firme calci adhærescit, ut levi ustulatione in igne expelli* »*nequeat: expellitur tamen à diuturna,* & *vehementi ustione, tumque calx ite-* »*rum in pulverem friatur.... Si vasa porcellanea sint fracta; in corpus unitum* »*pristinæ formæ probe jungantur, funibus colligentur, lebeti immittantur una* »*cum lacte bovino,* & *oryza, per trihorium coquantur: dein refrigerata,* & »*exempta non minus firma sunt, quam nova, ejusdemque usus.*" *Hactenus ille.*

Gypsei pulveres adfusa aqua in ferreo instrumento potentius cocti, si illico interponantur fractis partibus marmoris, vel alterius lapidis, partesque fractæ colligentur; hæ rursus egregi cohærebunt. Calx quoque viva, in pulveres redacta, gypsique pulveribus mixta, post ejusmodi coctionem lapides (etiam intra aquam) bene unit. Præstans lapidum gluten est etiam albumen ovi, cum calce viva subactum.

Caseus recens in bullientem aquam injectus, bis terve spatula concussus, tum mox in mortario cum calce viva, prius in pulveres redacta commixtus egregie unit vitra, lapides, cumprimis autem ligna. At in aqua rursus perit cohæsio: imo eandem etiam extra aquam post tempus longius perire experientia docet.

114 V. Si ferrum in quibusdam aquis mineralibus diutius hæreat, abire solet in cuprum, uti videre est in Valle-Dominorum, & Szomolnokini in Hungaria. Istud hoc modo evenit: ejusmodi aqua acido vitriolico referta est, quæ priusquam è terræ visceribus erumpat, per loca cuprifera transiens, copiosissimis cupri particulis imbuitur. Hæ igitur particulæ inferri foveolas se se insinuant, arcteque inter se cohærentes crustam efficiunt, à figura ferri, quod interea vi ejusdem aquæ, velut cujusdam *menstrui*, sensim dissipatur, non adeo abludentem (*a*).

Eadem fere est explicatio variarum *petrificationum*, dum nimirum diversa corpora, ut herbæ, ligna, pisces &c. in lapides conversa deprehenduntur. Harum aliquæ potius *incrustationes* dicendæ sunt, quum nimirum lapideæ particulæ nonnisi crusta inducta tegunt corpus illud, cui adhærent. At in aliis *petrificationibus* subtilissimæ particulæ lapideæ id genus corporis e. g. ligni poros intimos pervadunt, cunque minimis hujus particulis ad validos cohæsionis limites deveniunt: unde novum corpus lapideum, priore longe densius, firmiusque, magnam tamen partem retentis prioribus ductibus & forma, enascitur.

115 VI. Peculiare cohærentiæ phænomenon observatur *in lachrymâ*, ut vocant, *Batavica*, & *vitro Bononiensi*. *Lachryma Batavica* à Batavis, quod si eam primi detexerint, confecerintque, nomen sortita, est vitrum solidum (*Fig.* 5.), lachrymæ ex oculis per vultum defluentis formam referens. Consit ex massa vitrea simili illi, ex qua communia fenestrarum vitra confici solent: nempe massa illa ope calami ferrei, cujus in vitriariis usus est, igne funditur, guttatimque in aquam frigidam immititur. Hujusmodi vitrum in crassiore nodo validos mallei ictus sustinet: quodsi tamen ejus tenuis cauda frangatur; cum strepitu dissilit, abitque in minutos pulveres. Scilicet exteriores lachrymæ partes in aqua frigida subito coarctatæ ad fortes cohæsionis limites deveniunt, figunturque, dum abhuc interiores in vehementi motu sunt constitutæ. Hinc pronum est consequi, ut exterior crusta admodum adversetur oscillationibus interiorum particularum, harumque motus prius exstinguatur repulsivis crustæ viribus, quam ad debitos cohæsionis limites devenire potuerint. Itaque multæ interiorum particularum extra limites cohæsionis sub arcubus repulsivis constiterunt, quæ proinde in violento quodam statu sunt, fere uti in lamina chalybea elastica duæ extremitates, quas manu ad se se invicem adducis, violentum quendam statum obtinent, ut primum manum removeris, à se ipsis recessuræ. Hinc si e. g. in A frangatur lachrymæ caudula, removetur ex ea parte obex, qui interiorum particularum, se se quaquaversus (quod in areis repulsivis consistere coactæ sint) expandendi nisum prius elidebat: quapropter vim suam illac potenter exerunt; qua eruptione efficiunt, ut reliquas quoque particulas complures, quæ in limi-

(*a*) *Hanc naturæ operationem arte imitari licet. Si enim vitriolo cæruleo in aqua soluto, vel solutioni cupri, in spiritu nitri factæ, tum aqua dilutæ imponatur lamella chalybea, probe polyta; ei adhærebunt post tempus aliquod particulæ cupreæ quæ in solutione delituerunt.*

tibus collocatæ erant, ex iisdem deturbent, totamque guttam in vitreos pulveres abire cogant. Sæpe, ut effectus iste consequatur, major caudulæ pars avellenda est, eaque e. g. in B frangenda: quo casu particulæ etiam ultra A versus B firmiter, cohærent, ut adeo interioribus particulis erumpendi occasio non præbeatur, nisi profundius e. g. in B fractio fiat. Porro phænomenon hoc in vacuo Boyleano perinde, ac in aere libero evenit.

Vitrum Bononiense non secus ac lachryma Batavica, dum adhuc candet, in frigidam aquam injicitur:
F. 6. ejus formam exhibet Figura 6.ta Quodsi exiguum silicis frustum in illud injiciatur, hujus acuta cuspide crusta vitri discinditur, interioribusque particulis, quæ in violento quodam statu positæ sunt, (fere uti de lachryma Batavica paulo ante locuti sumus) erumpendi via aperitur; quo ipsarum motu complures aliæ particulæ de limitibus cohæsionis debilioribus depelluntur, atque ita vitrum disrumpitur. Immisso in vitrum istud plumbi frusto non consequitur idem phænomenon: nam molle plumbum non potest discindere vitri crustam, uti discindit acuta duri silicis cuspis. Porro Bononiensis quoque vitri nodus crassior, uti de lachryma Batavica dictum est, fortes mallei ictus sustinet, scilicet præter cohæsionem partium, ipsa etiam nodi figura, quæ instar fornicis est, ad id multum, imo plurimum conferente.

§. III.

Respondetur ad quasdam objectiones.

116 *Objic. cont. n.* 109. 1.*mo* Si partes cujuspiam fracti corporis rursus componas, comprimasque, prior earundem cohæsio nunquam recuperatur; atqui recuperari deberet, si ea prius à limitibus cohæsionis orta fuisset; ergo. *P. min.* Id genus partium sibi rursus adpressarum extimæ moleculæ ad priores distantias mutuas redeunt; ergo deberent restitui iisdem limitibus cohæsionis, in quibus erant ante divisionem; consequenter priorem cohæsionem recuperare deberent.

℞. C. *maj. N. min.* Ad prob. *D. ant.* Ad priores distantias mutuas redeunt ad sensum *T. ant.* reapse *N. ant.* & *cons.* Ad eosdem limites recuperandos non sufficit, *ad sensum* duntaxat recuperare priores distantias, & positiones mutuas, sed utræque *reapse* recuperandæ essent. Quis autem adserere ausit, istud evenire unquam? Profecto si istud eveniret, in qualibet alia sententia partibus sibi adpressis pristina cohærentia restitui deberet. e. g. In sententia Cartesianorum, si minimæ planæ superficies partium fractarum, sibique rursus adpressarum, accurate priores positiones suas recuperarent; utique haud aliter se se mutuo contingerent omnes, ac ante fractionem: hinc æther quoque unamquamque ipsarum non minus adprimeret alteri, ac prius: ergo non minus deberent partes illæ sibi adpressæ cohærere, ac prius.

Cur autem nequeant partes illæ sibi adpressæ cohærere ut prius, ratio est hæc: dum id genus partium scabræ superficies sibi adprimuntur, multæ prominentes particulæ ultra limites cohæsionis progressæ deveniunt ad distantias validissimæ repulsionis, antequam reliquæ ad aliquos cohæsionis limites adpulerint: unde cohærentiam impediri est necesse. Imo tametsi aliquæ particulæ eodem tempore adpellant ad limites cohæsionis, quo prominentes cuspi-

des ultra eosdem procurrunt ; ob ingentem tamen repulsionem, quam hæ persentiscunt, ubi cum quibusdam moleculis ad minimas deveniunt distantias, illæ quoque ex his limitibus illico deturbantur.

Urg. 1. Si dicta substisterent evenire non posset, ut duo specula vitrea plana, polita cohæreant, dum unum eorum imponitur alteri ; nam utcunque ea poliantur, semper supererunt aliquæ particulæ ceteris magis prominentes ; ut vel microscopio detegi potest : quæ tamen cohærere experientia docet.

℞. Etsi non possint unquam ita poliri corpora, ut omnes etiam insensibiles asperitates tollantur ; quo tamen magis politæ fuerint superficies, eo minores, paucioresque remanent in iisdem cuspides, quæ supra ceteras particulas emineant: hinc eo plures particulæ poterunt simul ad limites cohæsionis devenire præsertim si superficies illæ sibi tantisper interantur ; ut adeo tametsi quædam prominentes cuspides etiamtum repulsionem persentiscant, hæc tamen tot alias particulas ex iis limitibus, ad quos devenerant, prorsus exturbare non possit, atque ita aliqua superficierum cohærentia enasci debeat.

Urgeb. 2. Polita ejusmodi corpora ægre distrahuntur directione superficiebus perpendiculari, facile autem, si altera per alteram excurrat motu parallelo ; atqui eadem difficultate deberent separari, seu hac, sive illa directione tentaretur distractio, si cohærentia ipsorum oriretur à limitibus cohæsionis : ergo. *P. min.* Utraque directione totidem limites essent superandi, videlicet omnes ii, à quibus superficierum cohæsio haberetur ; ergo.

℞. C. *maj.* N. *min.* Ad prob. D. *ant.* Utraque directione totidem limites superandi essent ; quodsi tamen id genus corporum separationem directione superficiebus parallela tentem, aliquæ vires adjumento mihi sunt, quæ non tantum non juvant me, si eandem separationem tentem motu superficiebus perpendiculari, sed potius adversantur mihi C. *ant.* secus N. *ant.* & *cons.*

Sint duæ id genus superficies cohærentes AB & CD in *Fig.* 12. Eæ, ut ut cohæreant, se se non contingent, sed exiguo quodam intervallo FG à se invicem distabunt. Sit OM diameter circuli centro G descripti, & eam inferioris superficiei partem complectentis, quæ vires exiguis distantiis respondentes exercere queat in aliquam superioris superficiei particulam F, puncto G imminentem : adsumamus in area hujus circuli quotcunque binaria æqualium particularum, hinc & illinc ad latera sitarum, & ab F æque distantium, ut sunt O & M, R & S &c. In quolibet binario una particula eandem fere vim exeret in particulam F, quam altera, sed si una adversabitur ejus motui, directionem FB habenti, altera eundem fere tantundem adjuvabit : nempe si particula O egerit in eam vi attractiva FO, particula M aget in eandem vi pariter attractiva FM &c. Idem erit de particulis *o* & *m*, *r* & *s*, ubi particula F ad *f* promota fuerit. Itaque particula F, exigua vi moveri poterit directione FB, superficiebus parallela. Quod de ceteris quoque superioris superficiei particulis, quæ à cohærentibus marginibus satis remotæ sint, æque ostenditur. At de iis, quæ in marginibus, aut prope illos sitæ sunt, paulo aliter loquendum est. Cum enim e. g. extima particula B adducitur ad *b* ; ea magis jam distat à particula D, quam prius distiterit,

Fig. 12.

ac proinde si prius erat in limite cohæsionis, nunc jam vires attractivas persentiscit, motui suo adversantes; limiti enim cohæsionis in majore distantia adjacet area attractiva (79): porro vires hæ, uti consideranti patet, jam non eliduntur ita, uti in particula F, à marginibus remota. Ubi autem nisu perpendiculari distrahuntur eædem superficies; integra omnium simul limitum resistentia, seu omnes areæ attractivæ iis in majore distantia adjacentes superari debent, uti expendenti clarum est.

Urgeb. 3. Ex his consequeretur, etiam marmoris integri, nec unquam adhuc divisi partes, id genus parallelo motu ipsis impresso, haud difficulter divellendas fore; atqui istud experientiæ adversatur; ergo. *Prob. ant.* Sit in *Fig.* 10. cylinder marmoreus AB, concipiantur in eo duæ partes ACD, & BCD, quæ tamen reapse neque sint, neque fuerint unquam divisæ. Quæcunque de duabus superficiebus politis, sibique adpressis paulo ante dicta sunt in responsione, his quoque duabus marmoris integri partibus adplicari possunt; quod si ergo parti superiori ACD imprimatur motus directione CD; hæc quoque haud dificulter deberet per inferiorem excurrere.

Fig. 10.

℞. *N. ant.* Ad prob. *N.* iterum *ant.* Nam imprimis negari non potest, in theoria nostra evenire posse, ut è materiæ punctis ad validissimos limites mutuo devenientibus enascantur id genus exilissimæ fibrillæ, quarum partes dificulter separentur, qua demum cunque directione tentetur earundem distractio. Sic si e. g. in *Fig.* 7. tria puncta A, B, C fuerint mutuo in fortissimis cohæsionis limitibus; cohærebunt firmissime, suasque positiones mutuas tuebuntur: si enim e. g. punctum B à duobus ceteris avellere tentaverit causa quæpiam: quoniam post limitem cohæsionis in majore distantia sequitur arcus attractivus (81), mox punctum illud vires attractivas punctorum A & C persentiscet. Si deinde idem punctum B urgeatur ad accedendum versus A & C; quoniam limitem cohæsionis in minore distantia semper præcedit arcus repulsivus (*cit.*), vires repulsivæ eorundem punctorum accessui huic obsistent: si denique punctum illud ad latus urgeatur, ut e. g. ad punctum C accedere, & simul ab A recedere incipiat; huic ejus motui vis repulsiva puncti C, & simul attractiva puncti A adversabuntur. Porro quodcunque planum CD concipias per cylindrun AB, planum illud per innumeras id genus exilissimas fibrillas *ab*, *bc*, *cd*, &c. transibit, quarum extremitates hinc partis superioris, illinc inferioris foveolis immissæ cum earundem parietibus arcte cohæreant; quæ nisi discerpantur omnes, non posse superiorem cylindri partem per inferiorem directione CD excurrere, in aperto est. Dum autem polita marmora adprimuntur, denticuli, qui adhuc supersunt perquam exigui post quamvis lævigationem, in foveolas se immittere, & ad ulteriores validiores limites devenire non possunt, ob resistentiam virium repulsivarum, quæ ante eos limites se se objiciunt, & omnes uno eodemque tempore simul superari deberent.

Fig. 7.

117 *Obj. 2do* Cohæsio hemisphæriorum concavorum, quæ *Magdeburgica* vocantur, & repetitis ope antliæ suctibus interno aere orbata validissime cohærent, repetenda est à pressione aeris exterioris, contra interiorem nimiopere attenuatum prævalentis: ergo nequit generatim dici, cohærentiam corporum à limitibus

cohæsionis esse repetendam. *Ant.* inde patet, quod ejusmodi hemisphæria in vacuo Boyleano facillime divellantur, uti & extra illud, si aer in eorum cavitatem rursus immittatur.

℞. C. *ant.* & ajo, additum esse in Propositione num. 109, posse cohæsionem quarundam particularum oriri etiam ex collocatione earundem extra limites cohæsionis, si ob vires e. g. repulsivas undique resistentes, de statione sua nec in hanc, nec in ullam aliam partem decedere possint. Atque ad hanc Propositionis exceptionem revocari demum possunt etiam hemisphæria Magdeburgica, extracto interno aere inter se cohærentia. Nam ea à se invicem avelli nequeunt facile, ob resistentes externi aeris vires repulsivas, quarum efficacitas ab interno aere tunc elidi nequit; at eorundem margines nequeunt etiam magis ad se se invicem accedere ita, ut ad limites cohæsionis sat validos deveniant, idque ob potentes vires repulsivas, hujusmodi accessui resistentes: atque ita cohæsionem suam re ipsa contrariis his viribus debent. Nisi forte intra eorum margines cera, sebum, aut quidpiam simile interpositum fuisset: hoc enim casu aliqua cohæsio hoc etiam ex capite oriretur; fere uti de cylindris Musschenbroekianis superius locuti sumus.

Schol. Donec sebum, aut quodvis aliud corpus cylindris à Musschenbroekio interpositum, erat calidum, cohærentia eorundem exigua fuit: tunc enim particulæ nimio in motu erant, tum demum, ubi sebum, & cylindri refrixissent, validis sensim limitibus adhigendæ. Item facile divelluntur id genus cylindri, si lamina sebi ipsis interpositi nonnihil crassior sit: eo enim casu cylindrorum superficies à se invicem magis distant, quam ut ad fortes cohæsionis limites mutuo pervenire possint; ac proinde tota cylindrorum cohærentia in eo consistet, quod unus cum una, alter cum altera interjecti sebi superficie veniat ad limites cohæsionis. Unde patet, eo casu ad superandos cylindros non plus esse necessarium, quam ut ea vincatur cohærentia, quæ inter binas sebi crassioris superficies intercedit.

CAPUT SEXTUM.

De variis cohærentiæ generibus.

§. I.

De corpore fluido, & solido, ubi etiam ad quasdam objectiones respondetur.

118 *Fluidum* corpus dicitur, cujus partes cuivis externæ impulsioni cedunt & motus intestinos, ac comparativos facile admittunt. *Solidum* corpus illud vocamus, cujus particulæ ita inter se connexæ sunt, ut careant ea promptitudine ad mutandas positiones mutuas, recipiendosque motus comparativos, quæ ad fluiditatem necessaria est.

119 Propositio. Ut corpus fluidum sit, has duas proprietates habeat, est necesse: 1) ejus particulæ quaquaversus easdem ad sensum vires exerant: 2) id genus particulæ in eo corpore omnem in partem sat æquabiliter distribuantur. *Prob.* Corpus fluidum est, cujus partes cuivis externæ impulsioni facile cedunt, & ad motus comparativos promptissimæ sunt (*præc.*): atqui istud conveniet corpori, si illud dicti generis particulis constiterit, secus autem non conveniet. Si enim corporis particulæ quaquaversus easdem ad sensum vires exerant; simulque omnem in

partem sat æquabiliter distribuantur; quælibet earum quaquaversus ab aliis particulis ad latera sitis, à quibus æqualiter distat, æquales ad sensum vires persentiscit, ut consideranti patet; &, si loco movenda sit, ad totidem novas particulas accedet, quæ ipsius motum attractione sua adjuvent, vel repulsione impedire nitantur, quot particulas deserit, quæ pari attractione ipsius motum impedire, aut repulsione adjuvare nitantur: quare contrariis & æqualibus viribus se se undique elidentibus, quælibet id genus particula in corpore ipso de uno loco in alterum, seu desertis sibi proximis particulis ad aliarum vicinitatem devenire poterit, hoc est, corporis ejus particulæ motus comparativos recipere facile poterunt. Ex adverso, quo major fuerit defectus harum proprietatum in particulis corpus constituentibus, eo major erit inæqualitas virium, quas quævis particula ab aliis sibi vicinis hinc & illinc persentiscet: ac proinde eo minus prompta erit ad motus comparativos.

Coroll. 1. Si cujuspiam corporis particulæ fuerint sphæricæ, & simul in æqualibus à centro distantiis homogeneæ, id est, tales, quarum puncta in superficies concentricas ita disponantur, ut in æqualibus à centro distantiis fere pari numero, æquabiliterque disposita sint; quælibet ejusmodi particula quaquaversus ad sensum aget æquabiliter, uti & per se facile patet, & ex iis, quæ dissert. 3. de sphærarum attractionibus dicentur, uberius elucebit. Quodsi ergo cujuspiam corporis particulæ sint sphæricæ in æqualibus à centro distantiis homogeneæ, sintque præterea particulæ illæ omnem in partem æquabiliter distributæ; id corpus fluidum sit, oportet.

Coroll. 2. Ex adverso, si in aliquo corpore particularum figura plurimum recesserit à dicta sphærica, vel distributio materiæ punctorum in æqualibus à centro distantiis admodum diversa fuerit; corpus illud solidum esse debebit. Eo enim casu particulæ non agent quaquaversus æquabiliter, directionibus in ipsarum centra contendentibus, sed particula quævis alteram etiam in æqualibus distantiis fortius attrahet hac sui parte, quam alia, aut etiam forte hac parte attrahet illa repellet. Non ergo habebitur promptitudo ad quosvis motus comparativos, sed particula una respectu alterius non modo distantiam, verum etiam positionem servare debebit.

120 Etsi autem nonnisi id genus particulæ habeant ex natura sua, ut quaquaversus æqualiter agant, quæ sunt sphæricæ, & in æqualibus à centro distantiis homogeneæ (*præc. cor.* 1.): evenire tamen *per accidens* potest, ut & alterius generis particulæ quandoque ad sensum quaquaversus æquabiliter agant, uti patebit ex sequentibus: ergo evenire *per accidens* potest, ut ejusmodi quoque corpus, cujus particulæ nequaquam sunt sphæricæ, & in æqualibus à centro distantiis homogeneæ, fluidum evadat: id quod in metallis fusis usuvenire, dicemus inferius. Sed jam aliqua fluidorum phænomena sunt speciatim explicanda.

121 I. Quædam fluida, ut aer, se se constanter expandere nituntur. Nam e. g. aer non habet particulas positas inter se in limitibus cohæsionis, sed sub arcubus repulsivis limites cohæsionis præcedentibus: quare eædem constanter se se repellant, oportet, ut ut mutuus ipsarum recessus impediatur vel incumbente superioris aeris pondere, vel parietibus vasis, in quo forte conclusæ detinentur. Et quidem quod

ad liberum aerem attinet, is, qui telluris superficiem ambit, maxime compressus est, cum totius reliquæ atmosphæræ moles ipsi incumbat: hinc ejusdem particulæ, cum pro ratione compressionis ad se se accedere debeant, in areas repulsivas mutuo nimiopere ingrediuntur, ac proinde se se fortiter conantur repellere. Porro quo remotior est aer à superficie telluris, eo minori premitur incumbentis atmosphæræ pondere; hinc eo ratior est, & eo minorem se se expandendi conatum exerit: is, qui extremam terrestris atmosphæræ superficiem constituit, pene in ipsis cohæsionis limitibus, ultra quos vires attractivæ, ipsas ab ulteriore expansione prohibentes, regnant, habet collocatas particulas: unde etiam raritas ejus ingens omnino est. Quia vero in tota atmosphæra hoc modo constituta, quælibet particula quaquaversus à particulis, à quibus fere æqualiter distat, æquales fere vires experitur, hæ se se mutuo elidunt: unde consequitur, quamlibet id genus particulam ad recipiendos motus comparativos esse promptissimam, haud aliter ad sensum, quam si nullis vicinarum particularum viribus adficeretur.

122 II. In quibusdam autem fluidis vires attractivæ notantur, ut in aqua, mercurio &c. Quarum intensitas, utcunque magna, prorsus non officiet fluiditati, modo illæ se se undique elidant: vires enim, quæ se se mutuo elidunt, utcunque magnæ fuerint, mobilitati particularum prorsus non adversantur, ut clarum est. At neque dependet fluiditas à minori, vel majori densitate corporis: potest enim fieri, ut in densiore quopiam corpore adsint eæ particularum conditiones, quas ad fluiditatem necessarias esse, n. 119. diximus, non item in alio rariore, aut contra.

123 III. Partes fluidorum ad æquilibrium se se componunt. Eæ enim pondere suo, & simul remotiorum nonnihil particularum attractione ad se se eousque accedunt, donec ulterior accessus impediatur jam repulsione vicinissimarum particularum. Unde etiam si aliqua ex causa imminuatur aliqua in parte gravitas, ut vocant, *specifica* fluidi; mox illud adfluent undique graviores fluidi portiones, dum turbatum æquilibrium recuperetur. Verum ea, quæ ad æquilibrium fluidorum pertinent, in Partic. Physica erit uberius explanandi locus.

124 Fluidum, si adhærescat solido, comparate ad illud dicitur *humidum*; *siccum* autem, si non adhærescat. Unde patet, posse fieri, ut idem fluidum respectu unius solidi sit humidum, non item respectu alterius. Sic aqua est humida respectu ligni, vitri, corporis humani &c. non item respectu plumarum anseris, quibus non adhæret: aquæ poculo infusæ superficiem probe insperge semine lycopodii; in eam immittere poteris digitum, quin madefiat: globuli sebo inuncti, tum semine lycopodii inspersi pariter non madefiunt in aqua &c. Porro diversitas hæc oritur à diversitate virium, quas idem fluidum à diversis corporibus persentiscit, quemadmodum vel ex is intelligere licet, quæ n. 101 dicta sunt.

125 Cum nequeat corpus solidum in fluido progredi, quin æqualem fluidi, molem loco depellat; palam est, fluidum ut ut tenuissimum motui corporis in ipso progredientis continenter resistere. Ut resistentia hæc, quatenus fieri potest, definiatur, ad hæc advertendus est animus. 1) Quo major fuerit superficies, quæ

findit fluidum, eo magis resistit, ceteris paribus, fluidum motui corporis ea superficie præditi; eo enim majus fluidi volumen loco depellendum est quovis tempusculo: unde etiam difficilius finditur aqua remi plana superficie, quam ejusdem acie. Quod si ergo dicta resistentia vocetur r, superficies massæ mobilis s, erit ceteris paribus $r = s$. 2) Celeritas mobilis, seu c, duplici ex capite auget resistentiam. Imprimis quo major est celeritas mobilis, eo pluribus fluidi particulis debet mobile illud communicare motum eodem tempore, ut progredi possit; quare hoc ex capite jam est $r = c$. Deinde quo major est ejusdem mobilis celeritas, eo major singulis fluidi particulis celeritas est communicanda, ut expendenti patet; quare altero quoque hoc ex capite est $r = c$: ac proinde spectata sola mobilis celeritate est $r = c^2$. 3) Quo densius fuerit fluidum, eo plures ipsius particulæ erunt singulis tempusculis de sua statione dimovendæ; resistentia ergo sequitur densitatis quoque fluidi rationem. 4) Denique fluidum ceteris manentibus pro ratione suæ tenacitatis resistit motui dicti corporis: est ergo resistentia etiam in ratione tenacitatis fluidi. Quodsi ergo alia rerum adjuncta, quæ variationem aliquam inducere possunt in resistentiam, non attendantur; compositis rationibus hactenus recensitis est generatim $r = sc^2dt$. Seu resistentia fluidi est in ratione composita ex directa simplici superficiei, & duplicata celeritatis solidi in fluido progredientis, nec non ex simplici densitatis, & tenacitatis fluidi. At sunt adhuc alia quoque capita, ex quibus resistentia fluidi aliquantum crescere possit; quæ tamen ad calculum revocare frustra tentaveris. e. g. Si celeritas corporis in fluido progredientis nimia sit; particulæ fluidi, quæ motui obstant, nimiopere coacervantur, redduntur que inter se viciniores: quo ex capite resistentiam crescere debere, facile patet. Unde pro dicta resistentia formulam, *quatenus fieri licet*, statuimus: quæ tamen compluribus sane phænomenis explicandis sufficit.

e. g. Ex ea patet ratio, cur difficilius sit in aqua ambulare, quam in aere: cur in eadem aqua major sentiatur resistentia, quum celeriter progreditur aliquis, minor vero, si lente incedat: cur framea frangi possit, si ejus plana superficie aquam celerrime percutias: cur aqua instar solidi corporis resistat iis, qui se se in eam è loco alto dant præcipites: cur fistula ferrea minutos plumbi globulos nequeat ad tantam promovere distantiam, ad quantam promovet globum unicum ejusdem ponderis cum minutis illis globulis simul sumptis, tametsi utroque casu eadem nitrati pulveris quantitate oneretur; quia nempe major est superficies minutorum id genus globulorum simul sumptorum, ac sit superficies unici globi, idem cum illis pondus habentis: cur charta in globum convoluta facilius ex alto decidat, quam si expansa sit &c.

126 *Obj. cont. Prop. n.* 119. 1.mo Si particulæ quaquaversus æqualiter agentes inducerent fluiditatem; eandem inducerent etiam elementa homogenea, ac proinde quodlibet corpus, ex homogeneis elementis conflatum, deberet esse fluidum: atqui istud non subsistit; ergo *P. maj.* Etiam elementa homogenea quaquaversus easdem exerunt in iisdem distantiis vires (27); ergo.

℞. *D. maj.* Eandem inducerent etiam elementa homogenea, si ea in corpore quopiam sat æquabiliter es-

sent in omnem partem disposita *C. maj.* secus *N. maj. C. min.* & *N. cons.* Eadem distinctio est ad *Probat.* adplicanda.

Ad fluiditatem non sufficit corporis particulas esse ejusmodi, ut quaquaversus easdem exerant in iisdem distantiis vires; sed præterea requiritur id genus particularum æquabilis quædam quaquaversus distributio (119): ut nimirum, dum quæpiam id genus particula A recedere debet in corpore ab alia particula sibi vicina B; fere ad totidem particulas accedat constanter, quæ suis viribus motum ipsius adjuvent, quot sunt eæ, à quibus recedit, quæve eidem motui adversantur, aut contra: secus enim vires contrariæ non elidentur, proindeque particulæ impedientur à mutuis suis positionibus facile variandis. Quare puncta quoque materiæ, corpus aliquod constituentia, tunc solum essent ad quosvis comparativos motus recipiendos expedita, fluiditatemque per se se immediate inducerent, si comparate ad eas vires, quas in alia vicina exerunt, tam æquabiliter essent in aliquo corpore quaquaversus disposita, ut si unum eorum ad motum comparativum incitetur, ita semper accedat ad aliqua materiæ puncta, ab aliis vero recedat, ut constanter in æqualibus distantiis eundem fere numerum elementorum comparate ad dictas vires æquabiliter dispositorum quaquaversus circa se habeat. Hæc autem æquabilis materiæ punctorum distributio in corporibus nuspiam habetur. Quod ut pateat, notandum est, particulas corpus constituentes in diversos ordines referri. *Infimi ordinis* dicuntur eæ, quæ ex individuis elementis proxime componuntur; illæ vero sunt *altioris ordinis*, quæ ex infimi ordinis particulis inter se cohærentibus confiunt; & adhuc altioris illæ, quæ ex his coalescunt, & sic porro, usque dum ad sensibilia corpora perveniatur. Jam dum ex his variorum ordinum particulis confit corpus, clarum est, inter easdem plurimos diversissimæ figuræ, voluminisque hiatus vacuos intercedere debere, qui efficiant, ut materiæ punctorum distributio in corporibus dicta æquabilitate omnino careat.

127 *Obj. 2.do* Si ad fluiditatem requirerentur id genus particulæ, quæ quaquaversus easdem ad sensum vires exerant; plumbum non posset liquatione evadere fluidum: atqui evadit; ergo. *Prob. maj.* Plumbum non constat ejusmodi particulis, quæ quaquaversus easdem ad sensum vires exerant: secus enim etiam post refrigerationem maneret fluidum, uti manet e. g. mercurius; ergo.

℞. *N. maj.* Ad prob. *D. ant.* Plumbum non constat &c. possunt tamen ejus particulæ à copioso igne eum obtinere statum, ut quamdiu ab eodem certa ratione agitantur, quaquaversus easdem ad sensum vires exerant *C. ant.* secus *N. ant.* & *cons.*

Tametsi nonnisi particulæ sphæricæ in æqualibus à centro distantiis homogeneæ habeant id ex natura sua, ut in corpus, in quo æquabiliter dispositæ sunt, inducant fluiditatem; nihilominus videbimus inferius, ubi de liquatione corporum agemus; posse per accidens evenire, & reapse evenire etiam in liquatione corporum, ut ejusmodi etiam particulæ, quæ ceteroquin à dictis sphæricis non parum abludunt, eum obtineant statum, in quo quaquaversus easdem ad sensum vires exerant, atque ita ad inducendam fluiditatem aptæ evadant.

Schol. In glacie non adest æqua-

bilis illa particularum aquearum omnem in partem distributio, quam num. 119 ad fluiditatem requiri diximus: quod quidem qua ratione evenire queat, in Part. Phys. expositurі sumus. Hinc vires, quibus particulæ glaciei in diversas partes urgentur à circumsitis particulis, non sunt quaquaversus æquales, se seque elidentes: consequenter carent promptitudine illa ad motus comparativos, sine qua fluiditas stare non potest.

§. II.

De corpore duro, molli, ductili, rigido, fragili, & elastico.

128 Corpora *dura* vocantur, quorum partes arcte cohærent inter se, & nonnisi majore vi adhibita possunt comprimi; cujusmodi corpus est e. g. marmor. In hujusmodi corporibus vires cohæsionem particularum tuentes admodum fortes sint, oportet. Nempe ulteriori particularum accessui mutuo, ad sensibilem corporis compressionem sufficienti ingentes vires repulsivæ, distractioni vero earundem attractivæ resistunt.

Coroll. In nullo unquam corpore contingunt se se particulæ, adeoque etiam in densissimis corporibus ad majorem adhuc inter se vicinitatem adduci possent, si satis magnæ vires adhiberentur: nullum igitur corpus est *perfecte durum*, seu tale, ut nulla ratione vel minimum comprimi possit.

129 Corpus *molle* nuncupamus, quod facile comprimitur, compressumque retinet eam figuram, quam compressione acquisivit; e. g. cera. Hæc corporum adfectio à limitum exiguo robore, & simul magna frequentia dependet. Nempe exiguum limitum robur efficit, ut particulæ de iisdem facile depelli possint: frequentia vero eorumdem præstat, ut particulæ, quam primum de prioribus cohæsionis limitibus dimotæ fuerint, mox ad alios deveniant, in iisque consistant, quin ad priores limites reverti, & quas compressione amiserant, positiones suas mutuas recuperare nitantur.

130 *Ductilia* corpora, quæ vulgo etiam *malleabilia* dicuntur (quod nimirum validis, crebrisque mallei ictibus extendi, & ad quascunque figuras recipiendas adigi possint) à mollibus hoc duntaxat ex capite differunt, quod istis major sit imprimenda vis ad immutandam figuram, quam illis. Certe quemadmodum ea, quæ juxta adlatam num. præc. definitionem *mollia* nuncupamus, vel tenui digitorum pressione novam acquirunt figuram, quam deinde retinent, ita *ductilia*, e. g. aurum, argentum &c. ictu validiore mallei mutant priorem suam figuram, retinentque novam, quam acquirunt.

131 Nunc descripta corpora *ductilia*, uti est e. g. ferrum, imprimis particulas suas in iis distantiis mutuis collocatas habeant, oportet, quibus imminutis mox fortes repulsiones, auctis autem fortes attractiones respondeant, seu ut brevius rem efferamus, particulas suas in ejusmodi limitibus collocatas habeant, oportet, in quibus curva virium sub angulo satis magno secet axem: deinde id genus limites satis frequentes sint, id est, imminutis distantiis mutuis frequentissime abeant vires attractivæ in repulsivas, & vicissim. Ex priore enim capite sat magna vi opus erit, ut particulæ de limitibus suis deturbari queant, uti de corporibus duris n. 128. dictum est: ob frequentiam vero limitum eveniet, ut particulæ, quam-

primum de prioribus cohæsionis limitibus dimotæ fuerint, mox ad alios deveniant, in iisque consistant, quia ad priores limites reverti, & quas compressione amiserant, positiones suas mutuas recuperare nitantur; quemadmodum de mollibus corporibus n. 129. locuti sumus.

132 Corpus erit *rigidum*, & simul *fragile*, uti est e. g. virtrium, si particulas suas in ejusmodi limitibus habeat collocatas, in quibus sub angulo sat magno secet axem curva virium, & qui præterea vires hinc & inde ad exiguum prorsus intervallum pertinentes habeant, sed ita, ut post hujusmodi intervallum vel nulla sequatur amplius sensibilis attractio mutua particularum, vel ingens consequatur arcus repulsivus, qui sequentes arcus attractivos omnes omnino superet. Corpus, inquam, quod particulas suas in hujusmodi limitibus collocatas habuerit, rigidum erit, & simul fragile. Nam in hujusmodi corpore difficilius poterunt particulæ de limitibus cohæsionis deturbari, quam in mollibus corporibus: postquam autem adhibita sufficiente vi tantisper à se ipsis avulsæ fuerint; neque redibunt amplius ad priores limites, neque novis limitibus adfigentur, ut expendenti clarum est: ac proinde non amplius cohærebunt.

133 *Elasticum* corpus dicitur, quod inflexum, tensum, aut compressum pristinæ figuræ se se restituit. e. g. Virga recenter de arbore desecta, chorda ex intestinis ovium efformata, globuli eburnei &c. Porro corpus est *elasticum*, si particulas suas in ejusmodi limitibus cohæsionis habeat collocatas, circa quos bini arcus satis ampli sint, axem sub angulo non admodum magno secantes. Tunc enim non magna vi opus est, ut eædem particulæ adducantur ad majorem inter se vicinitatem compressione, aut tensione à se ipsis distrahantur: quodsi autem præterea arcus limitibus adjacentes sat ampli fuerint; moderata compressione, aut tensione non efficietur, ut particulæ è limitibus dimotæ eosdem arcus transiliant; verum sub iisdem manebunt, cessanteque vi comprimente, aut tendente ad eosdem limites revertentur, ac priores suas positiones recuperabunt: quemadmodum de materiæ puncto é limite cohæsionis tantisper abducto locuti sumus n.80. Sed quædam elasticitatis phænomena speciatim explanemus.

134 I. Si virga elastica moderate inflectatur, se se pristinæ figuræ restituit; frangitur vero, si inflexio juxto validior fuerit. Nam in convexa inflexæ virgæ parte dimotæ suis è limitibus particulæ areas attractivas ingrediuntur, cum mutuæ inter eas distantiæ augeantur; & ob rationem contrariam eæ particulæ, quæ interiorem, seu concavam partem occupant, ad repulsivas mutuarum virium areas deveniunt. Quod si jam moderata sit inflexio; particulæ illæ dictas areas non transilient, adeoque cessante vi inflectente ad priores limites revertentur: si autem inflexio fuerit juxto validior, particulæ transiliunt eos arcus, qui limitibus cohæsionis adjacent; & siquidem ad novos cohæsionis limites adpellant, porro quoque cohærebunt, sed retenta nova illa positione, quam inflexio induxit; sin minus, cohærentiam tolli necesse erit.

Schol. Globulos elasticos, dum corporibus duris adlisi resiliunt, comprimi, hoc experimentum evincit: tingatur globulus elasticus colore quopiam, aut sebo illinatur; pro ratione majoris aut minoris impactus, major aut minor circellus efformabitur in loco collisionis: manifesto uti-

que indicio crescentis pro ratione impactus compressionis.

135 II. Elastica corpora partim sunt solida, partim fluida. Nam prorsus non repugnat naturæ fluidorum, ut circa eos cohæsionis limites, in quibus, vel prope quos collocatas habent suas particulas, adsint arcus amplitudinis ad elasticitatem requisitæ, uti de aere diximus n. 121.

136 III. Quorundam corporum elastica vis humore vitiatur, aliorum calore læditur: si virga elastica inflectatur, diutiusque hoc in situ detineatur, tametsi deinde cesset vis comprimens, priorem figuram suam non amplius recuperat &c. Ad hæc & alia id genus phænomena explicanda generatim notandum est, tunc elasticitatem conciliari corporibus, quum ea inducitur partium dispositio, ut e. compositis omnium materiæ punctorum viribus enascantur limites cohæsionis amplis arcubus stipati; tunc ex adverso perdi, si contraria fiat partium consociatio. Porro dicta dispositio particularum ad elasticitatem requisita interdum obtinetur superflui humoris expulsione, interdum admixtione alterius corporis, ut olei, sulphuris &c. Diuturniore situ inflexæ virgæ tollitur elasticitas; nam aliis particulis sensim avolantibus, aliis vero ex aere subeuntibus novæ fiunt virium compositiones, & particulæ, quæ, dum virga inflectebatur, suis è limitibus dimotæ diu in violento quodam statu persliterant, tandem novos cohæsionis limites adipiscuntur, nisumque priores suas dispositiones recuperandi amittunt.

137 Porro è generalibus hujusmodi responsionibus non rite inferet Cartesianus: nos quoque mere possibilem elasticitatis causam adsignare, cum tamen ceteroquin contra hypotheses tantopere depugnemus. Nam certum est imprimis, mutatis distantiis mutuis variari vires, ita ut atrractivæ in repulsivas abeant, & vicissim adeoque dari aliquos harum virium limites: certum est deinde, vires has in diversis corporibus pro diversa materiæ punctorum compositione, numeroque diversas esse posse, ac etiam debere (90), ac proinde etiam limites in diversis corporibus esse diversos. Ubi autem de existentia id genus causæ, variaque ejusdem in variis casibus constitutione generatim certi sumus, utique è phænomenis discendum est, quænam definite sit causæ illius in diversis casibus constitutio; & si in una casuum classe cernamus ejusmodi phænomena, quæ limitum amplioribus arcubus stipatorum necessaria corollaria sint, in alia autem classe occurrant phænomena, quæ è limitum frequentia suapte fluant, neque cohæreant cum amplis arcubus limites cohæsionis stipantibus; profecto recte inferimus, in priore classe casuum limites amplis arcubus stipatos, in altera autem admodum frequentes esse oportere. Hac enim philosophandi methodo causæ reapse in natura exstantis diversas in diversis casibus constitutiones à *posteriori* deducimus; quo præstito, si adlatis superius responsionibus utamur, profecto nihil comminiscimur pro solo arbitrio, sed juxta primam philosophandi regulam, veram sufficientemque causam phænomenis adsignamus. Non inficior quidem longe perfectius nos philosophaturos, si ope legum Mechanicæ definire possemus, quinam definite limites in quovis singulari casu debeant è compositione virium enasci: at istud ab homine exigi non posse, quisque videt.

138 Cartesiani diversissimis modis conantur ope sui ætheris explicare elasticitatem: unam eorum hy-

pothesim expendamus. Dum e. g. elastica virga inflectitur (inquiunt) pori cylindrici abeunt in conicos, seu tales, qui laxiores sint ex parte convexa inflexæ virgæ, angustiores vero ex parte concava. Hinc quoniam subtilissimus æther facilius, majoreque copia influit in partem laxiorem, quam effluat per angustiorem; impingit in latera convergentia pororum; eademque repetitis ictibus tamdiu quatit, dum cylindrica pororum figura, ac proinde etiam pristinus particularum in corpore situs recuperetur. At præterquam quod hæc explicandi ratio pro solo arbitrio sit excogitata, juxta hos Philosophos æther semper in convexam, seu laxiorem inflexæ virgæ partem influeret, efflueret vero per partem concavam, seu magis compressam: igitur quacunque verteres convexam ejusdem virgæ partem, hæc semper incurreret in torrentem ætheris, contraria directione sibi occurrentem. Hinc si ejusmodi compressarum virgarum temere congestarum immanis concipiatur cumulus, ex innumeris partibus ad unum eundemque cumulum confluet æther; nam per uniuscujusque virgæ convexam partem ingredietur, per concavam vero egredietur. Quæ & alia his similia quam parum verisimilitudinis habeant, animus à præjudiciis liber facile adsequetur.

CAPUT SEPTIMUM.

De chemicis corporum proprietatibus.

§. I.

De solutione.

139 Nomine *proprietatum chemicarum* designari solent peculiares quædam operationes naturæ, quas Chemici varie resolvendo, uniendo corpora, oculis ipsis subjiciunt, & in præstantissimos usus humanos derivant. Hujusmodi operationes sunt: Solutio, Præcipitatio, Fermentatio &c.

140 *Solutio* fit, quum duo corpora se se mutuo in subtilissimas particulas dividunt, & simul particulæ corporis unius cum particulis alterius permiscentur, arcteque copulantur, ita ut ab iis discerni nequeant, sed cum iisdem unum jam corpus ex toto æquabile oculis sistant. Hoc modo experimur solvi argentum in aqua forti, sal in aqua &c.

141 Ex iis corporibus, quæ se mutuo solvunt, saltem alterutrum fluidum sit, oportet: nam uti patebit ex sequentibus, ad solutionem perficiendam necessarium est, ut unius corporis particulæ circumfundi queant particulis alterius. Fluida, quorum ope alia corpora solvuntur, *menstrua* solent nuncupari. Quodsi menstruum nonnisi vi potentioris ignis, quo liquatur, conservetur in statu fluiditatis tempore solutionis; solutio dicitur *sicca*: secus autem *humida*. e. g. Dum terræ adjecto sale alcali fixo in igne abeunt in vitrum; earum in alcali fixo solutio est *sicca*:

solutio ferri in spiritu nitri est *humida.* Quoniam autem non omnia corpora iisdem menstruis solvi possunt; de hoc corporum discrimine, à Chemicis copiose pertractari solito, nos aliqua duntaxat seligemus, adnotabimusque, priusquam ipsam generalem solutionis theoriam proponamus.

142 1.*mo* Commune salium omnium menstruum est aqua. (*a*) 2.*do* Aurum, quamvis nec ab acido nitri; nec ab acido salis communis, seorsim acceptis, solvatur; solvitur tamen ab eorundem commixtione, quæ *aqua regia* dici solet. (*b*) Aqua regia est menstruum etiam cupri, plumbi, stanni &c. at non argenti. 3.*tio* Argentum ab aqua forti solvitur. (*c*) Est vero aqua fortis reliquorum quoque metallorum menstruum, excepto auro: ea tamen, ut plumbum, aut ferrum rite solvat, æquali circiter aquæ portione est

---

(*a*) *Aqua peregrinis, quibus communiter scatet, particulis adjuta, ipsa etiam metalla adgreditur. "Cum aqua in vasis ferreis, cupreis, plumbeis, & » stanneis diutius detenta metallicum inde induat saporem, & hæc metalla etiam » inde evidenter rodantur; hinc eam aliquid de illis recipere, clarissime arguitur."* *Spielman* Inst. Chem. §. 52.

(*b*) *Aqua regia conficitur plerumque ex aqua forti, & sale ammoniaco injecto, adhibita* distillatione, *seu illa operatione chemica, qua liquor aliquis ex quopiam corpore proliciendus, ope ignis id genus corpori subjecti, in vapores resolvitur, & hi vapores, debito instrumentorum adparatu denuo in guttas densantur, colliguntur que. Est autem aqua fortis ipse spiritus nitri, sed peculiari methodo ope admixti aluminis, aut vitrioli è matrice sua expulsus: sal autem ammoniacum acido salis communis fœtum est* (64). *Aliqui pro conficienda aqua regia accipiunt aquam fortem frigidam, eique injiciunt successive sal ammoniacum, vel sal commune, aut instillant spiritum salis communis, idque tamdiu, dum observent, injectum aurum ab eadem solvi: quæ enim acidi salis ad acidum nitri ratio necessaria sit, ut ex eorum mixtione, bona aqua regia exurgat, tentando deprehenditur. Cl. Vogel ait, optime parari aquam regiam ex una parte aquæ fortis & octava parte salis ammoniaci, vel salis communis, vel denique spiritus salis communis.*

(*c*) *Communis aqua fortis non solet esse ab acido salis communis penitus libera; mixtio autem hujus acidi cum acido nitri adversatur solutioni argenti, uti ex aquæ regiæ in argentum inefficacitate patet. Ut ergo aqua fortis argentum perfecte dissolvere queat, ab acido salis communis purganda est: id quod hac methodo obtineri potest. Argentum purissimum (quod à peculiari operatione chemica, qua ab ignobilibus metallis sibi immixtis perpurgari solet,* cupellatum *dicitur) dissolvatur in sufficienti quantitate aquæ fortis nondum præparatæ, qualis est, quæ communiter venumdatur: filtretur solutio, & ejus aliquot guttæ instillentur aquæ forti ad præparationem destinatæ: continuetur autem instillatio tamdiu, donec aqua fortis præparationi destinata non turbetur amplius, nec calx quædam albicans in eadem ad fundum deferatur. Hic liquor post horas aliquot, postquam omnis jam calx ad fundum subsedit, caute defundatur, aut coletur; præbebit is spiritum nitri, ab acido salis communis (utpote quod cum argenteis particulis, quibus adhæserat, ad fundum præcipitatum est) purgatum, ac proinde argento solvendo jam aptiorem. Operatio hæc* præcipitatio aquæ fortis *dici consuevit.*

diluenda. Denique aqua fortis præter alia solvit etiam lapides calcarios. e. g. Si tabulæ, è lapide calcario efformatæ, cera liquata characteres inscribas; adfusa aqua forti characteres hi manebunt intacti, reliquoque lapide ad aliquam profunditatem exeso, distincte legendi prominebunt.

143 Quod ad reliqua menstrua attinet: 1) *Acidum vitrioli* auro parcit. Ad argenti & cupri in acido vitrioli solutionem requiritur, non tantum bene concentratum oleum vitrioli (*a*), sed etiam coctio. Spiritus vitrioli duabus aquæ partibus dilutus solvit plumbum etiam sine coctione; cumprimis autem ferrum, & zincum, idque cum hoc peculiari phænomeno, quod halitus è postremis his duabus solutionibus ascendentes admota candela protinus inflammentur, & in vas resiliant, illudque non raro cum fragore disrumpant. Cumprimis autem notanda est in acido vitrioli mira illa vis, quam in aquam exercet, qua fit, ut si vel in vitrum madidum infundatur, illico calor, & effervescentia oriatur. 2) Acidum *salis communis* facultate pollet dissolvendi cuprum, ferrum, stannum &c. attamem auro, nec non argento parcit. 3) *Acetum* habet vim resolvendi corpora calcaria; item plumbum & ejus calces, unde dulcem saporem simul acquirit: adgreditur etiam cuprum, ferrum &c. 4) *Oleum olivarum* dissolvit plumbum, & stannum (*b*) 5) *Lixivium alcalinum* sive simplex, sive adjecta calce viva paratum dissolvit coctione pinguedi-

---

(*a*) *Acidum vitrioli, si concentratum, seu à phlegmate probe separatum sit, vulgo* oleum vitrioli *nominatur: non quasi naturam olei haberet (nam* olei *nomine stricte venit substantia inflammabilis, in aqua non solubilis; cum tamen oleum vitrioli cum aqua potenter effervescat, in eademque solvatur) sed quod consistentia sua oleum aliquantum æmuletur. Acidum vitrioli phlegmate dilutum nomine* spiritus *vitrioli designatur.*

(*b*) *Cl. Spielman, postquam ostendit, plumbum ab oleis unguinosis sola etiam digestione solvi, hæc subjicit* l. cit. pag. 92. "*Id etiam ex nostro labore sequitur, inquit, quod cum plumbum, corpori humano in parca quoque quantitate ingestum, perniciosissimos edat effectus; & mos olea unguinosa in vasis plumbeis adservandi, & supellex cibaria ex stanno, quippe cui ad hos usus nunquam non plumbum adjiciunt, —sanitati quam maxime contrarientur.*" *Eodem modo morem in vasis plumbeis adservandi res in cibum aut potum sumendas reprobant Cl. Boerhaave, Backer, aliique eo etiam ex capite, quod plumbum ab acidis quoque resolvatur. Cuprea instrumenta, in hujusmodi usus adsumenda, prius stanno interne obduci solent; quod secus cuprum facillime solvatur, virusque suum eduliis, ac potibus ipso contentis immisceat: certe vel aer humidus cuprum viridi ærugine inficit. At Cl. Marggraf* Chymische Schriften part. 2. pag. 87. & sequ. *multis experimentis contendit, stannum etiam optimum, ac purissimum non solum solvi ab acidis vegetabilibus, sed etiam bonam arsenici portionem in se continere: unde nec stanno, etiam optimo, est prorsus fidendum; præsertim si acida in cibum aut potum sumenda, diutius in eodem adserventur. Denique ab oleo olivarum cuprum quoque solvi certum est. Si enim in vasculo cupreo præsertim novo, vel per unam noctem aliquid olei olivarum detineatur; illud non exigua æruginis copia infici, ejus viriditas notabiliter aucta prodet.*

nes, olea expressa &c. 6) Mercurius ipse menstruum est metallorum, excepto ferro. Nempe metalla adfuso mercurio vivo abire solent in tertium quoddam corpus molle, quod quædam metalli in mercurio vivo solutio est, *amalgamaque* vocatur. e. g. Si mercurio vivo in lapidem mortarium infuso injiciantur frusta foliorum stanni, eidemque ope pistilli interantur; acquiritur amalgama stanneum.

144 Jam ut theoria solutionis è generali virium theoria deduci queat; contemplemur 1.*mo* duas quaspiam solidi corporis particulas
F.4. A & B (*Fig* 4), in limitibus cohæsionis sitas, ac proinde cohærentes. Vires attractivæ, quas particulæ hæ in menstrum exerunt, per majus intervallum porrigantur, ac sit dimidia earundem distantia mutua: e. g. particula A eas in menstruum undique per intervallum = A*a*, B vero per intervallum = B*b* (excepto utrobique exiguo illo prope attactum intervallo, in quo solæ jam regnant repulsivæ vires) exerat. Quod si jam præterea hæ particularum A & B in menstruum vires per totum intervallum A*a* & B*b* fortiores sint, ac sit mutua particularum A & B attractio; hæc impedire non poterit; quominus menstruum particulæ A undique per intervallum = A*a*, & particulæ B undique per intervallum = B*b* circumfundatur. Quo facto, particulæ hæ intervallo A*a* + B*b* sejungentur à se invicem, ac proinde cohæsionem mutuam perdere poterunt. Hoc ergo modo intelligi potest, quomodo minimæ corporis solvendi particulæ in exilissimos globulos, qui sensus nostros effugiant, menstruo undique cinctos, & priori cohæsione privatos abire queant.

145 2.*do* Ponamus attractivas particularum A & B in quempiam liquorem vires esse quidem longe fortiores, ac sint eæ, quibus eædem particulæ mutuam cohæsionem suam tuentur; attamen vires eas tam fortes non porrigi per majus intervallum, ac sit dimidia particularum A & B distantia mutua, sed tantum e. g. per intervallum = A*c* = B*x*. Hoc casu vi fortis illius attractionis id genus liquor particulæ A nonnisi ad intervallum = A*c*, & particulæ B ad intervallum = B*x* undique circumfundi debebit: hinc autem minime debere mutuam particularum A & B separationem consequi, clarum est. Unde intelligere licet, qui fieri queat, ut liquor quispiam A majorem habeat *chemicam*, ut vocant, *affinitatem* cum dato corpore solido, quam liquor B, & tamen corpus illud solidum à liquore B solvatur, non item ab A. Sic major sane vis adhæsiva, seu affinitas chemica intercedit inter acidum salis communis & argentum, quam inter acidum nitri & idem argentum; cum nihilominus argentum solvatur in acido nitri, non item in acido salis communis. Vide Erxleben *Anfangsgründe der Chemie* §. 543.

146 3.*tio* Ponamus imprimis particulas homogeneas A & B per intervalla A*a* & B*b* viribus attractivis agere in menstruum; ponamus deinde particulæ A jam undique circumfussum esse menstruum per intervallum = A*a*, ita ut tota ejus, ut vocant, *attractionis sphæra a m n o* eodem repleta sit, at particulæ B, in ejusdem vicinitate, uti Figura exhibet, existenti menstruum necdum esse circumfusum. Particula B in iisdem quidem distantiis easdem vires exeret in menstruum, quas A; at ob vires illas auctis distantiis decrescentes, menstrui particulæ ad *o* sitæ fortius jam trahentur à particula B,

utpote viciniore, quam ab A remotiore retrahantur: itaque particulam A deserent, & particulæ B circumfundentur. Porro in locum harum succedent aliæ ex aliis attractionis sphæræ *a m n o* partibus, fere quemadmodum, si è poculo partem liquoris auferas, hiatum reliquus liquor complet illico, se seque rursus ad æquilibrium componit: hinc rursus aderit aliqua menstrui portio in *o*, quæ fortius trahatur à B, quam ab A retineatur, quæ proinde pariter transibit ab A ad B, & sic porro.

Jam si adfuerit sufficiens menstrui copia, quæ hunc in sphæra attractionis particulæ A factum defectum suo ad eandem sphæram acessu continenter sarcire possit; hic particularum ad B transitus eousque continuabitur, dum utraque particula A & B *saturitatem absolutam* adipiscatur, id est, dum utriusque sphæra attractionis menstruo repleta omnino fuerit: sin minus; eousque duntaxat durabit, dum inter particulas A & B *respectiva* quædam saturitas obtineatur, seu usquedum particulæ homogeneæ A & B menstruum, ad utriusque absolutam saturitatem minime sufficiens, æqualiter inter se partiantur, ita ut istud particulæ A jam nonnisi ad aliquod intervallum Ac, & particulæ B ad intervallum $Bx = Ac$ undique circumfundatur. Atque hinc jam patet ratio, cur soluti corporis particulæ tam æquabiliter per menstruum distribui soleant, ut, si capiatur pars e. g. decima menstrui, in ea corporis quoque soluti pars decima contineatur. Nam ex nunc dictis intelligere licet, menstruum inter homogeneas soluti corporis particulas æqualiter debere distribui: eo ipso autem particulas has in menstruo æquabiliter dispergi debere, in confesso est. Porro solutæ partes viribus illis, quibus menstruo sibi circumfuso adhærent, porro quoque ita sustentantur, ut etiamsi menstruo *specifice* graviores sint, in eodem tamen suspensæ maneant, quin ad fundum deferantur. His expositis, aliqua adhuc solutionis phænomena sunt subjicienda.

147 I. Non quodlibet menstruum par est cuilibet corpori solvendo. Sic aqua regia solvit aurum, non item argentum: ex adverso spiritus nitri solvit argentum, auro parcit. Nempe possunt cujusdam menstrui particulæ comparate ad unam corporis speciem aut esse inertes, aut ejusmodi duntaxat viribus præditæ, quæ conditionibus ad solutionem necessariis, n. 144. expositis, careant, comparate ad alteram autem habere vires attractivas, ad perficiendam solutionem idoneas (*90. cor.*).

148 II. In multis solutionibus usuvenit, ut minimæ particulæ, à menstruo separatæ, ejusdem generis corpus sistant, quod solutum fuit. Sic solutio salis puri, si evaporare sinatur, abit in speciem salis, ad solutionem adhibiti. His scilicet casibus menstruum in similiares duntaxat solvendi corporis partes agit viribus ad solutionem perficiendam idoneis. Quod si metallici pulveres, à menstruo separati, nequeant deinde liquatione pristinam formam metallicam recuperare, nisi quodpiam corpus phlogisto fœtum ipsis adjiciatur; id indicio est, phlogiston, quod prius ipsis unitum erat, requiriturque ad formam metallicam, liberatum esse per solutionem, cumque subtilioribus menstrui particulis instar fumi (saltem ex parte) avolasse.

149 III. Si minori menstrui portioni justo major solvendi coporis solidi quantitas injiciatur, e. g. exiguæ portioni aquæ fortis copiosius argentum; id genus solidi corporis aliqua

duntaxat pars solvetur, reliqua manebit insoluta. Nempe ubi certa corporis injecti portio soluta est; exigua illa menstrui portio tota jam distributa est per solutas particulas: quibuscum arctissime copulata non amplius potest residuis injecti corporis particulis, quantitate ad solutionem requisita, circumfundi. Tametsi enim etiam particulæ nondum solutæ particulis jam solutis aliquid menstrui eripere queant eo, quem n. 146. exposuimus, modo; ex iis tamen; quæ n. 145 dicta sunt, elucet, non quamlibet menstrui portionem cuipiam particulæ circumfusam sufficere, ad eandem particulam à ceteris, quibuscum cohæret, separandam, sed requiri, ut menstruum ad majus sane intervallum, ac sit dimidia distantia mutua solvendarum particularum, iisdem circumfundi queat. Recole num. 144, & 145.

Schol. Si menstruum ita jam per particulas solutas distributum sit, ut plus ex eo corpore solvere non amplius possit; solutio *saturata* nuncupatur. In ferro id peculiare, quod eo spiritus nitri proprie saturari nunquam possit. Si enim in eum solutis ferri particulis quomodocunque refertum; injiciatur recens ferrum; istud solvetur, & prius solutæ particulæ sensim ad fundum præcipitabuntur. Forte à recente ferro fortius attrahitur acidum nitri, quam à particulis ferreis per solutionem alteratis, phlogistoque saltem ex parte privatis: quum autem solutioni ejusmodi corpus immittitur, à quo magis attrahitur menstruum, ac attrahatur à particulis prius soluti corporis, has ad fundum præcipitari debere, è sequ. §pho. elucebit.

150 IV. Aqua, postquam aliqua salis specie saturata jam est, ita ut ex ea nihil amplius solvat, aliquam ex alterius speciei sale injectam portionem adhuc solvere solet. Fieri enim potest, ut certa solutio salis menstruum sit respectu novi salis, quemadmodum spiritus acidos plurimorum corporum menstrua esse notum est.

151 V. Quod ad modum solutionem facilius obtinendi attinet: 1) solutionem per tritum, agitationem, calorem juvari, constans est experientia. Hæc enim, tametsi se solis solutioni perficiendæ non sufficiant, tendunt tamen ad corpus dissolvendum: compendium ergo faciunt illi vi, qua menstruum injecta sibi corpora solvere nititur. Certe calor, eo ipso, quod corpora rarefaciat, ad eorumdem dissolutionem tendit: præterea poros laxando, menstruo ad interiora liberiorem aditum facit, menstruum ipsum rarefaciendo efficit, ut hujus particulæ ab aliis sibi vicinis facilius separentur, solvendique corporis particulis circumfundantur &c. 2) Solutiones in vasis clausis melius procedunt, quam in apertis. Nam in clausis vasis menstrui vapores conservantur; quorum egregiam esse in solvendo efficacitatem, experientia docet: deinde in vasis clausis actioni menstrui accedunt etiam ipsius aeris agitati, rarefacti, ac proinde & se ipsum & nunc commemoratos vapores in corporis solvendi poros urgentis vires. 3) Quandoque debilitandum est menstruum adfusione aquæ, ut solutio perfici queat (142) Nam ut solutio peragatur, menstrui quoque particularum nexus mutuus tollendus est: quem si vires solvendi corporis nequeant sufficienter tollere; is dicto modo est debilitandus. Potest etiam evenire, ut cujuspiam corporis, ceteroquin *solventis*, partes non habeant eas vires comparate ad particulas solvendi corporis, quæ ad perficiendam solutionem suffi-

ciant, nisi in minores prius particulas concidantur, mutatoque nonnihil textu cum alterius tertii cujuspiam particulis permisceantur, conjunganturque. Palam enim est, posse fieri, ut hujusmodi alteratione earum particularum novæ enascantur vires, ad solutionem jam sufficientes. 5) Experientia constat, corpora in menstruo quodam ceteroquin non solubilia, si alteri cupiam substantiæ in eodem menstruo solubili unita prius fuerint, apta reddi posse, ut jam in menstruo illo solvantur. Sic aqua; quæ prorsus non solvit sulphur solitarium, solvit sulphur cum sale alcalino unitum. Nempe sal alcalinum solvitur ab aqua, illudque solutum particulas sulphureas sibi copulatas in aqua suspensas tenet.

152 VI. Quandoque menstruum certi duntaxat generis particulas dissolvit in corpore solido, reliquis partibus intactis; e. g. quum aqua cineribus vegetabilium adfusa dissolvit salia in iisdem contenta, sibique unit, partibus terreis in vasis fundo remanentibus Hoc solutionis genus *extractio* vocatur. Nempe id genus corpora heterogeneis particulis constant, quarum classem unam ea vi attrahit menstruum, quæ ad solutionem sufficit, non item alias. (*a*).

153 VII. Non raro subitaneam corporis solutionem in spumam, & bullas agi videmus: id quod *effervescentiæ* nomine venire solet. Nempe quando majore vi, ac celeritate dissolvitur à menstruo corpus, fixusque aer, qui ei inerat, magna quantitate, subitoque eliberatur; hic resistentes exitui suo partes menstrui in bullas & spumam attollit.

154 VIII. Sæpe à menstruo, quod ceteroquin comparate ad sensus nos-

---

(*a*) *Extractiones diversæ diversa nomina sortiuntur. Sic* 1) *aqua, quæ salem è cineribus vegetabilium extraxit*, lixivium *dicitur.* 2) "Tincturas *dicimus, inquit Spielman, tam aquam, à partibus, quas extraxit, coloratam, quam liquores spirituosos, qui à substantiis, quas extraxerunt, tincti sunt, istarum autem tam parcam receperunt quantitatem, ut eorum fluor inde non imminuatur.*" 3) *Quæcunque pars solida cujuscunque animalis, cumprimis ossea, si cum aqua coquatur, eam viscidam reddit: hæc aqua, postquam ad certum terminum, (qui ex ejus aliquot guttis, disco frigido instillatis, & per frigus consistentibus dignoscitur) evaporavit, abit in substantiam tremulam, semipellucentem, quæ* gelatina *vocatur.* 4) *Succus vegetabilis, tenax, viscosus, in aqua perfecte solubilis, adeoque ex vegetabilibus adfusione aquæ extrahendus*, gummi *nuncupatur; succus autem inflammabilis, condensatus, quem spiritus vini rectificatissimus ex toto dissolvit*, resinæ *nomine venit.* Gummi-resina *est succus vegetabilis, partim aqua, partim spiritu vini solubilis; adeoque partim gummosis, partim resinosis partibus constans. Ex his patet, gummosas partes adfusione aquæ, resinosas autem adfusione spiritus vini esse ex vegetabilibus extrahendas. Monet autem Cl. Vogel* Instit. Chem. § 755, *particulas vegetabilium gummosas cum resinosis tam arcte copulatas esse, ut tametsi aqua gummosarum sit menstruum, non item resinosarum, spiritus vini autem resinosarum, non autem gummosarum; nequeat tamen aqua extrahere gummosas particulas, quin multæ resinosæ ipsas sequantur, nec spiritus vini resinosas absque gummosis adhærescentibus.*

tros blandum est, facilius solvitur quodpiam corpus, quam ab alio asperiore: sic plumbum facilius solvitur ab oleo olivarum, quam ab acerrimo oleo vitrioli. Nempe evenire potest, ut primi generis menstruum comparate ad corpus quodpiam habeat vires ad solutionem necessarias, n. 144. descriptas, non item alterum, ut ut ceteroquin comparate ad sensus nostros asperius (90. cor.)

Schol. Ex hactenus dictis intelligi potest etiam vis, aut vocant, *abstersiva* corporum, seu vis delendi maculas. e. g. Pavimentum oleo infectum purgari potest forti cinerum lixivio: si ceræ, quæ vesti inhæret, adfundantur paucæ spiritus vini guttæ, ea postea manibus confricta separatur à veste: si vestis atramento infecta sit, servetur tantisper supra vapores aquæ bullientis, tum humectetur succo citrino, vel sale acetosellæ bene contrito utrinque imbuatur, demum communi lixivio imponatur. Saponis abstersiva vis alioquin nota est (*a*). Nempe abstergentia id genus corpora possunt oleosas macularum particulas suis viribus dissolvere, corporibusque, quibus adhæserant, eripere &c. Nominatim, quod ad communem saponem attinet: is componitur ex oleo, aut alia pinguedine, & sale alcalino fixo, inter se intime unitis. Jam salia alcalina pinguedines quascunque sibi uniunt, & quoniam eadem salia cum aqua quoque magnam habent affinitatem chemicam, inde fit, ut ab iisdem pinguedo ad subeundam aquam disponatur. Itaque sapo in aqua solvitur, & quoniam ratione pinguedinis suæ, nec non salium pingues maculas corporibus eripit, easdem in aqua suspensas tenet, cum eadem aqua effundendas.

§. II.

De præcipitatione.

155 *Præcipitare* solutas in menstruo quopiam particulas, est earundem cum menstruo cohæsionem tollere: qua sublata eæ, siquidem menstruo *specifice* graviores fuerint, ad fundum deferentur, habebiturque

---

(*a*) *De maculis è veste excipiendis hæc adhuc adjicere lubet* 1) *Maculam in veste inunge vitello ovi: superpone deinde frustum mundæ telæ albæ lineæ; tum superfunde aliquid aquæ calidæ, qua calidiorem manus jam ægre posset sustinere, digitisque tantisper frica. Pars maculæ adhærebit telæ; qua evota si repetatur operatio, vestis demum à macula liberatur. Hoc modo oleum, pinguedo quævis, axungia ex veste eximi potest.* 2) *Pingues maculæ, pix, axungia excipi è vestibus possunt, si spiritu terebintinæ quasi laventur, digitisque confricentur. Is spiritus sensim evaporat; vel excipiatur ope vitelli ovi, uti superius est descriptum.* 3) *Pix, vel axungia potest etiam eximi è veste, si oleo olivarum fervente, e. g. in cochleari ad candelæ flammam calefacto, perfundatur. Id enim oleum illico solvet, sibique copulabit dictas maculas: ipsum autem oleum ope vitelli ovi, dicto superius modo eximi poterit.* 4) *Ex una parte salis alcali fixi lixiviosi, una parte albi saponis, & quatuor partibus pinguis argillæ, qua communiter utuntur Fullones, confici possunt globuli, ad excipiendas è vestibus maculas idonei. Si nempe sal alcali & sapo adfusa aqua super tabula marmorea, uti colores solent, terantur, tum iis addatur argilla, rursusque operatio eadem continuetur, ac denique massa in globulos, in umbra rite exsiccandos, figuretur.*

præcipitatio stricte sumpta; si autem fuerint menstruo *specifice* leviores, attollentur.

156 Communiter evenit præcipitatio, si solutioni immittatur quodpiam corpus *præcipitans*: sic argentum in spiritu nitri solutum præcipitari potest per immissum cuprum; cuprum per ferrum; ferrum per zincum; zincum per oculos cancrorum; hi per spiritum urinæ: denique si huic adfundatur solutio alcali fixi, sal urinosum excutietur. Ut autem præcipitatio rite succedat, sæpe necesse est solutionem prius aqua pura bene diluere, ac tum primum corpus præcipitans immittere: omnium vero purissima est aqua, quæ destillatione acquiritur, aut pluvia, quæ postquam aer per pluviam diutius durantem probe jam purgatus est, sub dio in vase mundo vitreo colligitur. Porro præcipitatio, quæ ope immissi corporis præcipitantis fit, *coacta* vocatur, ut discernatur ab ea, quæ nonunquam, si solutio aqua bene diluatur, aut exponatur frigori, sponte consequi solet, *spontaneaque* dicitur.

157 Quemadmodum autem de solutione n. 141. diximus, ita etiam præcipitatio dividitur in humidam, & siccam. *Humida* est, dum humidæ solutiones methodis superius commemoratis præcipitantur. *Sicca* est, dum corpori, quod peregrinis particulis permixtum est, ope ignis liquato adjicitur corpus quodpiam, cujus ope illud à dictis particulis liberetur. Præcipitatio sicca potissimum ad metallica corpora pertinet, dum ea peregrinis particulis ope fusionis, adjectique cujusdam corporis depurantur. e. g. Si ferro, quod sulphure coinquinatum sit, fuso adjiciatur lapis calcarius; sulphur omne unietur huic lapidi, & cum eodem scoriam efficiet, quæ ferro fundum petenti supernatabit.

158 Jam quod ad causas præcipitationis attinet: *1.mo* Si corpus illud, quod solutioni cuicunque injicitur, particulas menstrui fortius attrahat, quam attrahantur eæ à particulis prius soluti corporis, particulæ menstrui, à particulis prius soluti corporis avulsæ, circumfundentur particulis injecti corporis: igitur particulæ prius soluti corporis, sibi ipsis relictæ, nativo pondere fundum petent, habebiturque præcipitatio. e. g. Si argenti solutioni in spiritu nitri factæ vicies tantum aquæ pluviæ, aut destilatæ adfundatur, tum lamina cupri probe lævigata immittatur, argenteæ particulæ instar vaginæ laminam cupream tegent, at levi succussione avellentur ab ea, præcipitabunturque. Nempe acidum nitri, à cuprea lamina potenter attractum, ad eandem undique advolat, unitasque sibi argenteas particulas ad ejusdem superficiem defert. Acidum nitri fortius à cupro attractum, quam ab argenteis particulis retrahatur, in ipsos cupri poros penetrat; relictis in superficie particulis argenteis, eosdem poros subire nequeuntibus, & ob exiguam, quam cum lamina cuprea adipiscuntur, cohæsionem, in aqua solutione adfusa succussione levi præcipitandis.

Eodem fere modo explicanda est præcipitatio cupri per ferrum. e. g. In mundo vasculo cupreo, quod stanno obductum non sit, coquatur acetum, vel aqua copioso sale adspersa, vel denique aqua salsa aceto mixta. Liquor hic coctus transfundatur deinde in poculum vitreum, eique imponatur lamella chalybea, probe polita. Lamella hæc post duas tresve horas copioso cupro tecta reperietur; præsertim, si in dictum liquorem, jam vitreo poculo contentum, infundantur aliquot guttæ spiritus nitri, ac tum primum lamella

chalybea imponatur. Nempe acidum, quod cupreas particulas, à vasculo cupreo avulsas, sibi copulavit, majorem habet attractionem, seu *affinitatem Chemicam* cum ferro, quam cum cupro: ea propter id acidum cum particulis cupreis, sibi copulatis, ad injectam lamellam ferream undique advolat, hisque in superficie lamellæ relictis ferri poros subit, ac istud solvere incipit. (*a*)

159 2.*do* Aliquæ præcipitationes inde oriuntur, quod ipsæ solutæ corporis particulæ majorem persentiscant ab injecto corpore attractionem, quam à menstruo, à quo solutæ fuerunt. Hoc enim casu particulæ injecti corporis poterunt particulis corporis prius soluti, remoto ab his menstruo, adhærere, tum menstruo id genus complexas particulas sustentare non amplius valente; sensim ad fundum deferri. Sic, si solutioni argenti in spiritu nitri injiciatur sal commune; argenteæ particulæ acido salis injecti adhærentes; cum eodem in forma pulverum alborum ad fundum ruent.

160 3.*tio* Quod autem ad spontaneas præcipitationes (256) attinet: imprimis in menstruo bene diluto evenire potest, ut corporis soluti particulæ, acido solvente cinctæ, graviores sint, quam ut ea vi, qua cum diluto illo liquore cohærent, suspensæ teneri queant. Deinde solutio frigefacta igniculis potenter orbatur: his autem orbatæ menstrui particulæ poterunt minus aptæ esse ad solvendum corpus, ac prius fuerint, uti vel ex iis, quæ 151 diximus, elucet: consequenter poterit in quopiam casu evenire, ut bene refrigeratum menstruum nec sustentandis prius solutis particulis amplius sufficiat. Nunc jam peculiares quasdam præcipitationes adferemus.

161 I. Si limatura auri solvatur in aqua regia; quæ ex aqua forti cum sale ammoniaco confecta fuerit, tum per alcali fixum, e. g. per oleum tartari per deliquium (quod quædam *deliquescentia* alcali fixi est) præcipitetur; præcipitati pulveres nonnihil aqua edulcorati, moderatoque calore exsiccati præbent præcipitatum illud, quod *aurum fulminans* vocatur. Ex pulveribus his si unum alterumve granum cochleari ferreo impositum incalescat à candela, vel carboni injiciatur; fragorem edet, qualem bombarda solet, cochleari sæpius perrupto. Unde patet, caute instituendum esse cum hoc pulvere experimentum: nominatim nunquam igne, aut fervidis radiis solaribus

(*a*) *Cl. Eller, uti refertur in* Hist. Acad. Reg. Scient. Berol. ad annum 1756, *coxit carnem bubulam in vase cupreo cum variis vegetabilibus, item pisces addito multo sale &c. nec ullum tamen cupri soluti vestigium deprehendit. At, ut alios taceam, Cl. Ami* (In refut. liter. quibus Cl. Eller, & Formey vasorum cupreorum tutum in culinis, & pharmacis usum probant.) *Ellerianis contraria opponit experimenta. Ipse, ut rem experirer, coxi in mundo vasculo cupreo, quod stanno obductum non fuerat, bubulam cum aceto, & aqua salsa commixtis: lamella polita chalybea, jusculo à bubula separato immissa, post tempus aliquod copioso cupro tecta adparuit. Bubulæ ipsi, vitreo poculo impositæ mundam adfudi aquam; huic aliquot guttas spiritus nitri instillavi, tum imposui lamellam chalybeam: hanc pariter post tempus aliquod totam cupro inductam vidi, uti in quadam* dissert. de solut. quorundam metall. *uberius expono.*

siccandus est, neque in mortario diu, fortiterque ferendus: his enim modis facile, maximo cum periculo accenditur.

162 Jam fulminatricem hanc vim auro advenire ob quasdam particulas ipsi accrescentes, inde patet, quia imprimis pondus auri fulminantis semper majus est, ac fuerit auri, ad illud conficiendum adhibiti; deinde quia si aurum fulminans ad pristinam puritatem suam reducatur, cessat esse fulminans. Id etiam satis certum, ad violentos hos effectus non quodvis metallum esse aptum, sed definite aurum requiri: aliorum enim metallorum calces, tametsi eodem, quo aurum fulminans conficitur, modo tractatæ, vim hanc fulminatricem non consequuntur, uti Chemici contra Cl. Vogel unanimiter testantur. At quarumnam particularum cum auro unioni potissimum attribuenda sit vis hæc fulminatrix, nondum satis constat. Complures etiam Recentiorum derivant eam ex unione *nitri flammantis* cum particulis auri: his autem potissimum rationibus innituntur. 1) Quia censent, in confectione auri fulminantis semper adesse partes constitutivas nitri flammantis: id quod sic declarant. Nitrum flammans est quoddam sal medium, constans acido nitri, & alcali urinoso: jam vero, imprimis acidum nitri cujuslibet aquæ regiæ confectionem ingreditur; ac proinde illud in confectione auri fulminantis semper adesse clarum est. Deinde etiam alcali urinosum adesse debere, his momentis probant: nam eo casu quo aqua regia cum sale ammoniaco confecta adhibetur ad solutionem; jam in ipsa aqua regia continetur sal urinosum, utpote una salis ammoniaci pars constitutiva (64): eo autem casu, quo aqua regia cum sale communi confecta est, aurei pulveres non adipiscuntur vim fulminatricem, si præcipitatio fiat cum alcali fixo; adipiscuntur vero, præcipitatione per alcali urinosum instituta. 2) Dictam opinationem suam confirmant ex eo, quod constet, nitrum flammans fortiore calore in flammam erumpere solere, & uti Chemici loquuntur, *detonare*: quæ quidem ipsius vis in auro fulminante poterit eo esse major, quo nitrum illic forti attractione magis compressum, condensatumque fuerit. Testatur quidem Cl. Wiegleb. *L. alias cit. ad* §. 728, aurum fulminans obtineri posse, tametsi aqua regia cum spiritu salis communis conficiatur, & simul præcipitatio per solam calcis aquam fiat; at hinc quidem non sequeretur, vim auri fulminatricem non oriri communiter ab ejus unione cum nitro flammante, sed ad summum, eandem oriri posse etiam ex unione peculiari cum alia quadam substantia, quæ nimirum ipsi, aut simul etiam acido nitri ex aqua calcis adhæserit.

163 Porro quomodo fieri possit, ut Natura tam violentos effectus producere queat; è generali virium theoria hoc modo generatim concipi potest. Nempe ponamus imprimis quaspiam duas particulas A & B in iisdem exiguis distantiis fortes vires repulsivas in se mutuo exerere, in quibus ab aliqua tertia particula C attractiones, & quidem mutuis illis repulsionibus suis adhuc fortiores persentiscant. Particula C, ubi ipsis interposita fuerit, poterit easdem ad eam vicinitatem mutuam adducere, cui ingentes vires repulsivæ inter ipsas mutuo respondeant, sed quæ vires à fortiori particulæ C attractione hic & nunc elidantur, fere uti magnes duabus elastri inflexi cuspidibus interpositus, easdem à recessu

mutuo, ad quem tendunt, attractione sua fortiore impedire potest. Ponamus deinde inter igneum fluidum & intermediam illam particulam C eas vires mutuas intercedere, quibus eadem particula C à priore cum particulis A & B unione repente liberetur, & quodammodo excutiatur, id quod evenire posse, vel è n. 90 *coroll.* intelligere licet; particulæ A & B repente plenum mutuarum suarum repulsionum effectum (uti cuspides elastri excusso magnete nunc commemorato) sortientur, inque partes oppositas immani celeritate à se ipsis recedent: consequenter sufficiens hujusmodi particularum numerus etiam violentos auri fulminantis effectus præstare poterit.

Schol. Ex hoc generali principio intelligi potest 1) vis, ut vocant, *detonandi* nitri, quæ in hoc consistit, quod illud admotum corpori, cujus phlogiston ardorem concepit, accendatur, cumque strepitu deflagret (*a*): 2) vis illa, quam in accenso pulbere pyrio (confit is è nitro, sulphure, & carbonibus inter se probe commixtis) experimur: (*b*) 3) pulveris *tonantis*, è tribus partibus puri nitri, duabus salis tartari, una vel duabus sulphuris, in pulverem redactis, riteque commixis confici soliti; qui cochleari ferreo impositus, ubi ab igne incaluerit, in auras abit cum fragore terribili, adstantiumque periculo. Forte in ejusmodi detonationibus ipsæ potissimum aereæ particulæ, quas aliæ particulæ forti sua attractione ad nimiam viciniatatem mutuam adduxerant, fixerantque, id genus accensione liberantur ab ejusmodi intermediis particulis, atque ita reviviscentibus mutuis repulsivis viribus suis, repente se se maxima vi expandunt, simi-

(*a*) *Nitrum est sal medium, ex acido propriæ indolis* (nitroso *dicto*) *&c alcali fixo compositum: nam purum alcali fixum cum rectificato spiritu nitri, experientia teste, abit in verum nitrum.*

(*b*) *Bonitas pulveris pyrii sita est imprimis in debita puritate partium, ipsum constituentium, & in debita proportione, permixtioneque earundem; ut nimirum totum nitrum in eo pulvere contentum celerrime, & uti loqui solemus, in ictu oculi accendi queat, neque justo minorem nitri comparate ad sulphur & carbones copiam debilitas virium consequatur. Itaque imprimis nitrum à sale communi, utpote ad accensionem inepto (quod tamen communiter sibi immixtum habet) depurandum est, item ab aliis ejusmodi salibus, quæ humorem atrahunt, adeoque accensioni adversantur: sulphur quoque purum, & carbonum pulveres ad accensionem apti sunt deligendi; qui communiter ex molli ligno adsumuntur: quanquam Cl. Baumé testetur, etiam durorum lignorum carbones valere, dummodo bene sint exusti. Deinde, quod ad proportionem partium attinet, cum teste experientia optimam ajunt aliqui, si è puro nitro accipiantur partes 75, è carbonibus* $15\frac{1}{2}$, *è sulphure* $9\frac{1}{2}$. *Denique celerrima, totalisque accensio nitri dependet etiam à debita dictarum substantiarum commixtione: ea peragitur, dictas substantias in mortario ligneo, pistillo itidem ligneo, diutissime terendo; quem quidem in usum aptæ jam molæ excogitatæ sunt: debet autem mixtura identidem aqua tantisper humectari, ne accendatur, inque auras subito abeat, &c. Vide de his* Allgemeine Begriffe der Chymie, mit Anmerhungen vermebre von Porner. *part.* 3. *pag.* 479., & sequ.

liumque detonationum causa existunt. "Atque ab eodem isto (inquit "Cl. Vogel), qui corporibus intex-"tus est, aere contingit denique de-"tonatio, sive explosiva, & impe-"tuosa corporum inflammabilium ad "ignem deflagratio, quæ nitro ad-"jecto efficitur." *Institut. Chem.* §. 162.

164 II Plumbum in acidis solutum præcipitatur per alcali fixum in forma calcis albæ, quæ tamen facile nigrescit. Res plumbeæ in acidis solutæ præcipitantur etiam per limpidum illum liquorem, ex una auripigmenti & duabus calcis vivæ partibus, in aqua munda digestis parari solitum, cujus meminimus n. 98, in descriptione atramenti sympathetici. Hinc, si vinum plumbo adulteratum sit (id quod pessimo consilio factitant nonnulli, ut vinum acescens quandam à re plumbea dulcedinem acquirat) id liquore hoc in aliquam vini suspecti portionem infuso, detegi potest: quapropter etiam hic liquor *vini probatorius* dici consuevit. (*a*).

165 III Etiam species illa arbusti, quæ ex particulis argenti puri, & mercurii in aqua forti solutorum confieri solet, & *arbor sophica*, item *arbor Dianæ* vocatur, quoddam præcipitationis genus est. "Accipe ar-"genti puri, seu cupellati drachmam "dimidiam, inquit Kircherus, & sol-"ve in aquæ fortis drachma una. Ac-"cipe iterum argenti vivi drachmas "duas, & solve in aquæ fortis dra-"chma una. Has duas materias com-"misce, & immite intra vas vitreum, "atque adfunde aquæ communis li-"bram unam, & obtura. Videbis ar-"borem quotidie ad oculum & nota-"biliter crescere tam in trunco, "quam in ramis (*b*)." Nempe argen.

(*a*) *Ex his jam etiam atramentum sympatheticum, n. 98 descriptum, uberius intelligi potest. Nempe lithargyrium est quædam calx plumbi; ac proinde primus ille liquor*, l. cit. *descriptus, qui pro scribendis characteribus ex aceto & lithargyrio paratur, est quædam calcis plumbi in aceto solutio: alter autem liquor, ex aqua, calce viva, & auripigmento confectus, præter particulas ex calce viva obtentas, continet solutionem arsenici cum sulphure: auripigmentum enim componitur ex copioso arsenico, & modica sulphuris (nec non terræ) portione. Jam volatiles secundi hujus liquoris particulæ, ad characteres primo liquore scriptos eluctatæ, plumbeas particulas, in aceto prius æquabiliter dispersas, ad se se accedere cogunt, & quodammodo præcipitant, ut jam sub nigrescente colore in conspectum veniant. Id quod luculentius adparet, si duos illos liquores in poculo confundas: illico enim atrum quoddam præcipitati genus oculis sistunt.*

(*b*) *Pro arbore hac conficienda imprimis possunt tres partes saturatæ solutionis argenti, duæ partes saturatæ solutionis mercurii vivi, in spiritu nitri factarum, cum viginti partibus aquæ puræ commisceri, & adfundi amalgamati, quod ex una argenti parte, & septem mercurii vivi partibus confectum sit.* 2) *Potest etiam una argenti pars in solutione saturata, cum decem partibus aquæ puræ, totidemque partibus aceti destillati permisceri; cui mixturæ duæ partes mercurii vivi adjiciantur.* 3) *Uncia puri argenti dissolvatur in sufficienti quantitate rite depurati, & simul temperate fortis spiritus nitri: solutio hæc in poculo quopiam commisceatur circiter cum octo unciis aquæ destillatæ: denique mixturæ huic adjiciantur duæ unciæ mercurii vivi, & totum relinquatur in quiete. Post 14 circiter dies super mercurio vivo elegans arbor argentea adparebit.* 4) *Exiitissimum*

teæ particulæ per mercurium vivum lente præcipitantur, tum eidem mercurio intra labendum, ob quandam attractionem, sensim adhærent; cumque eodem fragiles illos, succussioneque disjiciendos ramusculos efficiunt.

Schol Dantur aliæ quoque hujusmodi arbuscularum species, quæ omnes communi nomine *vegetationes Chemicæ* vocantur. Talis est *arbor Martis*, quæ ex dissolutione limaturæ ferri per spiritum nitri, adfuso oleo tartari, ad perfectam spiritus nitri saturationem requisito, orta, speciem arbusculæ pluribus ramusculis instructæ refert. Item ea, cujus conficiendæ methodum Hambergerus *Elem. Phys.* n. 248 in *Schol.* his verbis refert: "Si, inquit, solutio saturata argenti in spiritu nitri, exigua tantum aquæ diluatur copia, & huic parum dilutæ solutioni immittantur tenues lamellæ cupreæ, tempore 24 horarum, quo solutio quieta stet, fit vegetatio chemica, modo arboretum, modo pratum, modo agrum aristis repletum pro diverso saturationis gradu repræsentans." Hæc quoque simili fere, ac Dianæ arbor, modo eveniunt. Quomodo autem id genus vegetationum particulæ ad certos situs, & figuras se se componere queant; è theoria virium generatim intelligi potest. Si enim in ejusmodi particulis ea sit materiæ punctorum consociatio, è qua eæ vires compositæ enascantur, ut una particularum classis alteram, aut etiam una particula aliam homogeneam hac superficiei suæ parte fortius attrahat, quam illa, aut etiam hac parte attrahat, illa repellat (90. *cor.*); fieri sane poterit, ut particulæ illæ ad certos situs, & ordines, certis figuris efformandis accommodatos, se se componere nitantur.

§. III.

De fermentatione.

166 Vocabulum *fermentationis* quidam sensu latissimo fere pro quovis notabiliore dissimilium corporum commixtorum motu intestino usurpant: alii strictiorem ei vocabulo sensum tribuunt; sed non omnes accurate eundem. "*Fermentatio* (inquit Cl. Spielman. *inst. Chem* §. 92) est motus intestinus, in corporibus excitatus, per quem eorum principia resolvuntur, substantiæ, in quas hæc abierunt, novas compositiones subeunt, & ita in corpore, talem motum passo, surgunt principia, quæ antea non habuit, ejus natura in totum mutatur. — Distinguimus fermentationem pro vario, quod inde surgit producto: (*a*) *Fossilem* illam

---

orichalci ramentum, e. g. è flavo claviculi capitello forficulis abscissum, imponatur lamellæ vitreæ, bonoque microscopio subjiciatur: porro tubulus vitreus intingatur in argenti solutionem, in spiritu nitri factam, sed prius aqua dilutam, guttulaque ipsi adhærens super ramentum excutiatur. Illico rami argentei ramentum cingere, notabiliterque crescere, amæno sane spectaculo, ope microscopii cernentur.

(*a*) *Chemici substantias illas, quæ per resolutionem corporum obtinentur, in* educta, & producta *dispescunt.* Eductorum *nomine intelligunt principia proxima, quæ per resolutionem corporis in se neutiquam mutata, sub ea, qua in corporis compositione hærebant, forma exinde obtinentur.* Producta *vero sunt subs-*

"adpellamus, qua aliquam glebam "motum concipere, dilabi, talia, "quæ ante hunc motum frustra in eadem quærebantur, corpora largiri "experimur: *Fermentatio vinosa* producit liquorem, qui destilationis "ope largitur fluidum inflammabile, "in aqua solubile: *Acetosa* vinum in "liquorem acidum mutat: — *Putredinosa* denique fluida ita mutat, ut "in illis sal volatilis surgat, qui & "nares ferit, & destillationis ope "inde potest separari." Alii, qui cum Cl. Boerhaave vocabulum *fermentationis* strictissime accipiunt, definiunt *fermentationem* esse motum intestinum massæ liquidæ, vel semiliquidæ, vel saltem mollis & humidiusculæ, quo ejus partes ita alterantur, dividuntur, trasformantur, ut inde vel *liquor vinosus*, vel *acetum* generetur: qui proinde fermentationem stricte sumptam tantum in vinosam, & acetosam dividunt. Denique multi fermentationem dividunt in vinosam, acetosam, & putredinosam.

167 Cum fermentatio *vinosa* sit, quæ producit liquorem *vinosum*, seu talem, ex quo destilationis ope fluidum inflammabile, in aqua solubile obtineri possit; patet, ea duntaxat corpora esse fermentationi vinosæ obnoxia, ex quibus dictum fluidum inflammabile, seu *spiritus inflammabilis* parari potest. Evincit autem experientia, spiritum inflammabilem fere è vegetabilibus tantum produci posse: unde fere vegetabilia tantum sunt vinosæ fermentationi obnoxia. Staniius *Zymotech.* c. 3. sequentes vegetabilium classes, ad vinosam fermentationem aptas recenset, omnes nimirum succos dulces; grana cerealia, & legumina; nucleos, & omnia semina, quæ oleum clarum fundunt; semina, quæ cum aromate dulcia sunt; herbas denique, & radices sapore, odoreque dulci, & aromatico præditas. Vegetabilibus ad dictam fermentationem aptis ex regno animali mel apum jungendum est. Corpora animantium facile quidem putrescunt; at fermentationem vinosam, æque ac cuncta mineralia, subire recusant. Gemelinus quidem refert, à Tartaris ex lacte spiritum ardentem parari; at eum granis cerealibus lacti immixtis deberi, ostendit Neumam *Chym. Med. V.* I. P. II. *p.* 18.

168 Ad fermentationem in massis ad eam aptis excitandam, promovendamque confert 1) calor: intestinos enim corporis motus calore intendi, frigore imminui certum est. Notandum tamen est, ad fermentationem vinosam nonnisi moderatum calorem requiri: nam vehementior motum intestinum ita intendit, ut fermentatio vinosa facile in acetosam degeneret: id quod æstivo tempore sæpius accidit. 2) Accessus aeris: plurimis enim experimentis constat, corpora in fermentationem prona, si aer ab illis arceatur, diu sine fermentatione conservari posse. 3) Humiditas sufficiens. Id genus massis, quæ segniora sunt ad fermentationem, præterea adjiciendum est, promovendæ fermentationis causa, *fermentum* quodpiam; quo nomine designatur ejusmodi substantia, quæ vel jam in motu fermentante consti-

stantiæ, per corporum analysim obtentæ, quæ non præexstiterunt in corpore tales, quales post analysim adparent, sed per ipsam operationem vel è principiis remotis alio modo combinatis surrexerunt, vel amisso aliquo priori principio, aut novo acquisito &c. in novum quoddam substantiæ genus abierunt.

tuta est, vel ad eundem est admodum prona. Fermenta notiora sunt fæces vini, aut cerevisiæ recentiores, saccharum ignobile, mel nondum despugmatum &c.

169 Pro varietate massarum fermentationi subjiciendarum sæpe operationes variæ præmittuntur: scilicet contúsio, expressio succi, maceratio, coctio in aqua simplici &c. Nominatim semina farinacea, præsertim cerealia, quo facilius, meliusque fermentent, prius in *maltum* converti solent. Nempe post debitam in aqua macerationem congeruntur in cumulum, ut in eis calor aliquis enascatur, quo germina protrudant, cui deinde germinationi finis imponitur, aut expandendo in loco temperato, aerique libero pervio, aut exsiccando calore per artem producto: postea semina hoc jam modo præparata commoluntur, commolita coquuntur in aqua, & decoctum subdulce demum fermentationi subjicitur.

170 Signa fermentationis jam inchoatæ sunt potissimum sequentia: turbata liquoris fermentantis pelluciditas; expansio massæ fermentantis; bullulæ copiosæ ad superficiem adsurgentes; susurrus quispiam aure admota perceptibilis, motusque intestinus notabilis, ita ut aliæ partes sursum, aliæ deorsum moveri observentur; massæ fermentantis calor aliquanto major calore admosphæræ &c. Porro post tempus aliquod cessat sensibilis hæc fermentatio: succus, qui fermentavit, redditur clarus, acquiritque vinaceum quendam odorem, ac vim inebriandi. Sic ex uvarum succo seu musto fit per fermentationem vinum proprie dictum; ex succo fructuum fermentationi subjecto liquor vinaceus, accedens ad vinum proprie dictum, ex melle cum aqua cocto, ac dein fermentante liquor vinaceus, qui vulgo *mulsum* dicitur &c.

171 Si partes illæ volatiles, quæ liquori peracta fermentatione vinaceum odorem tribuunt, ope destillationis ab eodem liquore abstrahantur; eæ præbent spiritum inflammabilem (167); qui ope repetitæ destillationis à phlegmate, aliisque peregrinis particulis magis ac magis depurari, fortiorque reddi potest. Neque potest hujusmodi liquor obtineri, nisi ex massa, quæ vinosam fermentationem jam subiit; ut adeo spiritus inflammabiles sint vinosæ fermentationis partus. Spiritus hi omnes fortem, ac penetrantem odorem habent; in aqua dissolvuntur: tametsi autem pro varietate substantiarum, ex quibus obtenti sunt, odore, sapore, fortitudineque differant; post repetitas tamen destillationes deprehenduntur omnes ejusdem omnino speciei esse: unde etiam jam tum communi *spiritus vini rectificati* nomine veniunt, etiamsi non ex ipso vino fuerint obtenti. Hujusmodi spiritus continuatis adhuc destillationibus in supremo gradu rectificatus, vocatur *alcohol*, vel spiritus vini *rectificatissimus*.

172 Ut jam modus ipse, quo fermentatio vinosa peragitur, alcoholque generatur, quatenus fieri licet, intelligi queat; prævie notandum est: Sthalio *L. cit.* evincente, si liquor in vinum abire debeat, requiritur, ut contineat salia acida, in aqua largiore suspensa, nec non oleum, & terram debito modo inter se unita. Porro oleum illud è Phlogisto, acido, & aqua constare videtur. Jam si adsit sufficiens aquæ copia; hæc fortibus suis, quas in acida exercere solet (142), viribus attractivis solicitando salia, accedente debito calore, motum intestinum in massa fermentationi subjecta excitabit; qui motus reliquarum etiam

particularum viribus mutuis, eo, quem n. 87. indicavimus, modo foveri poterit: præsertim si, ubi vires aquæ solius, ob indolem, ac texturam massæ non sufficiunt, fermentum adjiciatur. Fermentatione rite procedente, forte uti (suspicatur Cl. Erxleben *l. cit.* §. 300) salia illa acida, quæ præter oleum continentur in massa fermentationi subjecta, durante motu intestino, id quoque acidum, quod oleosis particulis inest, iisdem eripiunt, sibique copulant, ut adeo ex oleo nonnisi phlogiston aquæ unitum remaneat, quod ipsum videatur ipsam, ut ita dicam, *spirituositatem* constituere: porro forte hoc ipsum complexum phlogisti & aquæ unitorum adhæret deinde acidis salibus, eaque obducit, ac obvolvit ita, ut cum iisdem novas efformet particulas, quæ constituant verum illud alcohol, quod liquori vinaceo peculiarem odorem, saporem, ac inebriandi vim tribuat, & ab eodem distillationis ope separari possit. (*a*)

173 Ex his sequentium phænomenorum ratio intelligi potest. 1) Liquor fermentans se se expandit, &, si in vasis perfecte clausis contineatur, ea etiam disrumpit. Id potissimum aeri, qui magna copia in ejusmodi massa fixus continebatur, durante autem fermentatione extricatur, expanditurque, attribuendum est. 2) Ex massa fermentante erumpere solent perniciosi quipiam vapores, qui vulgo *Gas silvestre* vocantur. Forte vapores hi nihil aliud sunt, quam dictum complexum phlogisti, & aquæ in vapores resolutum, & è massa fermentante erumpens. Hujusmodi halitus generalibus aeris characteribus gaudere, & jam nunc nomine *aeris fixi* insigniri, in Phys. Part. videbimus. 3) Desinente sensim fermentatione, ad fundum secedunt fæces: quæ sunt crassiores quædam, potissimum terrestres partes à subtilioribus per fermentationem maxima ex parte separatæ. Retineri tamen adhuc ab his bonam spirituosæ substantiæ per fermentationem productæ partem, vel inde patet, quod ex fæcibus vini spiritus inflammabilis obitineri queat. 4) Unum vinum altero generosius esse solet. Id pendet à quantitate novi liquoris inflammabilis, per fermentationem geniti. Nempe imprimis in ipso musto jam plus, jam minus olei, pro novo illo liquore materiam suppeditaturi inesse potest: deinde id partim etiam ab ipso fermentationis modo, diuturnitate dependet: e. g. si calor sit immoderatus, multum phlogisti avolat, acido remanente. Atque hac de causa etiam facile acescunt vina, in calore diutius detenta, aut in aperto vase aeri libero exposita. 5) Vinum per congelationem concentratur, fortiusque redditur: nam quod in glaciem abit, potissimum aqua est, quæ proinde magna parte à spirituosis partibus

(*a*) *Wieglebius* l. cit. *ad* §. 373 *alcohol non pro* producto, *sed* educto *habet; seu contendit, alcoholis particulas ita, uti e. g. in vino existunt, reipsa jam in botris ipsis præexstitisse; sed aliis heterogeneis particulis fuisse obvolutas, & easdem per fermentationem liberatas duntaxat fuisse ab ejusmodi heterogeneis particulis*, evolutasque; *ita ut jam vim suam naturalem exercere queant, a qua exerenda prius impeditæ fuerint. Sic etiam alcali vegetabile fixum, quod Chemici pro partu ignis fortioris duntaxat, ac proinde pro solo* producto *habent, in* eductis *adnumerat. At causam suam, quod sciam, apud Chemicos adhuc non evicit. Multis enim, gravibusque difficultatibus opinatio hæc obnoxia est, quas recensere nobis non vacat.*

secernitur, atque ita in vino residuæ aquæ ad alcohol ratio imminuitur. 6) Mustum coctione inspissatum, non est pronum ad fermentationem: quia aqua ad fermentationem requisita, in eo potenter imminuta est. 7) Ope ichtyocollæ, vel albuminis ovorum &c. clarificari vina solent. Quia his substantiis jungit se fæcum portio, quæ per vini volumen dispersa, ob tenuitatem descendere ad fundum nequivit; ac proinde quoddam præcipitationis genus obtinetur &c.

174 Si massæ fermentanti adjiciantur res aliquæ, ut ut ceteroquin ad fermentationem se ipsis minus aptæ; ex his durante fermentatione, multæ subtiliores particulæ copulantur cum liquore fermentationi subjecto: qui proinde aliquas injecti corporis proprietates participat. Sic subdulci illi decocto è quo cerevisia fit, variæ res, præsertim amaræ & aromaticæ, cum eodem simul fermentaturæ, injici solent; uti & vino, quod *absynthiacum* nominamus &c. operatio hæc *confermentationis* nomine venire solet.

Schol. In ejusmodi vasis, in quibus vina post peractam fermentationem (cumprimis acida, & nova) sat diu conservabantur, solet lateribus adhærere materia quædam, è cohærentibus crystallis constans, quæ *Tartarus* vocatur, estque sal quodpiam acidum. Is in aperto igne abit in sal alcali fixum, *sal tartari* nominatum; quod pro egregiæ puritatis alcali fixo vegetabili haberi solet. Sal istud tartari, si imbibito ex aere humore deliquescat; *oleum tartari per deliquium* vocatur. Denique si tartarus crudus in aqua fervida dissolvatur; post aquæ evaporationem acquiruntur *crystalli tartari*: earum illas, quæ cuticulam efformant, quidam sub nomine *cremoris* seorsim colligere solent. Patet hinc, crystallos tartari, & cremorem reapse idem esse; unde etiam à quibusdam commune *tartari depurati* nomen obtinent

175 Si vinum denuo fermentationem subeat; illud, mutato priore suarum partium textu, in acidum quendam liquorem, priori odore, sapore, inebriandique vi destitutum vertitur. Secunda hæc fermentatio vocatur *acetosa*, & novus liquor per eam productus *acetum* audit. Potest autem acetum non ex vino tantum, sed etiam è cerevisia, succo pomorum, aliisque vinosis liquoribus parari; ut ut è vino proprie dicto optimum fieri queat.

176 Vinum, quod aceti venditores pro aceto conficiendo coemere solent (ita habet liber, cui titulus: *Allgem. Begriffe der Chymie, part. 3. pag.* 122) est communiter semicorruptum, & acescens: unde multi homines putant, hujusmodi vinum esse pro aceto conficiendo aptissimum. At iste est (inquit) error: constat enim, ex optimo, & spirituosissimo vino semper fortissimum acetum obtineri, illudque eo etiam esse præstantius, quo magis cavetur, ne vini spiritus sub fermentatione acetosa dissipetur. Becher ait in sua *Physica subterranea l. 1. sect. 5. c. 2.* vinum, à se in vase hermetice clauso fermentationi subjectum, tardius quidem esse conversum in acetum, ac communiter (dum nempe liber aeris accessus fermentationem promovet) converti soleat; at acetum inde obtentum solito longe fortius fuisse: & D. Cartheuser adseverat, aceti vires plurimum augeri posse, si vino, antequam illud fermentationem acetosam subeat, certa spiritus vini copia infundatur "Hucusque „dictus liber. Ex quibus intelligere „licet, substantiam illam, *alcohol* dic„tam, quæ per vinosam fermentatio„nem generatur, & à qua vini ge„nerositas dependet plurimum omnino

"conferre ad acetum, immutato "per alteram hanc fermentationem "partium textu, generandum."

177 Modus acetum parandi (ita idem liber *part.* 3. *pag.* 123.) generatim in eo consistit, ut vinum cum suis fæcibus & tartaro mixtum in loco sufficienter calido collocetur. "Nostrates, inquit Cl. Spielman, "acetum parant, vinum fervidum "dolio, quod acetum habet, in-"fundendo.—Id autem probe notan-"dum, quod nullum vinum per se "in acetum perfectum abeat, sed "semper requiratur, ut ipsi fermen-"tum adjiciatur, & ebullitionis ope "validior in ipso motus excitetur, "qui majori caloris gradu, sub quo "per omne fermentationis tempus fo-"vetur, sustentandus est." *Inst. Chem. pag.* 345. Nihilominus aliis etiam modis acescere vinum potest, tametsi in acetum perfectum non abeat. e. g. 1.) Si diutius in fæcibus adservetur: fæces enim vini sunt quoddam fermenti genus, uti jam n. 168 dictum est. 2) Si calido in loco adservetur: uti in quibusdam cellariis calidioribus æstate fervente accidere solet. 3) Si vas, in quo vinum continetur, non servetur plenum, atque ita aeri præbeatur occasio, vinum ad fermentationem solicitandi, aut saltem spirituosis vini particulis avolandi. Atque ex his id quoque intelligere licet, cur vasa fumo sulphuris imbui soleant: ut nimirum aquæ & aeris in solicitandis ad fermentationem vini particulis efficacitas imminuatur. Sulphuri aromaticus etiam vapor substitui potest.

178 *Putrefactio*, vel uti multi vocant, *putredinosa fermentatio* is motus intestinus est, quo corpus sensim corrumpitur, copiosisque salibus alcalinis volatilibus dimissis maximam partem dissipatur. Porro omnia regni animalis & vegetabilis corpora putrefactioni obnoxia sunt, si sufficiente humore prædita sint, & calori, aerique libero exposita. Ex adverso impeditur putrefactio corporum, ad eam pronorum, per totalem aeris exclusionem, frigus, exsiccationem, seu humoris expulsionem; item per salia, fibrillas rigidiores efficiendo &c. Aqua nonnisi ob peregrinas, quas ex regno animali & vegetabili continet; particulas putrescit; & ubi hæc per putrefactionem dissipatæ fuerint, residuaque terra ad fundum subsederit; aqua adhuc eo purior efficitur. Si herba recens demessa, priusquam probe exsiccetur, in magnum acervum congeratur, putrescere solet, ac corrumpi: quin nonnunquam flammam etiam, nisi mature disjiciatur, concipit. Dissolutæ enim humore particulæ, incumbenteque pondere constrictæ in visceribus acervi ad vehementem motum intestinum concitantur. Ex adverso vegetabilia, in quæ humori aditus non patet, ut sunt fumo duratæ carnes, ova obducta vernice, cadavera extractis visceribus balsamo oblita, pali inferiore parte adusti, inque terram infixi &c., à putrefactione immunes diu persistunt.

179 Quædam corpora putrescentia, secedentibus oleosis partibus, quæ prius salia obtegebant, acescunt: omnia volatiles deinde particulas salinas dimittunt, quæ nares feriunt, & ejus fœtoris, quem in putrefactis corporibus sentimus, causa existunt. Cl. Spielman censet, acida corporum per putrefactionem verti in alcali volatile, quod deinde avolet, sicut per fermentationem vinosam alcohol generari diximus: unde etiam ex putrescentibus corporibus destillationis ope spiritus urinosi acquiruntur, uti ex liquoribus vinosis spiritus inflammabiles. "Ipsa caro, inquit *l.* "*c. p.* 348, evidenter, quomodo aci-

„dum in alcali volatile per putrefac„tionem mutetur, edocet; quippe „quæ prius acido odore nares ferit, „antequam putridum fœtorem ex„halet."

180 Demum restat, ut ex generali virium theoria indicemus, quomodo in corpore id genus intestini motus inchoari, fovarique item quomodo particulæ in auras evolare queant. Scilicet si actione e. g. humoris in salia, deturbentur quæpiam minimæ particulæ è limitibus cohæsionis; eas ad oscillationes concitandas esse patet ex iis, quæ n. 83 & sequ. dicta sunt: quæ oscillationes, continuata virium actione increscere, & alias quoque particulas, ad quarum vicinitatem oscillantes particulæ accesserint, suis de limitibus pariter deturbare poterunt, ita ut tota demum massa ad motus intestinos excitetur. Jam si quæpiam particulæ in certis distantiis mutuis fortes repulsiones in se invicem exerant; increscentibus demum oscillationibus, eo quem num. 86. in *cor.* indicavimus, modo ad eas distantias delatæ, & in iisdem fortes repulsiones mutuas expertæ in auras evolabunt, dissipabunturque.

§. IV.

De commixtione, liquatione, ac crystallisatione corporum.

181 Ex iis, quæ §pho 1. de solutione corporum dicta sunt, intelligi potest, quomodo corpora diversa, in statu fluiditatis constituta, e. g. duo diversa metalla, igne fusa, inter se commisceri, inque massam unam coalescere queant. Nempe attractione particularum corporis unius in particulas alterius fieri potest dissolutio unius in altero, & commixtio, eo fere modo, quo corpora in menstruis dissolvuntur, commiscenturque.

182 Nonnunquam fluida commixta abeunt in quandam massam solidam, seu, ut dici solet, in *coagulum* vertuntur. "Hoc evenit, cum „subtilissimus urinæ spiritus permis„cetur cum alcohole vini; nam hi in „massam duram, glaciei æmulam ex„templo solidescunt. Coagulum effi„cit quoque vini alcohol mistum cum „ovi albumine, aut cum sero san„guinis. Ovi albumen cogitur quo„que à spiritu acido salis marini, à „spiritu nitri, spiritu sulphuris, oleo „vitrioli: hi acidi spiritus sanguinem „quoque inspissant. Lac cogitur in „caseum à succo è proventriculo vi„tuli, tum à succo cataputiæ mino„ris spiritu mellis, spiritu nitri" &c. Musschenbroek *Introd. ad Phil nat.* §. 1022. Potest nempe fieri, ut particulæ unius fluidi non easdem vires quaquaversus exerant in particulas fluidi alterius: quod si eveniat, illæ his non cingentur undique æquabiliter, ac proinde concrescent in paticulas irregularis, & ad fluiditatem non amplius aptæ figuræ (119. *cor.* 2.). Cohærebunt autem inter se magis vel minus, pro ratione limitum cohæsionis, ad quos mutuo devenerint. Porro fit quandoque, ut duo fluida commixta efficiant massam minore, quam ipsa seorsim habuerint, volumine comprehensam. Istud evenire potest, si particulis unius fluidi interjecti alterius fluidi particulæ illas forti sua attractione magis ad se se mutuo accedere cogant, quam ante accesserint. "Sic si haberetur „massa ingens elastrorum (hoc „exemplo rem illustrat Boscovichius) „è ferro distractorum, quorum sin„gulis inter cuspides adjungerentur „globuli magnetici; hac nova acces„sione materiæ minueretur moles, „victa repulsione mutua per attrac„tionem magneticam, qua cuspides

»elastrorum ad se invicem acce»derent.»

183 *Liquatio* fit, cum solida corpora, ut cera, metalla &c., vi ignis abeunt in liquida: quanquam ea, quæ nonnisi potentiore igne adhibito acquirunt statum fluiditatis, ut metalla, stricte loquendo non *liquari*, sed *fundi* dicantur. Ut natura liquationis, fusionisque intelligi queat, notandum est, ad fluiditatem requiri imprimis, ut particulæ quaquaversus easdem ad sensum vires exerant, deinde ut eædem particulæ in corpore quaquaversus æquabiliter distribuantur (119). Jam tametsi nonnisi sphæricæ, simulque in æqualibus à centro distantiis homogeneæ particulæ habeant id ex natura sua, ut quaquaversus easdem vires exerant (119. *cor.* 1.); posse tamen evenire, ut etiam metallicæ particulæ, à dicta sphærica non parum recedentes, dum ab igneis particulis varie commoventur, quaquaversus easdem ad sensum vires exerant, sic declaro: particulis igneis metallicas varie commoventibus evenire potest imprimis, ut dum binæ quæcunque metallicæ particulæ, mutuis in se se viribus agentes, sibi ocurrunt non accurate in eadem linea recta, sed tamen admodum vicinæ; altera penes alteram non transvolet, sed circa quodpiam centrum volvantur in gyrum ita sibi proximæ, ut sensus omnes effugiat intervallum iisdem interjectum: fieri, inquam, istud potest, uti ex iis patebit, quæ in *Diss.* 3. demonstraturi sumus. Quo facto, binæ id genus particulæ, instar unius consideratæ, agent quaquaversus ad sensum æqualiter, succedentibus sibi invicem celerrime punctis, & directionibus, in quibus diversæ vires exercentur. Id quod vel paritate orbiculi, cujus centrum adparens cuipiam cuspidi verticali insistat, illustrari potest: is enim, quamdiu celerrime in gyrum agitur, quaquaversus æqualiter ad sensum gravitat, quin decidat; tametsi motu hoc cessante, inæqualis partium gravitas se se illico prodat, orbiculumque in terram pæcipitet.

Eadem virium ad sensum quaquaversus æqualitas obtineri poterit etiam in singulis liquati, fusique corporis particulis, si eæ singulæ actione ignis, circa proprios axes (seu rectas quasdam per ipsarum centra gravitatis transeuntes) motu, ut vocant, *vertiginis* rapidissime circumagantur. Qui quidem motus vertiginis cuilibet particulæ unica impressione simplici indi potest; fere quemadmodum Telluri unica impressione, cujus directio non transeat per centrum ejusdem, indi potuisse & motum vertiginis, & simul alium quendam motum rectilineum, *Disser.* 4.*ta* ostensuri sumus. Quod autem alterum ad fluiditatem requisitum, scilicet æquabilem particularum in omnem partem distributionem, attinet: hanc quoque in liquatione, fusioneque adesse posse, facile patet. Liquatio enim, fusioque est quædam solidi corporis in igne solutio (141): in solutionibus autem, solutarum particularum in menstruo distributionem debere esse æquabilem, num. 146 generatim ostendimus. Itaque patet jam, quomodo id genus corpora solida ope ignis fluida reddi queant. At hæc corporum fluiditas violenta est, & nonnisi tamdiu duratura, quamdiu ingens illa particularum agitatio duraverit: ea vero sensim decrescente, decrescent in particulis dotes ad fluiditatem requisitæ; ac proinde ipsa etiam fluiditas decrescet, dum demum evanescat.

184 *Chrystallisatio* fit, quum salia in aqua soluta, hac deinde eva-

porante, in fundo ac lateribus vasis concrescunt in partes variæ magnitudinis, quæ *crystalli* vocantur. Figura harum crystallorum in eodem salis genere pene constans est; in diversis tamen salium generibus est diversa. e. g. Sal marinum constat pyramidibus, quarum bases sunt quadrangulares, & subtus concavæ: alumen est potissimum octogonum. Si aqua, in qua sal commune solutum est, in loco tepido sensim evaporare sinatur, ac deinde in locum nonnihil frigidiorem reposita, in quiete relinquatur; minimæ salis particulæ in crystallos, exiguorum cuborum formam referentes concrescent &c. (*a*).

185 Nimirum, quando jam sufficiens aquæ portio ex solutione evaporavit, in superficie solutionis particulæ salinæ aqueis particulis potenter orbatæ levem efficiunt cuticulam: hæc vicinas particulas salinas, particulis aqueis jam ad intervallum longe minus, ac prius, cinctas ex subjecta aqua attrahit, cumque iisdem cohæret; exigua enim menstrui portio, particulis quibusdam circumfusa, mutuam earundem cohæsionem non impedit, uti n. 145 ostensum est: "spissescit igitur pellicula, & temporis successu multo specifice gravior fit, quam reliqua solutio, rumpitur in partes, quæ sua magnitudine & pondere, aquæ partes removent, & ita ad fundum sidunt; in quo jacentes pergunt trahere alias salinas partes, & increscere una cum aqua intercepta in moleculas variæ magnitudinis." Musschenbroek *lib. cit.* §. 1023.

186 Aquæ portionem intra particulas salinas retineri in crystallisatione, & ad hanc concurrere, inde patet, quia calore potest ex ejusmodi crystallis aqua expelli, hacque expulsa crystallorum figuræ destruuntur. Unde ut crystallisatio bene succedat, cavendum esse monet Cl. Spielman, ne evaporatio nimis producatur, sed ab eadem, quamprimum in superficie solutionis cuticula oritur, esse desistendum. Ratio autem, cur salinæ particulæ in certæ potissimum figuræ crystallos concrescant, eodem fere modo, quo de vegetationibus Chemicis n. 165. *Schol.* locuti sumus, generatim reddi potest. Si enim particulæ in certis suæ superficiei partibus quasdam alias particulas attrahant, in aliis repellant; nonnisi certo ordine sibi adhærebunt, in illis nimirum locis tantummodo, in quibus se se attrahunt, satisque firmos limites nancisci possunt: unde consequi potest, ut nonnisi in certas figuras coalescere queant.

(*a*) *Si crystallisationem ope microscopii contemplari lubet; solvatur sal in aqua pura, qualis est e. g. pluvia: solutione hac humectetur lamella vitrea: tum hæc post moderatam in umbra exsiccationem microscopio subjiciatur. Sal commune cubos: sal ammoniacum elegantes cruces oculis exhibebit.*

DISSERTATIO ALTERA

DE MOTU CORPORUM.

CAPUT PRIMUM.

De centro gravitatis.

§. I.

De primis centri gravitatis proprietatibus.

187 *Centrum gravitatis* illud in corpore punctum vocatur, ex quo si suspendatur corpus, istud vi suæ gravitatis non magis tendit in unam, quam in alteram partem, sed manet in æquilibrio, partibus ejus se se undique sustentantibus. Quodsi per punctum suspensionis concipiatur transire aliquod planum verticale; singula corporis suspensi elementa, extra planum illud constituta, nitentur versus idem planum ruere, atque ita corpus suspensum quadam ratione convertere: id genus nisus *momentum* nominari solet. Eruemus autem inferius, uniuscujusque materiæ puncti momentum esse, ut est ejusdem distantia perpendicularis à dicto plano verticali. Hinc adæquatum momentum cis illud planum acquiritur, si punctorum omnium cis idem planum sparsorum perpendiculares ab eodem distantiæ cogantur in unam summam. Eodem modo acquiritur adeæquatum momentum trans idem planum.

188 Planum, quod ita ducitur per massam, vel collectionem massarum, ut summa distantiarum ab eo plano punctorum omnium ex una parte æqualis sit summæ distantiarum ex parte altera, vocatur *planum æqualium distantiarum.* Cum ergo id genus summæ distantiarum sint ipsa momenta elementorum cis & trans illud planum sparsorum (*præc.*); clarum est, planum æqualium distantiarum esse illud, quod utrinque æqualia momenta habet. Hinc si per centrum gravitatis in massa concipiatur duci planum quodcunque; illud semper planum æqualium distantiarum sit, est necesse. Nam quodcunque planum concipiatur duci per centrum gravitatis; momentum adæquatum ex una parte debet esse æquale momento adæquato ex parte altera. Sit enim, si fieri potest, vel unicum planum per centrum gravitatis transiens, quod non habeat idem utrinque momentum: poterit ita constitui corpus è centro gravitatis suspensum, ut planum illud evadat verticale; quo casu patet, fore, ut corpus è centro gravitatis suspensum non habeat suas partes in æquilibrio constitutas, quod absurdum est (*præc.*). Atque ex his jam patet, centrum gravitatis recte dici, esse id punctum in massa, vel massarum collec-

tione, per quod transeuntia plana, singula sunt plana æqualium distantiarum. Hanc ipsam centri gravitatis definitionem nos jam deinceps usurpabimus.

189 Propositio I. Si reipsa adest in massa centrum gravitatis; imprimis illud nonnisi unicum esse potest: deinde singula plana æqualium distantiarum, quæ per massam transire possunt, per illud transeant, est necesse. *Ratio 1.mi* est. Sint enim, si fieri potest, duo centra gravitatis in massa quapiam; unum H, alterum *r* (*Fig.* 13). Ducatur per H quodpiam planum AB: poterit per *r* duci planum PQ, plano AB parallelum. Jam utrumque hoc planum erit planum æqualium distantiarum (*præc.*): consequenter tam à plano AB, quam à plano PQ, ei parallelo, dividetur corpus in duo momenta æqualia; quod manifeste absurdum est.

T.II. Fig. 13.

Ratio 2.di est. Detur enim, si fieri potest, in massa planum æqualium distantiarum PQ, quod non transeat per centrum gravitatis H. Poterit per H duci planum AB, plano PQ parallelum, eritque AB pariter planum æqualium distantiarum (*præc.*): rursus ergo idem absurdum sequetur, nempe massam tam à plano AB, quam etiam à plano PQ, eidem parallelo, in duo æqualia momenta dividi.

190 Propositio II. Ponamus massam quampiam gaudere centro gravitatis H. (*Fig. ead.*) Summa distantiarum punctorum omnium, massam illam constituentium, à quocunque plano CD, extra eandem massam concepto, æquatur distantiæ centri gravitatis H ab eodem plano CD, ductæ in numerum eorundem punctorum. Id est, si summa distantiarum punctorum omnium à plano CD sit $= sD$, numerus eorundem punctorum $= N$, distantia centri gravitatis ab eodem plano $= \delta$; semper est $sD = \delta \times N$.

Ducatur enim per centrum H quodpiam planum AB, plano CD parallelum, tum puncta cis planum AB dispersa repræsententur per L & L, trans idem planum posita per E & E. Imprimis summa omnium distantiarum E *i* est æqualis summæ omnium L*m*; AB enim est planum æqualium distantiarum, eo ipso, quod per centrum gravitatis transeat (188). Si ergo concipiantur puncta omnia cis, & trans planum AB posita adpellere ad idem planum AB; eadem manebit summa distantiarum punctorum omnium à plano CD, quæ fuit prius: quantum enim ei summæ demetur per accessum omnium punctorum E, tantundem addetur eidem per adpulsum omnium punctorum L. Porro eo casu, quo omnia illa puncta adpellerent ad planum AB, summa distantiarum punctorum omnium à plano CD utique esset æqualis mutuæ planorum AB & CD distantiæ, ductæ in numerum omnium punctorum: ergo etiam nunc, quum puncta illa cis & trans planum AB sparsa sunt, summa distantiarum à plano CD punctorum omnium æquatur mutuæ planorum AB & CD distantiæ, in numerum eorundem punctorum ductæ. Atqui clarum est, eandem esse centri gravitatis H distantiam à plano CD, quæ est mutua planorum parallelorum AB & CD distantia: ergo dicta distantiarum summa æquatur etiam distantiæ centri gravitatis H à plano CD, in numerum omnium punctorum ductæ.

Coroll. 1. Igitur summa distantiarum punctorum omnium, quampiam massam constituentium, à plano quocunque extra massam illam concepto eadem est, quæ esset, si

omnia illa puncta in centro gravitatis massæ ejusdem colligerentur, compenetrarenturque: nam etiam hoc casu summa distantiarum punctorum omnium à dicto plano, æquaretur utique distantiæ centri gravitatis ab eodem plano, in numerum eorundem punctorum ductæ. Unde patet, quandocunque computanda est summa distantiarum, ab aliquo plano ultra massam concepto, punctorum omnium eandem massam constituentium, semper tuto concipi, puncta illa omnia in suo gravitatis centro esse collecta, compenetrataque.

Coroll. 2. Cum sit $sD = s \times N$; est $s = \frac{sD}{N}$. Hoc est, distantia centri gravitatis à quocunque plano extra massam concepto, semper æquatur summæ distantiarum ab eodem plano punctorum omnium, massam illam constituentium, divisæ per numerum eorundem punctorum.

Schol. Hactenus contemplati sumus, quænam consectaria (nobis in sequentibus necessaria) fluant, si ponatur corpus centro gravitatis gaudere; quin demonstraremus, re ipsa etiam corpus quodlibet suo gravitatis centro esse præditum. At veritatem hanc pro certissima habere, tuto possumus: evidenter enim demonstratur in disciplinis mathematicis, non tantum quodlibet corpus seorsim acceptum proprio, seu, ut dici solet, *particulari* gravitatis centro pollere, sed etiam in quavis corporum collectione adesse *commune* gravitatis centrum. (*a*) e. g. Sint

---

(*a*) *In eorum gratiam, qui centri gravitatis demonstrationem pervidere cupiunt, eandem hoc loco proponendam censui; cui tamen sequentia notanda præmittantur, oportet. Nempe*

I. *Ponamus aliquod corpus constare duabus quibuscunque partibus* AB *&* CDE (*Fig.* 14), *quarum utraque suum particulare centrum gravitatis habeat, prior in s, posterior in t. Si ejusdem corporis centrum gravitatis investigandum sit, nempe, an corpus illud gaudeat aliquo gravitatis centro communi, & quodnam punctum pro eo centro haberi debeat; singularum partium puncta omnia tuto concipiuntur esse collecta, compenetrataque in particulari ejus partis, quam constituunt, centro gravitatis: e. g. puncta* A *&* B *tuto concipiuntur esse collecta, compenetrataque in s, & puncta* C, D, E *in t. Hac enim ratione prorsus non turbari priorem communis centri gravitatis statum, sic declaro. Perspicuum est, non posse turbari statum communis centri gravitatis, nisi mutetur ejusdem ab aliquo plano, extra totam massam concepto distantia: atqui ex eo, quod dictarum corporis adsumpti partium puncta omnia ponantur in particularibus suis centris s & t colligi, compenetrarique, prorsus non sequitur, distantiam centri gravitatis ab ullo plano, extra totam massam concepto immutari. Ea enim distantia est generatim* $= \frac{sD}{N}$, *per sD intelligendo summam distantiarum punctorum omnium ab adsumpto plano, extra totam massam concepto* (190. cor. 2): *hujus autem formulæ valor dicta ratione prorsus non immutatur. Nam imprimis* N, *seu numerum elementorum non immutari clarum est: at neque immutatur sD, uti è num.* 190. cor. 1 *patet.* Fig. 14.

II *Adsumantur quæcunque duo corpora* AB, *&* CDE (Fig. 14), *quæ nunc* Fig. 14.

Fig. 14. in *Fig.* 14. duo corpora, quorum unum punctis A & B, alterum autem punctis D, C, E constet. Prioris corporis seorsim considerati *particulare* gravitatis centrum erit alicubi in *s*, alterius autem alicubi in *t*: præterea duo hæc corpora simul accepta *commune* etiam gravitatis centrum alicubi in R habebunt. At tam particulare centrum unius ejus-

---

adhuc supponantur duntaxat particularibus centris esse prædita: scilicet prioris centrum gravitatis sit in s, alterius in t. Centra hæc particularia s & t connectantur recta s t, quæ secetur in R *in ratione massarum reciproca, seu ita, ut si massa in corpore* AB *sit* = M, *in altero* = *m*, *stet hæc proportio*, M : *m* = R *t* : R *s*. *Ajo punctum* R *fore commune gravitatis centrum duorum illorum corporum.* Prob. *Singula plana per punctum* R *transeuntia sunt plana æqualium distantiarum comparate ad collectionem corporum adsumptorum*; ergo (188) Prob. ant. *Adsumamus quodcunque planum* LM *per punctum illud* R *transiens. In hac quæstione possunt concipi puncta omnia corporis* AB *in s, corporis vero* CDE *in t esse compenetrata* (Nota 1.): *concipiantur ergo compenetrari, ducanturque ex particularibus corporum centris rectæ s m & tn, ad* LM *normales. Summa distantiarum punctorum omnium à plano* LM *ex una parte erit* = *sm* × M, *ex altera vero* = *t n* × *m*. *Quod si ergo est s m* × M = *t n* × *m*, LM *est planum æqualium distantiarum: esse vero sm* × M = *tn* × *m sic ostendo. Triangula s* R *m & t* R *n sunt similia, ob rectas sm, tn parallelas, & angulos ad* R *æquales. Hinc stat,* R*t* : R*s* = *tn* : *sm* (Geom. 156). *Cum ergo sit ex constr.* R *t* R *s* = M : *m*; *est tn* : *sm* = M : *m*. *Adeoque multipl. med. & extr. est sm* × M = *tn* × *m*.

Fig. 15. III *Ponamus particulam quampiam constare duobus materiæ punctis* A & B (Fig. 15): *mutua eorundem distantia* AB *dividatur bifariam in* C, *ut sit* AC = CB; C *est centrum gravitatis particulæ illius.* Prob. *Quodcunque planum* DE *concipias transire per punctum* C, *semper distantia* A*m puncti* A *ex una parte plani erit æqualis distantiæ* B*n puncti* B *ex parte altera. Cum enim rectæ* A*m* & B*n*, *quæ distantias punctorum à plano* DE *metiuntur, sint perpendiculares ad idem planum, ac proinde parallelæ inter se: facile patet, triangula* AC*m* & BC*n esse similia, adeoque stare,* AC : CB = A*m* : B*n*. *Est vero ex constr.* AC = BC, *ergo est etiam* A*m* = B*n*. *Quare omnia plana per punctum* C *transeuntia sunt plana æqualium distantiarum: hoc est, punctum* C *est centrum gravitatis particulæ punctis* A & B *constantis* (188).

Fig. 16. IV *Quæpiam corporis particula constet tribus materiæ punctis* A, B, C, *in* Fig. 16. *Recta* AB *dividatur in o in duas æquales partes, recta vero o* C *secetur in r ita, ut sit* C*r* : *r o* = 2 : 1; *punctum r erit centrum gravitatis particulæ, dictis tribus materiæ punctis constantis.* Prob. *Quodlibet planum mt per punctum r transiens est planum æqualium distantiarum comparate ad dictam particulam*; ergo. Prob. ant. *Concipiamus eam particulam duabus partibus constare, nempe puncto* C, & *particula punctis* A & B *constante. Tuto concipimus puncta* A & B *collecta, compenetrataque esse in o* (Nota 1). *Quod si fiat; summa distantiarum à plano mt ex una parte erit* = 2 *om*, *ex altera vero* = C*t*. *Jam vero esse* 2 *om* = C*t sic demonstro. Triangula o r m, &* C *r t sunt similia, ac proinde stat,* C*r* : *ro* = C*t* : *om*. *Cum ergo sit ex constr.* C*r* : *ro* = 2 : 1; *est etiam,* C*t* : *om* = 2 : 1. *Consequenter est* C*t* = 2 *om*. *His præmissis sit jam.*

Propositio. *Quodlibet corpus suo gravitatis centro præditum est.* Prob. Cons-

demque corporis seorsim considerati, quam etiam commune unius ejusdemque collectionis corporum nonnisi unicum esse potest; uti n. 189 ostensum est. Porro in cujuslibet corporis volumine infinities plura sunt puncta imaginaria, quam realia, uti vel ex iis, quæ n. 92 dicta sunt, elucet: igitur infinities probabilius est, cujuslibet corporis, aut corporum collectionis centrum gravitatis esse quoddam punctum imaginarium, quam esse reale aliquod materiæ punctum.

191 PROPOSITIO III. Commune gravitatis centrum duorum quorumvis corporum est imprimis in linea recta, particularia eorundem centra jungente; deinde distat ab his centris in ratione massarum reciproca. *Ratio 1.mi* est. Concipiatur enim imprimis quodpiam verticale planum per rectam A B (*Fig.* 20.), particularia duorum globorum centra A & B jungentem, ita transire, ut recta hæc tota in eodem jaceat: quoniam planum istud transit per utriusque corporis particulare centrum, est planum æqualium distantiarum tam comparate ad corpus A seorsim acceptum, quam etiam comparate ad B, pariter seorsim consideratum (188): ergo est planum æqualium distantiarum etiam comparate ad summam eorundem corporum; ac proinde transit per commune ipsorum gravitatis centrum (189). Concipiatur deinde planum alterum horizonti Fig. 20.

---

tet *quodpiam corpus punctis* A, B, C, D, E, F, G, (Fig. 17). *Si* 1.mo *sola puncta* A & B *considerentur, eorum centrum gravitatis a reperitur, rectam* AB *in duas æquales partes dividendo: eodem modo acquiritur centrum* c *punctorum* D & C, *item centrum d punctorum* E & F (111). *Si* 2.do *recta ac, quæ particularia centra a & c connectit, in duas æquales partes secetur in f, commune gravitatis centrum punctorum,* A, B, C, D *erit in eodem puncto f* (11). *Ceterorum vero trium* E, F, G, *commune gravitatis centrum g acquiretur, rectam dG ita secando, ut sit* Gg : gd = 2 : 1 (*IV*). *Itaque habemus jam in corpore adsumpto duas partes, quarum unius centrum gravitatis sit in f, alterius in g. Quod si ergo recta fg secetur in o in ratione massarum reciproca; punctum o erit commune gravitatis centrum omnium materiæ punctorum, corpus adsumptum constituentium* (11). *Eodem modo in quocunque alio corpore ad commune gravitatis centrum deveniri potest; quare quodlibet corpus suo gravitatis centro præditum sit, oportet.* Fig. 17.

Coroll. *Si alio ordine conferantur inter se puncta corporis adsumpti, e g. si primo quatuor materiæ punctorum* B, E, C, D *commune centrum inveniatur, tum ceterorum trium* A, F, G, *ac denique duobus his particularibus centris inventis ad inveniendum commune totius massæ centrum gravitatis procedatur; semper omnino ad unum idemque punctum o demum deveniatur, oportet. Cum enim ejusm. punctum, ad quod dicta procedendi methodo demum devenitur, pro communi corporis centro gravitatis habendum sit, uti hactenus ostendimus; si duabus diversis viis ad duo diversa puncta demum deveniri posset, idem corpus plura gravitatis centra omnibus suis materiæ punctis communia haberet: quod tamen sustineri non posse, n. 189 ostensum est. Nempe idem evenit hic, quod evenire solet, si plures numeri inter se multiplicandi sint. Si enim e. g.* 2, 3, & 4 *inter se multiplicari debeant, semper ultimum factum erit* = 24, *sive hoc, seu illo ordine numeros illos inter se multiplices.*

parallelum eadem lege transire per eandem rectam AB; istud eodem modo transire debebit per commune dictorum corporum centrum gravitatis. Ergo commune istud centrum ibi erit alicubi, ubi duo illa plana se se intersecuerint: atqui hæc nuspiam alibi intersecabunt se se, quam in recta AB (*Geom.* 320); ergo commune gravitatis centrum duorum quorumvis corporum A & B jacet alicubi in recta AB, particularia ipsorum centra conjungente.

Ratio 2.*di* est Ponamus enim commune gravitatis centrum esse in C (*Fig. ead.*), perque illud concipiamus transire planum MN. Numerus punctorum omnium corporis A, seu massa ejusdem sit = A, massa vero corporis alterius dicatur B. Summa distantiarum punctorum omnium corporis A à plano MN est = A × AC, pariter summa distantiarum punctorum omnium corporis B ab eodem plano est = B × BC (190). Porro MN est planum æqualium distantiarum comparate ad corpora A & B simul sumpta (188); est ergo, A × AC = B × BC. Hinc AC : BC = B : A. (*Algeb.* 169). Hoc est, commune gravitatis centrum C corporum A & B ab eorundem particularibus centris distat in ratione massarum reciproca.

Coroll. Datis ergo centris gravitatis quotcunque corporum reperiri potest centrum commune omnium, si primum quæratur centrum commune duorum, tum hoc jungatur cum centro tertii, rectaque jungens hæc centra secetur in ratione reciproca summæ massarum priorum ad massam tertii, & sic porro.

§. II.

De situ corporum dependente à centro gravitatis.

192 Propositio I. Si corpus libere suspensum pendeat; ad eum semper situm se se componit, ut recta ex puncto suspensionis per centrum gravitatis ducta, sit horizonti perpendicularis. *Prob.* Corpus libere suspensum ad eum semper situm se se componit, ut omnia plana verticalia quæ per punctum suspensionis transeunt, sint respectu ejusdem corporis plana æqualium distantiarum; nisi enim istud obtineat, nequeunt partes id genus libere pendentis corporis omni ex parte se se in æquilibrio sustentare: atqui, quamdiu centrum gravitatis cadit extra lineam rectam, quæ per punctum suspensionis ducta, ad horizontem perpendicularis sit, semper adsignari poterit aliquod planum verticale, per punctum suspensionis transiens, quod non sit respectu suspensi corporis planum æqualium distantiarum, ut consideranti facile patet: ergo, si corpus libere suspensum &c.

Coroll. Quodsi ergo è puncto suspensionis demittatur filum penduli, superficiem corporis libere suspensi radens; planum per ejus fili positionem ductum transibit per centrum gravitatis. Hinc si ex diversis successive punctis suspendatur idem corpus diversæque fili penduli, è variis suspensionis punctis demissi, positiones notentur; plura obtinebuntur plana verticalia per centrum gravitatis transeuntia, è quorum intersectione mutua ipsum etiam gravitatis centrum in corpore determinari poterit.

Schol. Centrum magnitudini est illud punctum in corpore, per quod

transeuntia plana singula dividunt volumen corporis in duo minora volumina inter se æqualia. Unde facile patet, in homogeneis, simulque regularis figuræ corporibus, ut circulo quadrato, sphæra &c. centrum gravitatis congruere cum centro magnitudinis: at non esse istud in omnibus universe figuris verum, evidenter ostendunt Geometræ; imo ostendunt præterea, plurimas esse figuras, quæ centro magnitudinis prorsus careant, cum tamen centro gravitatis carere nulla possit.

193 Propositio II. Si corpus plano horizontali sic insistat, ut recta horizonti perpendicularis, ac per centrum gravitatis transiens (quæ *linea directionis* nuncupari solet) intra basim cadat; id corpus stabit: sin autem ea linea cadat extra basim; corpus in eam partem prolabetur, versus quam perpendicularis illa declinaverit. *Ratio* 1. *partis* est. Insistat enim corpus ABDE (*Fig.* 18) plano horizontali FI ita, ut linea directionis *m*o, per centrum gravitatis C transiens, cadat intra basim AB. Ductis per extremitates baseos planis verticalibus A*v* & B*n*, pars AE*v* urgebit quidem corpus ad lapsum versus E, at nisus alterius partis A*v*DB ei lapsui obsistet: porro hunc nisum illo majorem esse, facile patet. Pariter nisus partis B*n*D urgebit quidem corpus ad lapsum versus D; at nisus major partis alterius B*n*EA ei lapsui adversabitur. Corpus ergo istud stabit. Fig. 18.

Ratio 2. *partis* est. Si enim eidem plano horizontali ita insistat corpus HOK, ut linea directionis *rt* extra basim HO cadat; ducto verticali plano O*s* per baseos extremitatem O, tota pars OK*s* nisu suo ad horizontem perpendiculari lapsum corporis versus *t* urgebit, eritque hic nisus major contrario nisu partis HO*s*: cum enim planum *rt* sit æqualium distantiarum, nisus partis *tr*K esset æqualis nisui partis *tr*HO. Corpus ergo versus *t* prolabatur, est necesse.

Coroll. 1. Ex his patet, cur turres quædam ut ut non parum inclinatæ, firmæ tamen consistant: e. g. Pisana, 117 pedes alta, cujus basis à perpendiculo ex vertice demisso septem fere cubitis deflectit: Coloniensis, quæ adeo acclivis esse dicitur, ut per ejus dorsum sine periculo ascendere liceat: Bononiensis &c. Nimirum ejusmodi turris ampliore basi est instructa, extra quam linea directionis, ut ut tanta sit molis inclinatio, adhuc non cadat.

Coroll. 2. Ex dictis intelligitur quoque, cur, si corpus nostrum e. g. versus dextram partem declinet ita, ut casui proximum sit, pedem sinistrum, aut brachium in partem contrariam subito protendamus: scilicet ea ratione efficimus, ut centrum gravitatis corporis nostri tantisper versus sinistram partem retrahatur, atque ita linea directionis contineatur intra basim. Simili de causa gibbosi, onus in dorso portantes, aut montem scandentes se se antrorsum inclinant; ii autem, qui amplo ventre prædit sunt, item qui pondus quodpiam ante se ferunt, aut de monte descendunt, retrorsum inclinantur: bajuli, qui alterutra manu pondus gestant, manum alteram in oppositam partem protendunt, &c.

Coroll. 3. Quum unico pedi insistimus, vices baseos unicus ille pes sustinet, ac proinde facili negotio fieri poterit, ut linea directionis corporis nostri extra basim exerret; cum vero duobus pedibus innitimur, uterque pes noster, & præterea spatium iis interjectum baseos munere fungitur; non est ergo mirum, quod in priore casu facile prolabatur corpus nostrum in partem alterutram, non item

in altero; item quod firmius stemus pedibus divaricatis, quam compositis, constrictisque.

Coroll. 4. Corpus P alicui etiam tenuissimi apicis fulcro RQ (quod tamen ejus pressionem sustinere queat) innixum stabit, modo linea directionis *iQ* ita in eum apicem cadat, ut à lapsu, qui sit horizonti perpendicularis, impediatur. Cum enim planum *iQ* sit æqualium distantiarum, utpote per centrum P. transiens, momenta corpus illud ad lapsum in hanc & illam partem urgentia sunt æqualia, ac proinde se se mutuo elidunt; ut adeo solus lapsus directione ad horizontem perpendiculari *iQ* ei corpori supersit: at ab isto quoque obstantis fulcri firmitate prohibetur. Atque hinc explicatum trahunt innumera, quæ homines in admirationem rapere solent. e g. 1.*mo* *Funambuli* funi insistunt, aut apici cuidam inni-xi se torquent in gyros, quin prolabantur: arte enim, longaque exercitatione eam consecuti sunt corporis agilitatem, qua efficere norunt, ne linea directionis sui corporis à fune, aut apice, utpote basi, deviet, aut si tantisper declinet etiam, ut illico redeat. 2.*do* Iidem longas hastas, scalas erectas &c. nunc manu identidem mota, nunc fronte supina, aut etiam dentibus excepta diutius circumferunt, labanti gravitatis centro fulcrum identidem admiranda dexteritate supponentes. 3.*tio* Nonnumquam prægrandes equi, leones &c. è plumbo, lapide &c. efformati solis duobus posterioribus pedibus exiguo fulcro insistere cernuntur in ædificiis splendidioribus. Nimirum eum obtinent situm, ut linea directionis intra pedes, quibus innituntur, cadat; firmarique præterea solent stylo ferreo per pedes in fulcrum occulte immisso, ne eadem linea directionis extra basim facile dimoveri possit. Notandum autem est, lineam directionis eo difficilius posse (ceteris paribus) extra basim exerrare, quo centrum gravitatis basi vicinius fuerit, ut expendenti facile patet.

4.*to* Corpus S inflexo unco ferreo adnexum, ad ipsam etiam extremam mensæ oram dextre adplicitum, manet suspensum. Nam id genus corpus ad eum se situm componit, ut linea directionis *fd* transeat per punctum sustentationis G (192). Hinc si concipiatur aliquod planum *fd*; istud est planum æqualium distantiarum: consequenter corpus S in neutram partem deflectere potest, sed si ruendum ipsi esset, nonnisi directione *fd* ad horizontem perpendiculari ruere deberet. Cum ergo lapsui perpendiculari fulcrum G adversetur; corpus illud in quiete persistat, est necesse. 5.*to* Passim circumferuntur leunculi, & pigmæi qui tenui apici, aut dratæ horizontaliter extensæ sine periculo lapsus insistunt. Hujusmodi corporibus ad aliquam à directionis linea distantiam adfiguntur utrinque ponduscula quæpiam ita, ut dum linea directionis inceperit extra tenuem basim e. g. versus dextram exerrare, ac proinde corpus quoque versus eandem partem ruere; ponduscul um in sinistra parte elevari, & simul ejus à basi distantiam augeri sit necesse. Hac enim ratione augebitur momentum partis sinistræ (187), lineamque directionis ad basim reducet. Eodem modo prohibere debet ponduscul um partis dextræ, ne lapsus versus sinistram fieri queat.

Coroll. 5. Huc pertinent etiam masculi illi, e sicca sambuci medulla efformati, & segmentum sphæricum è plumbo pro basi habentes, qui quacunque ratione projecti, adsurgunt illico, basique plumbeæ

verticaliter insistunt. Nempe ob exiguam medullæ massam, centrum gravitatis cadit in ipsam basim plumbeam; & dum masculus situ horizontali collocatur, linea directionis (ob sphæricam ejusdem baseos figuram) extra fulcrum cadit, idque eousque, dum masculus surgat. e. g. Dum masculus situ horizontali jacet, ejus plumbea basis *anm* eum situm obtinet, quem *Figura* 23.*tia* exhibet. Quodsi ergo centrum gravitatis sit in *c*; linea directionis *cn* extra sustentationis punctum *m* cadet, ita ut intra mensæ punctum *o*, & plumbi punctum *n* hiatus intercedat, atque ita linea illa directiouis fulcro careat: itaque punctum *n* versus *o* ruere, medullamque surgere oportebit. Ex adverso, si medulla humectetur, ut aucto ejus pondere, centrum gravitatis jam fere extra plumbum cadat; ea nequaquam surget: surget autem rursus, si humor calore expulsus fuerit.

§. III.

De reliquis centri gravitatis proprietatibus.

194 Propositio I. Adsumamus massam quamcunque, cujus vel omnia materiæ puncta, vel saltem aliqua initio cujusdam temporis habeant quasdam celeritates sibi impressas, quibus intra illud tempus accedant ad quodpiam planum, ultra totam massam conceptum; ponamus autem ejus massæ puncta nullis viribus mutuis in se se agere, nec etiam ullas alias reliquorum corporum vires persentiscere. 1) Si summa accessuum omnium, quos dicta ejus massæ puncta intra tempus illud ad dictum planum fecerint, sit $=sA$, numerus omnium totius massæ punctorum materiæ $=N$, & accesus centri gravitatis ad idem planum eodem tempore factus $=\alpha$; erit $\alpha = \frac{sA}{N}$. Id est, accessus centri gravitatis æquabitur summæ accessuum, divisæ per numerum omnium totius massæ punctorum materiæ. 2) Idem accessus centri gravitatis erit tempori proportionalis: id est, æqualibus ejus temporis partibus æquales accessus respondebunt.

Ratio 1.*mi* est. Nam si summa distantiarum punctorum omnium, adsumptam massam constituentium, à dicto plano sit initio adsumpti temporis $=sD$, & in fine ejusdem $=sd$, distantia centri gravitatis ab eodem plano initio temporis illius est $=\frac{sD}{N}$, & in fine ejusdem $=\frac{sd}{N}$ (190 *cor.* 2.): ergo accessus centri gravitatis tempore illo ad idem planum factus, est $=\frac{sD}{N}-\frac{sd}{N}=\frac{sD-sd}{N}$

Sic etiam, si distantia centri gravitatis à plano CD (*Fig* 13) initio cujusdam tempusculi sit $=rO$; utique accessus centri gravitatis eo tempusculo ad idem planum CD factus, erit $=HO-rO=Hr$. Porro differentia, qua deficit posterior distantiarum summa à priore, utique est ipsa summa accessuum, seu est $sD-sd=sA$: ergo dictus centri gravitatis accessus (loco $sD-sd$ ponendo sA) est quoque $=\frac{sA}{N}$. *Fig.* 13.

Ratio 2.*di est.* Nam in adsumpto casu singula materiæ puncta pro celeritate sibi impressa moverentur uniformiter in directum, exigente id ea inertiæ vi, quam in singulis

materiæ punctis agnoscendam esse probavimus numero 42. Igitur unumquodque ipsorum, si accederet ad aliquod planum ultra totam massam conceptum, accederet æquabiliter, ita ut duplo tempori duplus accessus respondeat, triplo triplus &c. consequenter in singulis materiæ punctis ejusmodi accessus esset tempori proportionalis. Ergo summa quoque accessuum omnium tempori proportione respondeat, oportet. Hinc eadem summa accessuum per numerum omnium materiæ punctorum divisa, pariter tempori proportionalis esse debet (*Alg. n.* 174). Cum ergo summa illa accessuum, per numerum omnium materiæ punctorum divisa, exprimat accessum centri gravitatis; iste quoque accessus tempori proportionalis sit, est necesse.

195 Ponamus plura materiæ puncta agere in se invicem quodam tempusculo infinite parvo viribus quibuscunque: quodlibet materiæ punctum in fine ejus tempusculi in eo loci puncto reperietur, in quo reperiretur, si vires singulæ, quas nunc à reliquis materiæ punctis simul persentiscit, totidem tempusculis infinite parvis, adsumpto æqualibus, successive ipsi adplicarentur. (42. *cor.* 1.) Itaque singula materiæ puncta in fine adsumpti tempusculi in iis loci punctis reperientur, in quibus reperirentur, si totidem tempuscula eidem adsumpto æqualia sumerentur, quot sunt diversa punctorum in se se invicem agentium binaria, tum adsignato uno ex iis tempusculis cuivis binario, haberet binarium quodvis tempusculo sibi adsignato motum viribus suis mutuis debitum, ceteris omnibus binariis extra tempuscula sibi adsignata quiescentibus. Hoc enim esset tantundem, ac singulis materiæ punctis omnes eas vires, quas à reliquis materiæ punctis simul persentiscit, totidem diversis æqualibus tempusculis succesive adplicare, ut expendenti patet.

196 Propositio II. Mutuæ punctorum materiæ corpus constituentium vires statum centri gravitatis ejusdem corporis prorsus non turbant: ut adeo idem ille sit constanter in corpore centri gravitatis status (sive quietis, sive motus) dum puncta corpus illud constituentia mutuis in se se viribus agunt, qui esset, si eadem puncta nullas vires mutuas persentiscerent. Adsumamus enim quodpiam tempusculum infinite parvum. Tempusculo hoc mutuis punctorum viribus non posse ullam mutationem, ne infinitesimam quidem, induci in statum communis centri gravitatis, sic ostendo.

In fine hujus tempusculi omnia materiæ puncta (adeoque etiam dependens ab his commune gravitatis centrum) in iis loci punctis erunt, in quibus essent, si totidem tempuscula, adsumpto tempusculo æqualia, sumerentur, quot sunt diversa punctorum binaria in omni ea congerie, tum adsignato uno ex iis tempusculis cuivis, haberet quodvis binarium tempusculo sibi adsignato motum debitum vi mutuæ suorum punctorum, ceteris binariis omnibus extra tempuscula sibi adsignata quiescentibus, nihilque agentibus (*præc.*): quod si ergo vires mutuæ in altero hoc casu, quo successive adplicarentur, nihil turbarent statum communis centri gravitatis; neque turbabunt, quum in adsumpto casu simul omnes egerint: atqui in altero illo virium successive agentium casu eædem vires prorsus non turbarent statum centri gravitatis; quod sic ostendo. Clarum est, non

posse turbari statum centri gravitatis, nisi turbetur ejusdem ab aliquo plano ultra totam massam concepto distantia: atqui vires illæ successive agentes non turbarent centri gravitatis ab ullo id genus plano distantiam; ergo *Prob. min.* Cum distantia centri gravitatis à plano ultra massam concepto sit generatim $= \frac{sD}{N}$ (190. *cor.* 2.); manifestum est, manente eodem materiæ punctorum numero, non posse mutuis eorundem viribus turbari centri gravitatis ab aliquo plano ultra totam massam concepto distantiam, nisi vires illæ inducant mutationem in summam distantiarum punctorum omnium ab eodem plano, seu in sD: atqui in dicto virium successive agentium casu vires illæ nullam possent inducere mutationem in dictam distantiarum summam. Cum enim omnia materiæ puncta sint homogenea, quælibet bina ipsorum adsignato sibi tempusculo æquales, & contrarias vires persentiscerent (86); consequenter in quolibet binario punctum unum, certa quadam directione recedendo à plano quocunque ultra totam massam concepto, semper tantundem augeret summam distantiarum ab eodem plano, quantum imminueret alterum contraria directione accedendo. Ergo.

Jam altero tempusculo infinitesimo quodlibet materiæ punctum componet suum præcedentis tempusculi motum cum eo, quem altero illo tempusculo vires mutuæ gignent: at neque altero hoc tempusculo poterunt vires mutuæ statum centri gravitatis ullo modo immutare. Nam imprimis motus præcedente tempusculo geniti, perque vim inertiæ conservati nullam inducent variationem in statum centri gravitatis, quemadmodum præcedente tempusculo non induxerunt: deinde neque iis motibus, quos vires altero illo tempusculo genuerint, turbatum iri statum centri gravitatis, prorsus eadem argumentandi ratio evincit, qua paulo ante probavimus, iis motibus, qui primo tempusculo geniti sunt, nullam in statum centri gravitatis mutationem induci potuisse. Quod cum de reliquis quoque tempusculis infinitesimis eodem modo ostendi possit; veritas propositionis in confesso est.

Coroll. 1. Ponamus omnibus, vel aliquibus corporis cujuspiam elementis imprimi quasdam celeritates versus quodpiam planum, ultra corpus illud conceptum: elementa omnia ejusdem corporis agant in se se viribus mutuis quibuscunque, sed tamen alias externarum causarum vires non persentiscant. Accessus centri gravitatis ad idem planum dato tempore factus, non obstantibus mutuis elementorum viribus, erit eidem tempori proportionalis: id est, æqualibus ejus temporis partibus æquales accessus respondebunt. Cum enim mutuæ illæ vires statum centri gravitatis non turbent; accessus centri gravitatis ad quodcumque planum ultra totam massam conceptum est ille idem, qui esset, si materiæ puncta solis celeritatibus initio dati temporis sibi impressis, quin ullas vires mutuas persentiscant, ferentur: hoc autem casu, dictum centri gravitatis accessum fore tempori proportionalem, n. 194 ostensum est. Atque hinc jam sequentia magni momenti corollaria fluunt.

Coroll. 2. Quodsi ergo corporis cujuspiam centrum gravitatis ad quietem semel redigatur, nec ullas deinde causarum externarum vires corpus illud persentiscat; idem gravitatis centrum perpetuo quiescet. Si

enim tempus quodpiam utcunque longum repræsentetur per rectam AB
Fig. (*Fig.* 19), hujusque temporis parte
19. una AC quiesceret centrum gravitatis, altera vero parte CB moveretur; priore illa temporis adsumpti parte AC nihil accederet ad aliquod planum MN, accederet vero parte altera CB: accessus ergo ad planum illud non cresceret ea ratione, qua tempus, ac proinde non esset tempori proportionalis.

Coroll. 3. Si autem corporis cujuspiam centrum gravitatis ad motum semel concitetur, nec ullas deinde persentiscat corpus illud causarum externarum vires; 1) centrum illud gravitatis perpetuo deinceps movebitur: 2) motus ejusdem erit in directum, seu rectilineus: 3) idem motus erit uniformis, seu æquabilis. *Ratio 1.mi est.* Si enim una temporis cujuspiam utcunque longi parte AC moveretur centrum gravitatis, altera vero parte CB quiesceret: priore illa temporis parte accederet ad aliquod planum MN, altera vero parte CB nihil accederet: ejus ergo accessus ad planum illud non esset tempori proportionalis, quod absurdum est (*cor.* 1).

Ratio 2.di est. Describat enim centrum gravitatis, si fieri potest, motu suo lineam curvam ACD. Concipiatur planum MN rectæ DC parallelum: centrum illud gravitatis priore temporis parte, qua ex A transiret in C, accederet ad planum MN, altera vero parte, qua ex C deferretur in D, prorsus non accederet: ejus ergo ad planum MN accessus rursus non cresceret eadem ratione, qua tempus; hoc est, rursus non esset tempori proportionalis. *Ratio 3.tii est.* Nam motus centri gravitatis rectilineus est, & tempori proportionalis: cum ergo tempus æquabiliter fluat; is quoque motus æquabilis sit, est necesse.

197 Nunc jam videndum est, quænam celeritas obvenire debeat centro gravitatis ex ea motus quantitate, quæ corpori ab externa causa, e. g. ab incurrente alio corpore imprimitur. Quod ut sequente propos. eo facilius eruatur, animadvertendum est: dum e. g. corpus A incurrit in quiescens B, nonnisi extimæ quædam hujus particulæ determinantur proxime ab incurrente illo corpore ad motum. Incurrens enim corpus nunquam devenit ad attactum mutuum cum impulso corpore, sed his corporibus à se invicem distantibus agunt vires repulsivæ; quas non nisi extima eorundem corporum puncta possunt persentiscere, cum eæ ad exiguas duntaxat distantias porrigantur. Nihilominus postquam extimæ corporis impulsi partes repulsivis incurrentis corporis viribus ad aliquos motus concitantur, etiam reliquas corporis impulsi partes mutuis ipsarum viribus commoveri est necesse. Dum enim extimæ illæ corporis impulsi partes commoventur; eæ dimoventur de limitibus cohæsionis, acceduntque ad anteriores ejusdem impulsi corporis partes: mutuæ igitur ipsarum vires repulsivæ agere, & anteriores quoque partes ad motum concitare incipient (79).

198 Propositio III. Si corpori cuipiam certa motus quantitas Q imprimatur à quocunque corpore incurrente, & massa corporis illius impulsi vocetur M, ea vero celeritas, quæ eidem corpori impulso ex alterius incursione obvenit, sit $= C$; est

semper $C = \frac{Q}{M}$: seu celeritas, quæ impulso corpori ex alterius incursione obvenit, æquatur quantitati motus corpori impulso impressæ, divisæ per massam ejusdem corporis impulsi.

Prob. Incurrat e. g. globus B in

globum A (*Fig.* 20) directione BA: hac incursione fiet, ut aliquæ posteriores globi A particulæ ad motum eadem directione concitentur (*præc.*) Ponamus primum exorta hac commotione nullas consequi in globo A mutuas punctorum actiones, sed sola commota per alterius globi incursionem puncta celeritatibus sibi impressis, perque vim inertiæ conservatis ferri versus aliquod planum extra totam massam conceptum. Si summa accessuum, quos intra datum tempusculum ea materiæ puncta fecerint ad adsumptum planum, sit $= sA$, numerus materiæ punctorum globum A constituentium $= N$, accessus centri gravitatis globi ejusdem ad idem planum intra idem tempusculum factus vocetur α; erit $\alpha = \frac{sA}{N}$ (194). Porro clarum est, per sA rite repræsentari quantitatem motus, globo A alterius incursione impressam, seu esse $sA = Q$; & numerus punctorum globum A constituentium est ipsa massa globi A, seu est $N = M$: est ergo hac in hypothesi $\alpha = \frac{Q}{M}$. Ponamus jam materiæ puncta globum A constituentia gaudere (uti reapse gaudent) viribus mutuis. Tametsi per incursionem globi B nonnisi extima quædam globi A puncta commoveantur; his tamen commotis reliqua etiam ejusdem globi A puncta commoveri est necesse (*præc.*): at, quoniam mutuæ punctorum vires nullam possunt inducere mutationem in statum communis centri gravitatis (196), non obstantibus iis viribus adhuc est $\alpha = \frac{Q}{M}$. At qui accessus centri gravitatis ad aliquod planum intra datum tempus factus rite exprimit celeritatem corporis, seu est $\alpha = C$; dum enim de motu cujuspiam corporis agitur, corpus illud totum in suo gravitatis centro collectum concipitur, & motus centri gravitatis pro motu omnibus corporis partibus communi habetur: est ergo $C = \frac{Q}{M}$, seu generatim celeritas, quæ impulso corpori ex alterius incursione obvenit, æquatur quantitati motus, corpori impulso impressæ, divisæ per massam ejusdem corporis impulsi.

Coroll. Quodsi ergo duabus massis inæqualibus æquales motus quantitates imprimantur; celeritates inde ipsis obvenientes erunt in ratione reciproca massarum: adeoque massa minor majori, major autem minori celeritate feretur. Erit enim $C : c = \frac{Q}{M} : \frac{q}{m}$, seu ob Q ex hyp. $= q$, erit $C : c = \frac{1}{M} : \frac{1}{m}$, & tollendo fract. erit $C : c = m : M$.

Schol. Hæc propositio cum suo corollario in sequentibus egregio usui erit.

§. IV.

De actione, & reactione corporum.

199 Inter generales motus leges hanc tertio loco ponit Newtonus: *Actioni æqualis semper & contraria est reactio.* Cui legi quisnam subsit sensus, jam *n.* 22 explicuimus, simulque eam in natura obtinere, è phænomenis eruimus: at ejusdem ex jactis hactenus principiis deductio, demonstratioque restat etiamnum; quam hoc loco pertractandam putamus propterea, quod ea potissimum à theoria centri gravitatis dependeat.

200 PROPOSITIO I. Actiones corporum sunt mutuæ. Incurrat enim globus B in globum A (*Fig.* 20). Globus A eatenus commovebitur actione globi B, quatenus ad eas distantias minimas devenient quædam materiæ puncta ejusdem globi B cum quibusdam materiæ puctis globi A, quibus distantiis jam mutuæ vires repulsivæ respondeant (32, 33): ut primum autem id genus distantiæ mutuæ obtentæ fuerint; eodem sane jure agent puncta globi A in puncta globi B, quo hæc in illa. Nempe utrorumque punctorum actio ab iisdem distantiis mutuis dependebit.

201 PROPOSITIO II. Mutuæ corporum actiones sunt sibi contrariæ. Quæ veritas ut eo facilius pateat, simplicissimum duarum quarundam exiguarum particularum, in se se mutuis viribus agentium casum adsumamus, ex quo deinde ad quemlibet alium quorumvis corporum casum argumentari liceat. Nempe sint duarum particularum centra particularia in A & B (*Fig. ead.*), commune vero utriusque centrum gravitatis quiescat in C; tum ponamus particulas illas exiguo quodam tempusculo in se invicem agere, vi cujus actionis centrum particulæ A in fine ejus tempusculi reperiatur in a. Certum est 1), centrum commune non obstante mutua harum particularum actione mansurum immotum in C (196); certum est deinde particulare corpusculi B centrum in fine ejusdem tempusculi reperiendum esse in aliquo puncto b rectæ ab, quæ à particulari centro a per commune centrum C ducatur (191). Hinc celeritates earum particularum è viribus mutuis oriundæ rite repræsentabuntur per rectas Aa & Bb, utpote per spatiola à centris particularibus eodem tempusculo confecta: quodsi ergo hæ duæ rectæ sunt sibi contrariæ, mutuas particularum actiones esse contrarias, in aperto est: atqui rectas illas esse sibi contrarias, facile patet. Cum enim eæ in partes oppositas tendant, si sunt inter se parallelæ, sunt etiam sibi prorsus contrariæ: atqui sunt inter se parallelæ, quod sic declaro. Si literæ A & B massas designent, in triangulis ACa & BCb est imprimis $AC : CB = B : A$ (191); est deinde eandem ob causam etiam $aC : Cb = B : A$. Igitur est quoque $AC : CB = aC : Cb$. Hoc est, duo unius trianguli latera sunt duobus alterius proportionalia. Præterea anguli verticales, quos eadem latera intercipiunt, sunt æquales. Igitur dicta triangula sunt æquiangula (*Geom.* 157), ac proinde anguli alterni A & B æquantur inter se: eo ipso autem rectas Aa & Bb inter se parallelas esse oportet. (*Geom.* 58.)

Coroll. 1. Cum triangula ACa & BCb sint æquiangula, seu similia, est in iis $Aa : Bb = AC : CB$ (*Geom.* 156): seu ob $AC : CB = B : A$, est $Aa : Bb = B : A$. Hoc est, celeritates adsumptarum particularum, è mutuis viribus oriundæ, sunt in ratione massarum reciproca.

Coroll. 2. Ponamus rectam Aa circa punctum A converti ita, ut puncto a versus A' progrediente angulus CAa continenter magis ac magis imminuatur: quoniam angulus CBb semper illi æqualis esse debet, iste quoque iisdem decrementis imminuetur. Consequenter eo casu, quo evanescente angulo CAa punctum a congruerit cum puncto A', etiam punctum b congruet cum puncto B'. Hoc est, si particula A attrahitur à particula B, hæc quoque ab illa attrahitur. Ponamus deinde eandem rectam Aa circa punctum A ita converti, ut punctum a in oppositam partem moveatur, seu ut an-

gulus CA*a* continenter augeatur; iisdem incrementis augebitur etiam angulus CB*b*. Consequenter eo casu, quo angulus CA*a* evaserit æqualis duobus rectis; puncto *a* congruente cum puncto A″, etiam *b* congruet cum B″. Hoc est, si particula A repellitur à particula B, hæc quoque ab illa in oppositam partem repelli debet. In utroque hoc casu rursus adparet, mutuas corporum actiones esse contrarias. (*a*)

202 Propositio III. Motus quantitates, quas duo quæcunque corpora ex mutua virium suarum actione acquirunt in partes oppositas, sunt inter se æquales: hoc est, actioni, ut dici jam consuevit, æqualis est reactio. *Prob.* Celeritates, quas duo quæcunque corpora ex mutua virium suarum actione intra datum tempus acquirunt in partes oppositas, sunt massis reciproce proportionales (*præc. cor.* 1.): ergo si unius

(*a*) *Pro demonstranda* Propositione II. *casum simplicissimum adsumpsimus, in quo nimirum eæ solum celeritates oculis subjiciantur, quæ intra datum tempusculum actione virium mutuarum progignuntur: at in iis casibus, quin in natura reapse eveniunt, nunquam fit, ut in duabus particulis in se se mutuo agentibus, intra datum tempusculum eæ duntaxat celeritates reperiantur, quæ intra idem tempusculum è mutuis viribus oriuntur; sed semper saltem illa, quæ in alteram incurrit, habet celeritatem compositam ex ea, quam priori tempusculo habuit, quave incurrit, & ex ea, quam intra adsumptum tempusculum vires deinde progignunt. Nihilominus tamen semper eæ celeritatum partes, quæ intra quoddam tempusculum oriuntur è viribus mutuis, erunt sibi prorsus oppositæ, simulque massis reciproce proportionales. Semper enim licebit compositam particulæ celeritatem duas in partes resolvere, eamque solam contemplari, quæ à viribus mutuis intra datum tempusculum progignitur, altera parte semota, quasi prorsus abesset. Quod si fiat, casus compositus in simplicem illum abibit, quo usi sumus superius, veritasque propositionis pro quolibet particulari casu elucescet. Lubeat ista in singulari quopiam casu declarare in eorum gratiam, quibus diutius his immorari gratum fuerit.*

Quiescat particula una, cujus centrum gravitatis sit in A (*Fig.* 21.); *altera feratur contra illam è longinquo directione* D A. *Commune gravitatis centrum harum particularum movebitur imprimis versus* A, *ut nempe ejus à centris particularibus distantiæ semper maneant massis reciproce proportionales movebitur deinde in linea recta* D A, *ut nemper constanter sit in recta, quæ centra particularia conjungit. Ponamus jam eo momento incipere vires mutuas agere, quo particula incurrens pertigerit ad* B: *eodem momento commune gravitatis centrum erit in* C, *ita, ut literis* A & B *massas designantibus, sit* AC : CB = B : A (191); *idemque centrum commune continuabit priori directione motum suum non obstante virium mutuarum actione* (196). *Ponamus deinde centrum* A *intra exiguum quoddam tempusculum, intra quod commune gravitatis centrum ex* C *in* c *devenit, deferri actione virium mutuarum ex* A *in* a: *intra idem tempusculum centrum incurrentis particulæ ex* B *deveniet in* b, *stabitque* ac : cb = B : A. *Celeritates ergo particularum rite repræsentabuntur per rectas* Aa & Bb. *Jam tota celeritas* Aa *intra adsumptum tempusculum est generata; at celeritas* Bb *est composita ex ea, quam particula incurrens habuit ante adsumptum tempusculum, & ex ea, quæ intra idem adsumptum tempusculum est generata actione virium mu-* Fig. 21.

corporis massa sit $= M$, celeritas $= C$, alterius massa $= m$, celeritas $= c$; stat universe $M : m = c : C$, consequenter est $MC = mc$: sed massæ per eas celeritates multiplicatæ, quæ à viribus mutuis progignuntur, utique exprimunt quantitates motus ab iisdem viribus oriundas; ergo.

Schol. Iis, quæ hoc *Capite* pertractata, sunt, plurimum confirmatur homogeneitas materiæ punctorum, corpora constituentium, quam n. 27. verisimilem esse probavimus. Nam materiæ puncta, cum omnino simplicia, & inextensa sint (24, & 25), figura, vel magnitudine inter se differre utique non possunt: quodsi ergo essent heterogenea, deberent virium diversitate discriminari. Atqui ex iis, quæ hactenus pertractata sunt, inferre sane licet, omnia materiæ puncta iisdem omnino viribus prædita esse, quod sic declaro.

Eæ argumentationes, quibus præcipuas centri gravitatis proprietates, & ab iis pendentem actionis & reactionis contrarietatem, æqualitatemque hoc *Capite* synthetice deduximus, materiæ punctorum homogeneitatem, & eam eorundem inertiæ vim, quam n. 42 stabilivimus, pro basi, ac præcipuo fundamento habent. Contemplemur enim e. g. actionis & reactionis æqualitatem, nunc n. 202 deductam. 1) Synthetica hujus veritatis deductio supponit celeritates A*a* & B*b* (*Fig.* 20), quas duo quæcunque corpora ex mutua virium suarum actione intra datum tempus acquirunt in partes oppositas, esse massis reciproce proportionales. 2) Reciproca hæc massarum & celeritatum proportio inde eruitur, quod celeritates A*a* & B*b* ita tendant in partes oppositas, ut sint inter se parallelæ, atque adeo inde, quod actioni contraria sit reactio (201. *cor.* 1). 3) Synthetica deductio hujus veritatis: *actioni contraria est reactio*, inde pen-

---

tuarum. Secernamus has duas partes à se invicem in celeritate Bb. *Recta* AB *secetur in* B′ *ita, ut sit* Ac : cB′ = B : A. *Si particula incurrens nullas vires mutuas persensisset intra tempusculum illud, intra quod commune gravitatis centrum ex* C *ponitur abire in* c; *intra idem tempusculum ex* B *debuisset pervenire ad* B′ (191): *ergo si celeritas* Bb *resolvatur (quemadmodum sequ. cap. dicemus eam posse resolvi) in partes* BB′ *&* B′*b*; BB′ *exprimet eam centri gravitatis celeritatem, qua gaudebat, antequam vires mutuæ agerent, &* B′*b exprimet celeritatem mutuis viribus intra tempusculum adsumptum genitam. Quodsi ergo rectæ* A*a* *&* B′*b*, *quas in oppositas partes tendere quisque videt, inter se parallelæ fuerint; hoc etiam casu actiones mutuæ corporum erunt sibi prorsus contrariæ: eas vero rectas esse inter se parallelas facile ostendo. Nam in triangulis* A*ca*, *&* B′*cb est imprimis ex constr.*

$$Ac : cB' = B : A,$$

Est deinde $\quad ac : cb = B : A$, (cit.).

Itaque est etiam $\quad Ac : cB' = ac : cb$.

Præterea anguli ad c *sunt æquales: itaque eodem, quod paulo superius usurpavimus, argumentandi genere patet, angulos* cAa *&* cB′b *esse æquales, adeoque rectas* Aa *&* B′b *esse inter se parallelas. Denique ex similitudine triangulorum* Aca *&* B′cb *eo, quo* cor. 1. *usi sumus, modo infertur, easdem rectas, consequenter etiam celeritates particularum, intra idem tempusculum viribus mutuis genitas, esse in ratione reciproca massarum.*

det, quod mutuis punctorum, corpora constituentium viribus status communis centri gravitatis turbari nequeat (201). Jam vero, nisi præter inertiæ vim n. 42 stabilitam ponas præterea vires in quibusvis materiæ punctorum in se se agentium binariis esse æquales, & contrarias, ac proinde omnia materiæ puncta iisdem omnino viribus esse prædita; eorundem viribus statum communis centri gravitatis turbari non posse nunquam sane ostendes (196): imo contrarium evinces facillime; nam centri gravitatis à plano extra massam concepto distantiam, quæ semper est $= \frac{sD}{N}$ inæqualibus binorum materiæ punctorum viribus turbatum iri clarum est.

Cum ergo ex adverso, dictas centri gravitatis proprietates, & ab iis pendentem actionis & reactionis contrarietatem, æqualitatemque (à qua reliquas motuum leges pendere videbimus in sequentibus) posita materiæ punctorum homogeneitate, & eaquam n. 42 stabilivimus, eorundem inertiæ vi luculenter deduxerimus; profecto ope indirectæ illius methodi *per attentationem*, quam n. 13 descripsimus, concludere jam licet, omnia materiæ puncta esse omnino homogenea, sibique simillima.

CAPUT SECUNDUM.

De diversis motus generibus.

§. I.

De motu uniformi & difformi, item simplici & composito.

203 *Motus* est translatio corporis de loco in locum. Motus est *uniformis* seu *æquabilis*, si ejus celeritas constanter eadem perseverat; sin minus, *difformis* audit.

204 Propositio I. In motu uniformi, seu æquabili est $s = ct$. Id est, spatium confectum, est in ratione composita celeritatis, & temporis, quo conficitur. Cum enim intra idem tempus dupla celeritate æquabili duplum, tripla triplum spatium, & sic porro, conficiatur; manente eodem tempore spatium est ut celeritas. Pariter cum duplo tempori, manente eadem celeritate duplum, triplo triplum spatium, & sic porro respondeat; spatium manente eadem celeritate est ut tempus. Eo ipso autem in motu æquabili universe est spatium in ratione composita celeritatis, & temporis (*Algeb.* 198).

Coroll. Cum sit $s = ct$, est $c = \frac{s}{t}$, & $t = \frac{s}{c}$. Hinc si t constans sit, est $c = s$; &, si c sit constans, est $t = s$ (*Algeb.* 194).

205 Motus difformis dividitur in acceleratum, & retardatum. *Acceleratus* est, qui fit celeritate constanter crescente: *retardatus* autem, in quo celeritas constanter decrescit.

206 Motus *simplex* est, qui ab

unica vi, unica directione, actioneque corpori imprimitur. Mobile autem duabus, aut pluribus simul viribus impulsum dicitur ferri *motu composito*: e, g. Globus tormento excussus præter directionem vi accensi nitrati pulveris acquisitam simul nativa sua gravitate urgetur versus Telluris centrum: motu igitur composito fertur.

207 Primarium motus compositi fundamentum istud est; si quodcunque mobile plures motus habeat componendos, ita feretur motu composito, ut in fine cujusvis temporis ibi sit, ubi esset demum, si omnes eos motus alterum post alterum totidem æqualibus temporibus successive haberet; ac proinde ita, ut mobile duabus viribus impulsum in fine cujusvis temporis reperiatur in fine diagonalis ejus parallelogrammi, cujus latera vires illas rite repræsentant. Hanc naturæ legem in singulis materiæ punctis obtinere, declaravimus n. 42. *cor.* 1. & 2; eandem in ipsis etiam corporibus convenire communi gravitatis centro, docebit sequens.

T. I. 208 PROPOSITIO II. Impellatur
F. 3. corpus A (*Fig.* 3) duabus simul viribus AB & AC ita, ut quo tempore vi una seorsim impressa ipsius centrum gravitatis devenirent ex A in B, eodem tempore vi altera seorsim impressa pertingeret ex A in C; in fine ejusdem temporis idem gravitatis centrum reperietur in F, seu in fine diagonalis ejus parallelogrammi, cujus latera vires illas repræsentant. *Prob.* Quoniam mutuæ punctorum vires prorsus non turbant statum centri gravitatis (196), ibi erit centrum gravitatis in fine dicti temporis, ubi esset, si materiæ puncta in eo corpore prorsus nullas in se se mutuas vires exererent; verum unumquodque ipsorum solas impressas vires AB & AC persentisceret; atqui altero hoc casu commune gravitatis centrum in fine adsumpti temporis reperiretur in F; ergo ibidem reperietur; tametsi præterea materiæ puncta mutuis in se se viribus agant. *Prob. min.* In altero hoc virium mutuarum nihil agentium casu singula materiæ puncta ibi reperirentur in fine dicti temporis; ubi reperirentur, si eorum singulis vires AB & AC successive, altera post alteram, adplicarentur (42. *cor.* 1.): ergo etiam gravitatis centrum in eodem casu ibi reperiretur in fine ejusdem temporis, ubi reperiretur, si singulis materiæ punctis vires AB & AC, altera post alteram, successive adplicarentur: atqui tunc, quum vires illæ singulis materiæ punctis successive adplicarentur, centrum gravitatis demum reperiretur in F; ergo. *Subs. min.* facile patet. Ponamus enim imprimis solam vim AB imprimi corpori; ex adsumpta hypothesi centrum gravitatis intra datum tempus deveniet ex A in B: ponamus deinde, centro gravitatis jam in B existente, imprimi eidem corpori vim AC; quodlibet materiæ punctum altero æquali tempore describet motu suo lineam parallelam & æqualem ei lineæ, quam descripsisset, si eadem vis tunc fuisset impressa corpori, quum centrum gravitatis in A situm erat: ergo etiam centrum gravitatis describet rectam BF, æqualem & parallelam rectæ AB, seu ei, quam ex hypothesi descripsisset, si ipso in A existente corpori vis AC impressa fuisset: hoc est, centrum gravitatis demum reperietur in F.

Coroll. Quodsi ergo plures motus simul imprimantur corpori, commune gravitatis centrum eos motus ita componet, ut in fine cujusvis temporis ibi futurum sit, ubi esset, si eosdem motus successive omnes alterum

post alterum haberet: eo videlicet modo, quo de materiæ punctis seorsim acceptis n. 42. *cor.* 1. locuti sumus. Imo etiam præcedentem motum suum ita componit centrum gravitatis cum sequente, ut in fine cujusvis temporis ibi futurum sit, ubi demum esset, si ii motus diversis æqualibus temporibus successive ipsi adplicarentur. Ponamus enim cujuspiam corporis centrum gravitatis intra datum tempus moveri per rectam KA (*Fig. ead.*). Si nulla externa vis turbaret statum centri gravitatis, illud altero æquali tempore eadem directione deferretur ex A in B ita, ut sit AB = KA (196. *cor.* 3.). Quodsi ergo eodem centro gravitatis ad A pertingente, is præterea motus imprimatur corpori, vi cujus solius idem gravitatis centrum intra idem tempus ex A perveniret in C; perinde se res habet, ac si centro gravitatis in A quiescenti duo diversi motus AB = KA, & AC simul imprimerentur. Quare idem centrum gravitatis præcedentem motum suum KA = AB eodem prorsus modo componet cum sequente AC, quo modo componeret motus AB & AC simul sibi impressos. Hoc est, in utroque casu centrum gravitatis in fine dati temporis reperiretur in puncto F.

Schol. Quemadmodum hæc de ipso gravitatis centro demonstrata sunt, ita etiam reliqua, quæ de motu corporum deinceps demonstraturi sumus, potissimum de motu centri gravitatis intelligenda erunt, tametsi compendii gratia non gravitatis centrum, sed vel *corpus*, vel *mobile* nominaverimus.

209 PROPOSITIO III. Si duæ vires, quæ componuntur, vel ambæ agant æquabiliter, vel ambæ eadem lege accelerent, aut retardent motum mobile rectam semper lineam describet. Impellatur enim mobile in A existens (*Fig.* 22) viribus AB *T.II.* & AC eadem lege accelerantibus *Fig.* motum. Rectæ AB & AC dividantur 22. in tres e. g. partes, sed tamen in ratione virium agentium; ita nimirum, ut verum sit, mobile primo quodam tempusculo vi una seorsim impressa perventurum esse ex A in F, duobus æqualibus tempusculis ex A in I, tribus in B, vi autem altera pariter seorsim impressa eodem primo tempusculo deferendum illud esse ex A in E, duobus æqualibus tempusculis ex A in H, tribus in C. Completis parallelogrammis AFGE, AIKH &c. mobile illud in fine primi tempusculi erit in G, in fine 2.di tempusculi reperietur in K, in fine 3.tii in D (*præc.*). Quod si ergo puncta A, G, K, D sunt in eadem linea recta; mobile motu composito describet lineam rectam: esse vero dicta puncta in eadem linea recta, sic declaro. Loquamur primum de tribus punctis A, G, K. Quoniam ponimus adsumptas vires eadem lege accelerare motum, stat hæc proportio, AF: AE = AI: AH; seu cum sit AE = FG, & AH = IK, stat, AF: FG = AI: IK. Præterea anguli ad F & I sunt ex constr. æquales: ergo triangula AFG, & AIK sunt similia (*Geom.* 157), ac proinde angulus ad A est utrique triangulo communis. Hinc recta AG cadit in rectam AK: hoc est, puncta A, G, K sunt in eadem linea recta. Eodem modo ostenditur, puncta A, K, D esse in eadem recta, adeoque mobile linea recta AD progredi debere. Porro superius positæ proportiones eodem modo stant etiam tunc, quum mobile duabus viribus æquabiliter agentibus, aut eadem lege retardantibus impellitur; totius ergo propositionis veritas in aperto est.

Coroll. 1. Igitur in casu propositionis mobile duabus viribus AB & AC simul impulsum, eodem illo tem-

pore, quo una vi seorsim agente deferretur ex A in B, altera vero ex A in C, describet rectam diagonalem AD parallelogrammi ABDC.

Coroll. 2. Sive mobile unica vi AD agatur, seu duabus simul AB, & AC, spectato effectu idem est; utroque enim casu ex A in D linea recta deveniet: itaque loco duarum virium AB & AC unica AD, & vicissim loco unicæ hujus duæ illæ sumi poterunt. Priore casu duæ vires dicuntur *componi*, altero autem unica in duas alias *resolvi*.

Coroll. 3. Itaque vis per diagonalem alicujus parallelogrammi repræsentata resolvi potest in duas alias per ejusdem parallelogrammi latera repræsentatas. Porro quælibet recta vim aliquam repræsentans potest esse diagonalis alicujus parallelogrammi; quælibet ergo vis per aliquam lineam rectam repræsentata resolvi potest in duas alias, quæ rite repræsententur per latera ejusdem parallelogrammi, cujus diagonalis est recta illa, quæ vim ipsam resolvendam repræsentat. e. g. Si (*Fig. ead.*) vim AD resolvere velis in alias duas, construe parallelogrammum ABDC; AB & AC erunt vires illæ, in quas vim AD tuto resolvis. Eodem modo vis AK in AI & AH resolvi potest &c. Imo si compendio uti velis, erige quodcunque triangulum ABD super basi AD: vis AD æquivalebit viribus AB & BD. Si enim ducatur AC ad BD parallela, & CD parallela ad AB; vis AD æquivalebit viribus AB & AC: ergo ob BD parallelam & æqualem rectæ AC, eadem vis AD æquivalebit etiam viribus AB & BD.

Schol. Attamen dum quis hujusmodi compendio utitur, caveat, ne confundat directiones virium, quas resolutione acquirit; quare hoc generale monitum præ oculis habeat, oportet: dum e. g. vim AD erecto triangulo ABD resolvis in vires AB & BD; directio vis AB initium sumit ex eodem puncto A, ex quo sumit initium directio ipsius vis resolvendæ AD; directio autem alterius BD in B, seu in vertice trianguli, secus enim non haberet BD eandem cum AC directionem.

Coroll. 4. Quoniam diagonalis semper minor est duobus lateribus simul sumptis; in virium compositione de viribus absolutis semper aliquid deperditur. Quo autem acutior fuerit angulus BAC, sub quo vires componendæ concurrunt, eo ceteris paribus major erit diagonalis AD, adeoque etiam vis composita (*Geom.* 137).

210 Propositio IV. Si duæ vires AB & AC (*Fig.* 24) diversæ rationis fuerint, e. g. una æquabiliter agens, altera motum accelerans; mobile A iisdem simul impulsum motu composito aliquam lineam curvam AGKD describet. Dividantur enim rectæ AB & AC e. g. in tres partes, quælibet in ratione vis illius, quam repræsentat, quemadmodum in præced. propos. factum est. Completis parallelogrammis AFGE, AIKH &c. mobile illud in fine primi tempusculi erit in G, in fine 2.di reperietur in K, in fine 3.tii in D (208). Quodsi ergo puncta A, G, K, D non sunt in eadem linea recta, mobile motu composito describet lineam curvam: non esse vero dicta puncta in eadem linea recta, sic declaro. Loquamur primum de tribus punctis A, G, K. Quoniam ponimus adsumptas vires esse diversæ rationis, non stat hæc proportio, AF : AE = AI : AH; & hinc quoniam est AE = FG, & AH = IK, neque stat hæc, AF: FG = AI: IK. Itaque triangula AFG, & AIK non sunt similia, utpote

Fig. 24.

quorum homologa latera non sunt proportionalia. Hinc angulus A non est utrique triangulo communis: secus enim, quoniam anguli ad F & I sunt ex constr. æquales, etiam tertius angulus tertio esset æqualis, adeoque triangula essent similia. Quare linea recta ex A ad G ducta non potest cadere supra rectam ex eodem A ad K ductam, secus enim angulus A esset utrique triangulo communis. Hinc puncta A, G, K non sunt in eadem linea recta. Idem eodem modo de punctis A, K, D ostendi potest.

Schol. Curva linea, quam mobile hujusmodi composita vi describit, *trajectoria* solet nuncupari; cujus natura à virium componentium natura dependet. Plurima autem id genus motus compositi exempla occurrunt passim in vita quotidiana. Sic piscis aquam utroque ex latere celerrime feriendo, corpus suum duplici impulsione promovet directione quadam media: aves, quæ alis tanquam remis utuntur, duplici earundem impetu se se media quadam via quaquaversus facillime inflectunt: qui ex curru celeritate AB lato (*Fig.* 22) vi AC exilit, re ipsa motum compositum AD nanciscitur; nihilominus infortunia, quæ in hujusmodi saltu evenire solent, potissimum inde proveniunt, quod currus, quem homo exiliendo pedibus premit, sub iisdem non sit fixum fulcrum, sed celeriter moveatur &c.

Fig. 22.

§. II.

De mensura spatii, quocunque difformi motu confecti; item de effectu virium, motum corporis accelerantium, aut retardantium.

211 LEMMA I. Quantitas infinite parva respectu quantitatis finitæ evanescit, seu nihilo æqualis poni potest. *Prob.* Quantitas aliqua finita a ponatur augeri incremento infinite parvo $\frac{1}{\infty}$; citra omne periculum errandi poni potest esse $a = a + \frac{1}{\infty}$: atqui non posset sane, nisi quantitas infinite parva $\frac{1}{\infty}$ respectu quantitatis finitæ a evanesceret; ergo. *Prob. maj.* Si non esset $a = a + \frac{1}{\infty}$ differentia harum quantitatum, quæ est $= \frac{1}{\infty}$, esset quantitas determinata; quandocunque enim duæ quantitates sunt reapse inæquales, earum differentia determinata sit, oportet: atqui $\frac{1}{\infty}$ non est quantitas determinata; quippe nomine quantitatis infinite parvæ, seu *infinitesimæ* ea venit, quam ultra quosvis limites diminutam concipimus, seu cujus parvitas nullos terminos habet. Eodem modo ostenditur etiam esse $a = a - \frac{1}{\infty}$.

Coroll. 1. Igitur minime labefactatur robur demonstrationum, dum quædam quantitates, quæ comparate ad eas, quibus adduntur, aut subtrahuntur, sunt infinite parvæ, in calculo negliguntur. Unde Cl. P. Jacquier *Physic. Gen. Sect.* 2. p. 1. c. 2. *art.* 2. "Hanc, inquit, methodum accuratissimam omnino esse, „nullique errori obnoxiam evidens „est; tota enim pendet ex hoc Euclidis theoremate, nempe: *quantitates duæ sunt æquales, si differentia sit quantitate qualibet adsignabili*

„*minor*: etenim si forent inæquales, „differentia posset adsignari, quod „est contra hypothesim."

Coroll. 2. Motus corporis quacunque ratione variabilis, si intra tempusculum infinite parvum consideretur, pro æquabili est habendus. Cum enim mutatio celeritatis ei tempusculo respondens nonnisi infinite parva esse possit; toto tempusculo illo eadem celeritas perdurare censenda est: quum autem celeritas perdurat eadem, motus est æquabilis. Eodem modo vis motum accelerans, aut retardans, ut ut variabilis sit, intra tempusculum tamen infinite parvum pro constante haberi debet; cum ejus incrementum, aut decrementum tempusculo infinite parvo respondens non nisi infinite parvum esse possit.

Schol. Geometræ plures infinitesimarum ordines solent constituere. Eam quantitatem, quæ est infinite parva comparate ad finitam quantitatem, vocant infinitesimam 1.*mi ordinis*: hanc concipiunt in alias minores particulas numero infinitas subdividi, quas nominant infinitesimas 2.*di ordinis*, & sic porro. Hinc uti se habet quantitas finita ad infinitesimam 1.*mi ordinis*, ita se habet hæc ad infinitesimam 2.*di ordinis*, hoc est, stat: $1 : \frac{1}{\infty} = \frac{1}{\infty} : \frac{1}{\infty^2}$

Unde id quoque patet, ex multiplicatione infinitesimæ primi ordinis per se ipsam, enasci infinitesimam ordinis 2.di

Coroll. 3. Quemadmodum ergo infinitesima primi ordinis evanescit comparate ad quantitatem finitam, ita etiam infinitesima secundi ordinis evanescit comparate ad infinitesimam ordinis primi.

212 Lemma II. Si quantitas aliqua a crescat incremento infinite parvo $\frac{1}{\infty}$; ejusdem quadratum crescet incremento, quod sit æquale facto ex ipsa illa quantitate in duplum suum incrementum: hoc est, si quadrati incrementum, quod interea acquiritur, dum radix a crescit incremento infinite parvo, dicatur i, est $i = \frac{2a}{\infty}$. Quantitatis enim a quadratum est $= a^2$, & quantitatis $a + \frac{1}{\infty}$ quadratum est $= a^2 + \frac{2a}{\infty} + \frac{1}{\infty^2}$. Jam differentia horum quadratorum est utique ipsum quadrati incrementum: est ergo $i = \frac{2a}{\infty} + \frac{1}{\infty^2}$. Porro $\frac{1}{\infty^2}$ utpote infinitesima 2.*di* ordinis, comparate ad $\frac{2a}{\infty}$ evanescit, negligique potest (præc. *cor.* 1.); est ergo $i = \frac{2a}{\infty}$

213 Propositio I. Recta AB (*Fig.* 25) referat tempus, quo motus durat, ordinatæ vero referant diversas celeritatis magnitudines, diversis temporis illius momentis respondentes, ita nimirum, ut e. g. celeritas momento M sit = MN, momento $m = mn$ &c. Area ANCB, quam recta AB tempus repræsentans, recta BC referens celeritatem finalem, & curva ANC per ordinatarum apices ducta concludunt, rite designat spatium eo tempore confectum. Adsumamus enim in eo tempore quodcunque tempusculum infinite parvum Mm; motus intra hoc tempusculum erit æquabilis (211 *cor.* 2.): cum ergo in motu æquabi- *Fig.* 25.

li sit universe $s = ct$ (204), spatiolum tempusculo Mm confectum erit $= mn \times$ Mm = rectang. MOnm. Porro si rectangulum istud concipiatur dividi in duas partes MNnm & NOn, pars MNnm est infinitesima primi ordinis, ut facile patet: at pars altera NOn est infinitesima ordinis 2.*di* Nam On = Mm est infinitesima primi ordinis; pariter recta rn, utpote representans incrementum celeritatis infinite parvo tempusculo genitum: ergo area NrnO, quæ acquiritur rectam rn multiplicando per On, est infinitesima ordinis 2.*di* (211. *Schol.*); ac proinde etiam ejus pars NOn erit infinitesima 2.*di* ordinis. Hinc idem triangulum NOn evanescit comparate ad aream MNnm (211. *cor.* 3.): proindeque spatiolum tempusculo Mm respondens rite repræsentatur per areolam MNnm. Eodem modo patet, altero tempusculo infinite parvo ms respondens spatiolum rite exhiberi per areolam $mnts$, & sic porro. Tota ergo area ANCB rite exhibebit spatium toto tempore AB confectum.

Coroll. 1. Ergo generatim area, quam sternunt omnes illæ ordinatæ, quæ repræsentant diversas cujuspiam motus celeritates, diversis temporis momentis respondentes, rite repræsentat spatium eo motu confectum. Hinc spatium e. g. tempore AM confectum est = areæ AMN.

Coroll. 2. Ex iis celeritatibus, quæ in difformi motu tempori AB respondent, sumatur aliqua mn, quæ in idem tempus AB ducta proggignat parallelogrammum, æquale areæ ANCB; eam voco celeritatem *mediam*, tempori illi respondentem. Hinc quemadmodum area ANCB, ita etiam celeritas media in tempus AB ducta exprimet spatium eodem tempore AB confectum: hoc est, in motu difformi; litera c mediam celeritatem exprimente est $s = ct$; adeoque $c = \frac{s}{t}$ Hinc si t fuerit constans, erit $c = s$. Adeoque in duobus motibus utcunque difformibus spatia eodem tempore confecta rite exprimunt celeritates medias.

214 Propositio II. Recta AB (*Fig. ead.*) referat spatium, per quod mobile directione AB progrediens vires quasdam e. g. attractivas utcunque variabilis magnitudinis, cum suo motu conspirantes constanter experiatur, ordinatæ referant diversas earundem virium magnitudines, diversis spatii illius punctis respondentes, ut e. g. vis puncto M respondens sit = MN. Area ANCB rite exhibebit illud incrementum, quo per spatium AB auctum est quadratum ejus celeritatis, quam habuit mobile in A, seu tunc, dum primum ejusdem spatii limitem attigit. *Prob.* Adsumamus quacunque infinite parvam ejus spatii partem Mm: area MNnm rite exhibebit incrementum illud, quo per idem spatiolum auctum est quadratum ejus celeritatis, quam habuit mobile in M; pariter area $mnts$ rite exhibebit incrementum quadrati ejus celeritatis, quam habuit mobile in m, & sic porro: ergo tota area ANCB rite exhibebit illud incrementum, quo per totum spatium AB est auctum quadratum ejus celeritatis, quam mobile in A habuit.

Prob. ant. Celeritas, quam habet mobile in M, sit $= c$; hujus incrementum per decursum spatioli Mm acquisitum sit $= d$, denique incrementum, quo ejusdem celeritatis quadratum per dictum spatiolum augetur, dicatur i; erit $i = 2dc$ (212): quodsi ergo est $2dc$ = MNnm, veritas *antecedentis* in aperto

est: esse vero $2dc = MNnm$, sic ostendo. Quoniam incrementum celeritatis est æquale tempusculo ducto in vim; si tempusculum illud, quo spatiolum Mm percurritur, sit $= t$, erit $d = t \times mn$. Porro tempusculo infinite parvo motus est æquabilis: hinc quoniam in motu æquabili universe est $t = \frac{s}{c}$ (204. *coroll.*); in præsenti casu est $t = \frac{Mm}{c}$. Qui valor si loco t substituatur in superiore æquatione erit:

$$d = \frac{Mm \times mn,}{c}$$

Tollendo fract. $dc = Mm \times mn.$

Seu...... $dc = Monm.$

Est vero $Monm = MNnm$, ob Non infinitesimam 2.di ordinis; quare est $dc = MNnm$. Porro dupla quantitas in eadem ratione est, in qua est simpla (*Alg.* 197); itaque est etiam $2dc = MNnm$.

Coroll. Quodsi ergo vires, quæ motum corporis per spatium AB accelerant, exhibeantur rectis AD, ML &c. inter se parallelis, & celeritas, quam habet mobile in A, sit $= c$, quam vero habet in M, sit $= z$; erit $z^2 = c^2 + ADLM$: consequenter si motus inchoetur in A, seu sit $c^2 = o$, erit $z^2 = ADLM$, & $z = \sqrt{ADLM}$.

Schol. Quodsi vires spatio AB respondentes sint oppositæ motui mobilis directione AB progredientis; area ANCB exhibebit decrementum quadrati dictæ celeritatis. Istud eadem argumentandi ratione ostendi potest, qua propositionem demonstravimus, modo ponatur per $2dc$ non jam incrementum, sed decrementum exprimi quadrati celeritatis, tempusculo Mm respondens. Atque ex his plana jam fiunt omnia, quæ n. 82, ejusque *corollariis* sunt commemorata.

§. III.

De spatio motus uniformiter accelerati, & retardati.

215 Quodsi in motu difformi celeritas continenter ea ratione crescat; qua tempus crescit, id est, si æqualibus temporis partibus æqualia semper celeritatis incrementa accedant; motus dicitur *uniformiter acceleratus*: sin autem eadem lege decrescat celeritas, qua tempus crescit, motus est *uniformiter retardatus.* Vis, quæ in motu celeritatem continenter auget, *vis accelerans* vocatur: ea vero, quæ in motu celeritatem continenter imminuit, vis *retardans* audit.

Coroll. Igitur vis accelerans in motu uniformiter accelerato *constans* esse debet, seu tàlis, quæ constanter eadem perseveret, quin vel crescat, vel decrescat. Vis enim accelerans in motu uniformiter accelerato æqualibus tempusculis æqualia debet producere incrementa celeritatis, uti ex ipsa motus uniformiter accelerati notione elucet: atqui vis accelerans utique non produceret æqualibus tempusculis æqualia celeritatis incrementa, si ea jam major, jam minor esset. Eodem modo ostenditur, vim retardantem in motu uniformiter retardato debere esse constantem.

216 Propositio I. Si in triangulo ABC (*Fig.* 26) ad B rectangulo altitudo AB repræsentet tempus motus uniformiter accelerati, basis BC autem celeritatem finalem; area trianguli ABC rite repræsentabit spatium eo motu confectum. Generatim enim area, quam sternunt omnes Fig. 26.

illæ ordinatæ, quæ repræsentant diversas cujuspiam motus celeritates, diversis temporis momentis respondentes, rite repræsentat spatium, eo motu confectum (213) atqui area, quam in adsumpto casu sternunt omnes illæ ordinatæ, quibus repræsentantur diversæ motus uniformiter accelerati celeritates, diversis temporis momentis respondentes, est triangulum ABC, quod sic declaro. Si rectæ HI, MN &c. basi parallelæ, accurate exprimunt celeritates, temporis momentis H, M &c. respondentes; clarum est, aream, quam in præsenti casu sternunt omnes ordinatæ, quæ diversas celeritates diversis temporis momentis respondentes repræsentant, esse triangulum ABC: atqui rectæ HI, MN &c. basi BC parallelæ accurate exprimunt celeritates, momentis H, M &c. respondentes. Quæramus enim celeritatem e. g. momento M respondentem. Cum in motu uniformiter accelerato celeritas, non secus ac tempus, æquabiliter crescat (215); si celeritas ultimo temporis AM momento M respondens vocetur x, erit AB : AM = BC : x; atqui est etiam AB : AM = BC: MN, nam ob MN & BC parallelas, triangula AMN & ABC sunt similia; est ergo $x =$ MN. Eodem modo patet, momento H respondere celeritatem HI &c.

Coroll. 1. Si mobile toto tempore AB celeritate BC æquabiliter progrederetur; conficeret spatium rectangulo AGCB repræsentandum, uti e. n. 213 intelligere licet. Jam vero triangulum ABC est dimidium rectanguli ejusdem: spatium ergo motu uniformiter accelerato percursum, est dimidium ejus, quod intra idem tempus celeritate finali æquabiliter progrediendo percurreretur, Hinc quoniam in motu æquabili est $s = ct$ (204); est in motu uniformiter accelerato $s = \frac{ct}{2}$, litera c designante celeritatem finalem. Porro quoniam motus uniformiter retardatus, est quodammodo inversus motus uniformiter acceleratus; pro exhibendis ejus proprietatibus idem triangulum ABC serviet, modo initium temporis ponatur esse in B, finis in A, & recta BC repræsentet celeritatem initialem. Quare in motu quoque uniformiter retardato, si celeritas initialis BC dicatur c, est $s = \frac{ct}{2}$.

Coroll. 2. Si in motu uniformiter accelarato vis accelerans vocetur v, spatium tempore t confectum dicatur s, finalis celeritas c; loquendo de rationis æqualitate est $s = vt.^2$ Cum enim finalis celeritas sit effectus vis accelerantis tempore t productus; est $c = vt$ (*Algeb.* 198). Ergo ob $s = \frac{ct}{2}$ (*cor.* 1.), est (loco c ponendo vt) $s = \frac{vt^2}{2}$, consequenter loquendo de sola rationis æqualitate est quoque $s = vt^2$ (*Algeb.* 197). Atque formula hæc in sequentibus magno usui nobis erit.

Coroll. 3. Præterea in motu uniformiter accelerato est imprimis $s = \frac{c^2}{v}$; est deinde $c^2 = vs$. Ratio 1.*mi* est: nam ob $c = vt$, est $c^2 = v^2 t^2$, adeoque utrumque membrum per v dividendo, est $\frac{c^2}{v} = vt^2$; atqui est $s = vt^2$ (*cor.* 2); ergo est quoque $s = \frac{c^2}{v}$. Ratio 2.*di* est: nam formula

$s = \frac{c^2}{v}$ (utrumque membrum per v multiplicando) abit in hanc, $c^2 = vs$.

Coroll. 4. Corpora nostra gravia, dum ex alto libere decidunt, eam consequuntur demum celeritatem finalem, qua ad eandem queant, mutata directione, remotisque impedimentis, altitudinem ascendere, ex qua deciderunt. Ea enim, uti patebit è sequentibus, dum ex alto libere decidunt, motu ad sensum uniformiter accelerato feruntur: hinc si corporis cujuspiam, tempore AB libere lapsi, celeritas finalis sit = BC; erit spatium labendo percursum = ABC (216). Ponamus jam mutari directionem motus, ita ut idem corpus celeritate finali BC sursum ferri incipiat. Eadem vis gravitatis, quæ prius celeritatem BC successive produxit, nunc eandem iisdem gradibus successive exstinguet; consequenter spatium hoc altero motu conficiendum per idem triangulum ABC rite repræsentabitur, dummodo BC referat celeritatem initialem (*cor.* 1.): eo ipso autem veritas adserti utique patet.

217 Propositio II. Si in motu uniformiter accelerato tam spatia, quam etiam tempora semper ab initio motus computentur; eadem spatia erunt ut quadrata temporum, vel etiam celeritatum finalium. Nam spatium tempore AM confectum est = AMN, & spatium tempore AB confectum est = ABC (216). Sunt vero hæc triangula similia: quare cum triangula similia sint inter se, ut sunt quadrata laterum homologorum (*Geom.* 293); erit triang. AMN: ABC = $AM^2 : AB^2$, vel = $MN^2 : BC^2$. Porro AM & AB repræsentant tempora, MN autem & BC celeritates finales; spatia ergo ab initio motus computata, sunt ut quadrata temporum, vel celeritatum finalium.

Coroll. 1. Quoniam tempora æquabiliter fluunt, ea crescunt ut numeri naturales 1, 2, 3, 4 &c. Cum ergo spatia ab initio motus computata crescant ut quadrata temporum, eadem spatia crescent ut quadrata numerorum naturalium 1, 4, 9, 16 &c. Hinc si tempus motus accelerati dividatur in quator e. g. æquales partes, spatiumque prima temporis parte confectum ponatur esse = 1; spatium duabus primis temporis partibus confectum erit = 4, tribus confectum = 9 &c.

Coroll. 2. Si tempore motus uniformiter accelerati in aliquot partes æquales diviso, inveniendum sit spatium sola 2.da temporis illius parte confectum; clarum est spatium una priore temporis parte confectum subtrahi debere à spatio duabus primis ejusdem temporis partibus percurso: erit adeoque quæsitum spatium = 4 — 1 = 3. Pariter, si inveniendum sit spatium sola tertia temporis illius parte confectum; spatium duabus primis temporis partibus percursum subtrahi debebit ab eo, quod tribus primis partibus est confectum: ac proinde quæsitum spatium erit = 9 — 4 = 5. Et sic porro. Spatia ergo singulis æqualibus temporis partibus confecta in motu uniformiter accelerato progrediuntur, ut numeri naturales impares 1, 3, 5, 7, 9 &c.

Schol. Spatium secunda temporis parte confectum, esse triplum spatii prima æquali temporis parte confecti, oculis ipsis intueri licet in *ead.* *Fig.* 16. Si enim tempus AB, quo motus uniformiter acceleratus durat, in duas æquales partes AK, & KB dividatur; spatium prima temporis parte confectum est = AKL, altera parte percursum est = KBCL. Demittatur jam recta L*r* ad BC perpendicularis, tum ducatur diagona-

lis BL: facile patet, aream KBCL per has rectas resolvi in tria triangula, quorum unumquodque sit æquale triangulo AKL, ac proinde spatium 2.da temporis parte confectum esse triplum spatii, parte prima percursi.

CAPUT TERTIUM.

De conflictu corporum.

§. I.

De conflictu directo corporum non elasticorum, quorum utrumque mobile sit.

218 Duas in classes solent hoc loco tribui corpora, videlicet in *elasticum*, & *non elasticum*. Illud est, quod figuram compressione amissam recuperat: istud vero, quod post compressionem pristinæ figuræ se se non restituit. Corpus, quod amissam compressione figuram integre recipit, *perfecte elasticum*; quod autem ex aliqua duntaxat parte restituitur figuræ pristinæ, *imperfecte elasticum* est. Corpus non elasticum communiter dividitur in molle & durum. *Molle* hoc loco vocatur, quod compressione priorem figuram amittit, amissamque recuperare non nititur: *durum* vero, quod ideo nullam exercet elasticitatem, quia nulla vi comprimi potest. Denique conflictus corporum vel est directus, vel obliquus. *Directus* dicitur, si ita incurrat corpus unum in alterum, ut centrum gravitatis corporis incurrentis directe feratur contra centrum alterius, viresque collisionem efficientes agant directione, eadem centra jungente: sin minus, conflictus seu *ictus* erit *obliquus*.

Schol. Leges conflictus corporum non elasticorum deducturi, adsumamus duos globos perfecte molles, seu tales, qui compressi amittant priorem figuram, amissamque recuperare non nitantur: ponamus deinde eosdem saltem paribus à centro distantiis esse homogeneos. 1) Globi hi omni prorsus elasticitate carebunt: ac proinde leges, quas ex eorum collisione eruemus, erunt leges conflictus corporum non elasticorum. 2) Ubi globi in se invicem egerint; eo ipso, quod sint paribus à centro distantiis homogenei; vis mutua, quæ est summa omnium virium, quibus singula unius puncta agunt in singula puncta alterius, habebit semper directionem, quæ jungit centra: id quod patebit ex iis, quæ *Dissert.* 3. de sphærarum attractionibus demonstraturi sumus. Neque mirum videri debet, quod hoc loco adsumi soleant corpora vel perfecte mollia, vel perfecte dura, qualia in natura re ipsa non dantur. Nam pro hujusmodi fictis corporibus, quæ *perfecte* e. g. mollia sint, facilius statuuntur leges generales: quæ deinde his quoque corporibus, quæ reapse existunt, adplicari poterunt.

219 PROPOSITIO I. Sint duo molles globi A & B (*Fig.* 20), paribus à centro distantiis homogenei; præcedat A minori cum celeritate, B vero celerius currendo insequatur ita, ut eorum centra ferantur in eadem recta BA. Stante virium repulsivarum & attractivarum theoria hæc tria consequi necesse erit: 1) ambo post conflictum eadem ferentur celeritate; 2) utriusque eadem erit directio BA; 3) quantitas motus in utroque simul globo eadem erit post conflictum, quæ fuit ante conflictum. *Ratio* 1.*mi* est. Tametsi enim globi hi confligentes ad attactum mutuum mathematicum in ea collisione deventuri non sint, ubi tamen ad certam vicinitatem mutuo

Fig. 20.

pervenerint, viribus repulsivis utrinque agentibus comprimentur partes posteriores globi A & anteriores globi B; quæ compressio continuabitur, donec globi ad æquales celeritates devenerint: obtenta vero celeritatum æqualitate accessus ulterior desinet, adeoque & ulterior compressio, & quoniam globi ponuntur esse perfecte molles, ac proinde tales, quorum puncta loco mota cessante compressione illico sint in novis cohæsionis limitibus comparate ad puncta sibi vicina, etiam ad globum alterum pertinentia; post ejusmodi compressionem non exercebunt ullam vim mutuam, sed cum æquali illa celeritate porro moveri pergent.

Ratio 2.di est. Nam uti diximus n. *præc.* in *Schol.* id genus globorum vis mutua semper eam directionem habet, quæ ipsorum centra jungit; itaque vires repulsivæ globi B præcedentem globum A directione AA″ urgebunt, consequenter priorem ejusdem directionem non turbabunt. At neque globus B detorquebitur ad latus repulsivis globi A viribus: cum enim hæ agant directione AB, non nisi decrementum celeritatis salva priori directione poterunt in eodem globo B præstare.

Ratio 3.tii in aperto est. Cum enim demonstraverimus n. 201, & 202, mutuas corporum actiones hac in theoria semper contrarias, & æquales esse debere; quantam motus quantitatem imprimit globus B incurrens globo A, tantam quantitatem perdit ex suo motu priore: summa ergo quantitatum motus in utroque simul corpore post conflictum eadem sit, oportet, quæ fuit ante conflictum.

Schol. Massam corporis, in quod incursio fit, deinceps vocabimus m, celeritatem ejusdem, quam ante conflictum habuit, c; massam vero incurrentis corporis dicemus M, ejusdem celeritatem ante conflictum C.

220 PROPOSITIO II. Si corpus non elasticum impingat in aliud itidem non elasticum, & lentius præcedens, eorumque communis post conflictum celeritas dicatur X; erit $X = \frac{MC + mc}{M + m}$.

Ut veritas Propositionis pateat, eam quantitatem motus, quæ post conflictum in utroque simul corpore inest, dupliciter exprimemus; atque ita obtinebimus æquationem, ex qua valor X methodo algebraica erui possit. Ac imprimis quantitas motus, quæ in utroque simul corpore inest post conflictum, est $= MC + mc$; nam eadem quantitas motus in est in utroque simul post conflictum, quæ fuit in utroque simul ante conflictum (*præc.*), motus autem quantitas ante conflictum in corpore insequente erat $= MC$, in præcedente vero $= mc$: generatim enim motus quantitas æquatur massæ in celeritatem ductæ. Deinde quantitas motus in utroque simul corpore post conflictum rite dicitur etiam esse $= (M + m)$ X. Duo enim illa corpora, quoniam communi celeritate X feruntur post conflictum, possunt jam tunc instar unius corporis sumi, cujus massa sit $M + m$, celeritas $=$ X, ac proinde cujus quantitas motus sit $= (M + m)$ X. Itaque duos unius ejusdemque quantitatis motus valores componendo, est $MC + mc = (M + m)$ X; ac proinde memb. utr. divid. per $M + m$, est.

$$X = \frac{MC + mc}{M + m}.$$

Coroll. 1. Hinc si massa insequens sit æqualis præcedenti, ita ut tam hæc, quam illa possit poni $= 1$, sitque præcedentis celeritas $= 6$, insequentis $= 12$; erit $X = \frac{12 + 6}{1 + 1} = 9$.

Coroll. 2. Si massa m ante conflictum quiescat, est $c = o$: ergo est etiam $mc = o$. Hinc in generali celeritatis communis formula debebit mc omitti, eritque pro eo casu $X = \frac{MC}{M+m}$.

Coroll. 3. Celeritatem massæ m, seu illius, in quam incursio fit, augeri per conflictum, in confesso est: erit vero celeritas ab eadem per conflictum acquisita $= \frac{MC - Mc}{M+m}$. Nam celeritatem à massa m per conflictum acquisitam invenies, si ejus celeritatem, quam ante conflictum habuit, ab ea celeritate, quam nunc habet, subtrahas: adeoque celeritas per conflictum acquisita, est $= \frac{MC + mc}{M+m} - c$. Id est, reducendo c ad fractionem ejusdem cum adjuncta fractione denominationis, est eadem celeritas acquisita $= \frac{MC + mc - Mc - mc}{M+m} = \frac{MC - Mc}{M+m}$.

Coroll. 4. Non minus patet, imminui per conflictum celeritatem massæ incurrentis M. Est vero ab hac amissa per conflictum celeritas $= \frac{mC - mc}{M+m}$. Nam celeritatem à massa M per conflictum amissam invenies, si eam celeritatem, quam post conflictum habet, subtrahas ab ea, quam habuit ante conflictum. Est ergo celeritas ab eadem per conflictum amissa $= C - \left(\frac{MC + mc}{M+m}\right)$ Hoc est, peragendo re ipsa subtractionem, signa quantitatis subtrahendæ mutando in contraria, tum reducendo C integrum ad fractionem, ejusdem cum adjuncta fractione denominationis, est celeritas amissa $= \frac{MC + mC - MC - mc}{M+m} = \frac{mC - mc}{M+m}$.

§. II.

De conflictu directo corporum elasticorum, quorum utrumque mobile sit.

221 Ex iis, quæ præc. §pho de mollibus corporibus dicta sunt, facile est progredi ad elastica, modo ad sequentia animus rite advertatur. 1.*mo* In conflictu corporum perfecte elasticorum duplex temporis periodus est consideranda: nempe imprimis qua absolvitur mutua partium compressio, deinde qua vis elastica partes compressas pristino situi restituit. Porro prima periodo prorsus eodem modo se habet res in perfecte elasticis, ac in perfecte mollibus; nam ea temporis periodo etiam in illis, non minus ac in his, eousque comprimuntur partes, dum celeritates ad æqualitatem devenerint. Unde ea, quæ de collisionibus non elasticorum n. præc. *cor.* 3. & 4 dicta sunt, etiam perfecte elasticis, spectata prima temporis periodo, convenire intelligantur.

2*do*. Vis, qua comprimuntur partes corporis præcedentis, e. g. globi A (*Fig.* 20) sit $= v$, vis vere elastica, qua eædem partes altera temporis periodo pristinum situm recuperant, sit $= e$; in corpore incurrente e. g. globo B, sit vis comprimens $=$ V, elastica $=$ E. Imprimis erit $V = v$; cum enim actioni sit contraria & æqualis reactio, qua vi comprimuntur posteriores præcedentis globi partes, eadem vi debent comprimi anteriores insequentis. Deinde in corporibus perfecte elasticis est $v = e$, & $V = E$.

Fig. 20.

Ex quibus facile deduci potest, omnes has 4 vires V, E, v, e esse inter se æquales.

3.tio Dum cessante vi comprimente posteriores globi A partes altera temporis periodo se se expandunt, in globum B elasticitate sua agunt directione AB, adeoque in eo celeritatem imminuunt: cum ergo etiam prima temporis periodo imminuta fuerit ejusdem globi B celeritas compressione partium anteriorum; reapse toto conflictus tempore detrimentum suæ celeritatis accipit, estque vis eam prima temporis periodo imminuens $=V$, altera $=e$. Ex adverso facile patet, in globo A toto conflictus tempore augeri celeritatem, nempe prima periodo vi comprimente v, altera autem periodo vi elastica E.

222 Propositio I. Si globus B perfecte elasticus in globum A itidem perfecte elasticum, quiescentem, vel eadem directione lentius præcedentem incurrat, ictusque sit directus; globus præcedens A duplo majus celeritatis suæ augmentum acquiret per conflictum, quam acquisivisset, si uterque globus elasticitate fuisset destitutus: pariter insequens globus B duplo majus celeritatis suæ decrementum patietur per conflictum, ac fuisset passus, si uterque globus elasticitate caruisset. *Ratio 1.mi* est. Nam globi præcedentis A celeritatem prima temporis periodo vis comprimens v, altera autem periodo vis elastica E auget (*præc. 3. tio*): cum ergo sit $E=v$ (*ibid. 2.do*), augmentum totum est duplum ejus, quod sola vis comprimens v producit. Atqui, si uterque globus elasticitate fuisset destitutus, augmentum celeritatis in præcedente globo sola vis comprimens v produxisset (*præc. 1.mo*): ergo nunc augmentum celeritatis in globo præcedente A duplo majus sit oportet, ac fuisset, si uterque globus elasticitate fuisset destitutus. *Ratio 2.di* simili ratiocinio patet; nam globi insequentis B celeritatem prima temporis periodo vis comprimens V, altera periodo autem vis elastica e imminuit, estque $V=e$ (*præc. 2.do & 3.tio*).

223 Propositio II. Si massa M directe incurrat in massam m, minore celeritate præcedentem, & utraque sit perfecte elastica; celeritas massæ præcedentis m post conflictum erit $=\dfrac{2MC-Mc+mc}{M+m}$ massæ M vero $=\dfrac{MC-mC+2mc}{M+m}$.

Ratio 1.mi est. Nam massa præcedens post conflictum præcter priorem suam celeritatem c, habet duplo majus celeritatis augmentum, ac sit illud, quod n. 220, *cor. 3.* pro corpore non elastico invenimus (*præc.*): igitur tota ejusdem post conflictum celeritas est $=c+\dfrac{2MC-2Mc}{M+m}$ Hinc autem (si reducatur c ad fractionem, ejusdem cum adjuncta fractione denominationis, tum deleantur quantitates se se invicem elidentes) patet, dictam celeritatem esse $=\dfrac{2MC-Mc+mc}{M+m}$.

Ratio 2.di. est. Nam massæ M post conflictum celeritas acquiritur, si id, quod illa per conflictum ex priori sua celeritate C amisit, ex eadem celeritate C subtrahatur; istud autem decrementum est duplo majus, ac sit illud, quod n. 220, *cor.* 4. pro corpore non elastico invenimus: igitur ejus post conflictum celeritas est $=C-\left(\dfrac{2mC-2mc}{M+m}\right)$

Hinc autem (peragendo reapse subtractionem, tum reducendo C integrum ad fractionem, ejusdem cum adjuncta fractione denominationis, delendoque quantitates, se se invicem elidentes) patet, celeritatem massæ M post conflictum esse $= \frac{MC - mC + 2mc}{M + m}$ (a).

Coroll. 1. Hinc si in particulari quopiam casu esset $M = 1$, $C = 8$, $m = 5$, $c = 2$; eo casu celeritas massæ M post conflictum esset $= \frac{8 - 40 + 20}{1 + 5} = \frac{-12}{6} = -2$. Hoc est, hoc casu massa M in partem oppositam acquireret celeritatem $= 2$, seu resiliret celeritate $= 2$.

Coroll. 2. Sint duo globuli elastici æqualium massarum. Si unus eorum in alterum incurrat ictu directo, permutabunt suas celeritates: id est, massæ *m* post conflitum celeritas erit $= C$, massæ M vero erit $= c$. Cum enim sit ex hyp. $M = m$; in formulis generalibus n. 223. erutis ubique loco *m* poni potest M: quo facto, celeritas massæ *m* erit $= \frac{2MC - Mc + Mc}{2M} = \frac{2MC}{2M} = C$, & massæ $M = \frac{MC - MC + 2Mc}{2M} = \frac{2Mc}{2M} = c$.

Schol. 1 Atque ex hac celeritatum permutatione petenda est explicatio pulcherrimi cujusdam phænomeni globulorum elasticorum, æquales massas habentium. Nempe suspendantur filis quotcunque globi eburnei æque graves A, B, C, D, E, &c. (*Fig* 27) ita ut eorum centra sint in eadem linea recta. Si ex una parte elevetur unicus globus A, demittaturque; peracto conflictu omnes quiescent, dempto ultimo E, qui abibit ea celeritate, qua primus ille impellens globus A advenerat: si duo globi A & B simul elevati demittantur; ultimi duo D & E movebuntur, quiescentibus ceteris: si tres sint globi, qui demittuntur, e. g. A, B, C; tres pariter erunt, qui post conflictum abibunt, nempe C, D, E, & sic porro. Consideremus eum casum, quo duo globi A &

Fig. 27.

(*a*) *Ne duæ hæ formulæ, quas nunc eruimus, è memoria excidant, adjumento esse poterit sequens, hiulcum quidem, sed tamen juvandæ memoriæ accommodatum distichon:*

Alterius duplæ adde suam simplam, minus una,
Quam sua vis præbet, massa sed alterius.

Hoc in disticho subintelligitur ubique quantitas motus, *ex massa & celeritate ante conflictum habita consurgens. Sic autem determinatur ejus ope numerator formulæ, celeritatem post conflictum (sive massæ m, seu* M) *exprimentis: e. g. quæratur celeritas massæ* M. Alterius (*nempe massæ m*) duplæ *quantitati motus* $= 2mc$ *adde* suam (*seu massæ* M, *cujus celeritas quæritur*) simplam $= MC$; *tum subtrahe eam, quæ consurgit ex sua (massæ* M) *celeritate, & massa* alterius (*seu m*); *id est, subtrahe mC. Hactenus acquiris pro numeratore*, $2mc + MC - mC$; *cui si subscribas denominatorem*, $M + m$, *habes formulam pro massa* M. *Simili modo determinari poterit formula pro massa m, ut periclitanti patebit.*

B in *a* & *b* elevati, sibique relicti reliquos impellunt. Dum B incurrit in C, cum hoc suam celeritatem permutat; ac proinde B quiescit, quemadmodum C prius quieverat; iste vero acceptam celeritatem permutat cum D, & sic porro: ultimus E non habet ante se globum, cum quo confligat; igitur ea celeritate abit versus *e*, quæ per id genus permutationes successivas à globo B ad ipsum est propagata. Dum globus B peracto primo conflictu ad quietem redactus est, incurrit in eum globus A insequens, alterumque conflictum inchoat: rursus ergo fiunt, uti prius, successivæ celeritatum permutationes, dum demum celeritas globi A propagetur ad D: globus D celeritatem illam globo E, utpote pari celeritate præcedenti, communicare non potest; ea ergo retenta hunc consequitur, atque ita duo hi postremi globi communi celeritate in *c* & *d* procurrunt. Porro omnes illæ celeritatum in duplici conflictu permutationes tam exiguo tempusculo, ut comparate ad sensus nostros pro unico momento haberi possit, peraguntur.

Schol. 2. Quodsi pro corporibus imperfecte elasticis accuratæ formulæ condendæ essent; sciendæ essent in iis rationes virium comprimentium ad elasticas, ut determinentur valores litterarum V, *v*, E, *e*, (221). His enim determinatis determinaretur simul in massa *m* ratio incrementi celeritatis prima temporis periodo geniti ad incrementum altera periodo genitum, quæ est $= v : E$; in massa vero M ratio decrementi prima periodo accepti ad decrementum periodi alterius, quæ est $= V : e$ (*cit.*) Unde innotesceret totum celeritatis incrementum in massa præcedente, in insequente vero decrementum; quibus cognitis non esset utique difficile accuratas celeritatum post conflictum formulas condere ea ratiocinandi methodo, qua superius n. 223 usi sumus. Sed istud breviter indicasse sufficiat.

224 Ne de obliquo corporum conflictu prorsus taceamus, libeat aliquem è simplicioribus casibus tantisper contemplari. Sint duo æquales globi A & B (*Fig.* 28), incurratque A in B quiescentem vi *a*A. Centra globorum in conflictu constitutorum sint in recta CD; ad quam, si opus fuerit, magis adhuc productam demittatur perpendicularis *a*F, ut vis *a*A resolvatur in duas, nempe in *a*F, & FA. Pars *a*F nihil confert ad conflictum, ut clarum est, consequenter illæsa manet: pars autem FA directum conflictum efficit (218). Unde globus B post conflictum ibit directione BD, haud aliter, quam si globus A sola vi FA in eum incurrisset; globus autem A eam celeritatem, quam post conflictum haberet tunc, quum sola vi FA directe conflixisset, cum remanente vi *a*F componet juxta memoratam toties methodum ope parallelogrammorum. Tab. III. Fig. 28.

Coroll. 1. Ponamus utrumque globum esse perfecte elasticum; globus A perdet per conflictum totam suam celeritatem FA, B vero celaritatem eidem æqualem consequetur (223. cor. 2.). Quare globus A post conflictum feretur sola vi AK $=$ *a*F, quam conflictu prorsus non turbari diximus; B vero feretur vi BN $=$ FA.

Coroll. 2. Quodsi ergo globum elasticum B obliquo ictu alterius elastici globi *a* impellere cupis directione BD; in eadem recta BD versus C producta sume partem *x*A, æqualem radio globi *a*, tum globum hunc impelle directione *a*A. Patet ex modo dictis, globum B hoc ictu versus D esse propellendum, globo A viam AK tenente.

§. III.

De conflictu corporis cum altero immobili.

225 Quidam anguli sunt hoc loco definiendi. *Angulus incidentiæ* ille dicitur, quem facit directio mobilis cum ea linea recta, quæ ex puncto, in quo fit collisio, ita erigitur, ut sit ad corporis impulsi superficiem perpendicularis. e. g. Incurrat mobile (*Fig.* 29) directione AC in planum DE; ex puncto collisionis C erigatur recta CF, ad DE perpendicularis, angulus ACF erit angulus incidentiæ. *Angulus reflexionis* ille est, quem cum eadem recta perpendiculari efficit directio mobilis, post conflictum resilientis. Sic si mobile ex puncto C resiliat directione CB; angulus reflexionis est FCB. Denique ang. ACD *angulus inclinationis* dici consuevit.

Fig. 29.

226 Propositio I. Si globus non elasticus incurrat in planum immobile DE directione perpendiculari FC; amittet in conflictu totam suam celeritatem. Sin autem oblique incurrat directione AC; excurret versus E per spatium CE, quod erit ad AC, ut cosinus anguli inclinationis ad radium. *Ratio 1.mi* est. Nam is globus hoc casu tota vi FC agit in planum immobile DE: ergo tota ejus vis ab eodem plano (ob reactionem actioni æqualem) eliditur.

Ratio 2.di est. Nam demisso perpendiculo AD, vis AC resolvitur in AD & DC (209. *cor.* 3.) Jam vis AD tota eliditur, uti ex nunc dictis patet: feretur ergo globus vi CE = DC, quæ cum sit parallela plano, illæsa persistit. Porro si AC sumatur pro radio, AD est sinus anguli inclinationis ACD, DC vero est ejusdem anguli cosinus (*Geom.* 197.); est ergo DC, adeoque etiam CE ad AC, ut cosinus anguli inclinationis ad radium.

Coroll. Ex his patet, non haberi reflexionem sine elasticitate, ac proinde eam, sicubi habetur, elasticitati esse adscribendam.

227 Propositio II. Si globus perfecte elasticus incurrat in planum immobile DE directione perpendiculari FC; eadem celeritate, directioneque resiliet, qua advenerat: si vero oblique incurrat vi AC; resiliet vi CB ita, ut angulus incidentiæ ACF sit æqualis angulo reflexionis FCB. *Ratio 1.mi* est. Si enim tempus conflictus in duas periodos, uti n. 221 expositum est dividi concipiamus; prima temporis periodo globus ille totam suam celeritatem FC perdet, non secus, ac si destitueretur omni elasticitate; altera vero periodo ab elastica vi sese exerente æqualem in contrariam partem celeritatem CF nanciscetur. Recole n. 222.

Ratio 2.di est. Si enim vis ejus AC resolvatur in AD & DC; pars DC manebit illæsa, & loco AD nanciscetur globus alteram æqualem, sed contrariæ directionis vim CF, ut è prob. primæ partis patet. Globus ergo in C constitutus post conflictum duabus viribus urgebitur, nempe vi CF = DA, & CE = DC: progredietur ergo motu composito CB. Porro angulum ACF esse = FCB, clarum est. Nam in triangulis ACF & FCB latus AF est = FB, cum sit AF = DC = CE; alterum latus FC est utrique triangulo commune: denique anguli ad F sunt recti, adeoque æquales. Itaque triangula illa sunt similia & æqualia; consequenter angulus ACF = FCB.

228 Propositio III. Si globus imperfecte elasticus incurrat in pla-

num immobile DE directione perpendiculari FC; resiliet aliqua prioris suæ celeritatis parte *Cf*: si vero oblique adveniat per AC; resiliet vi quadam *Cb* ita, ut angulus reflexionis *FCb* sit major angulo incidentiæ ACF. *Ratio 1.mæ partis* est. Nam si tempus, quo conflictus durat, in duas periodos divisum concipiamus, prima periodo res eodem modo se habet, ac in corporibus mollibus, ac proinde tota velocitas FC amittitur (*præc.*) Altera autem periodo vis elastica, quæ in imperfecte elasticis minor est vi comprimente pariet aliquam celeritatem *Cf*, priori contrariam, sed tamen minorem ea, quæ prima temporis periodo compressione elisa fuit: ita nempe, ut sit CF : *Cf*, sicut est vis comprimens ad vim elasticam. Itaque corpus sola vi *Cf* resiliet.

Ratio 2.dæ partis est. Quemadmodum enim in casu præcedentis propositionis globus perfecte elasticus oblique adveniens, post conflictum urgetur viribus CF & CE, ita in casu præsenti globus imperfecte elasticus urgetur viribus *Cf* & CE; ibit ergo motu composito *Cb*. Porro angulus reflexionis *FCb* est major angulo FCB; ergo est major etiam angulo incidentiæ ACF (*præc.*)

CAPUT QUARTUM.

De motu per machinas.

§. I.

De machinis generatim.

229 *Machinæ* nomine hoc loco venit omne idgenus instrumentum, quod in movendis corporibus adjumento esse solet. Alia dicitur simplex, alia composita. *Machina simplex* est, quæ non constat ex pluribus, quarum singulæ seorsim acceptæ facilitatem quandam præstent ad movenda corpora: *composita* vero vocatur, quæ ex pluribus machinis simplicibus certa ratione inter se connexis coalescit. Machinæ simplices sex potissimum numerantur: videlicet vectis, trochlea, axis in peritrochio, planum inclinatum, cochlea, & cuneus.

230 Propositio I. Nisus, quem vires certo modo conjugatæ exercent, seu momentum, semper est in ratione composita ipsius vis absolutæ, & spatii, quod massa nisum illum exerens, dato tempusculo percurreret. Id est, si nisus sit $= n$, vis absoluta $= v$, spatium dato tempusculo percurrendum $= s$; est generatim $n = vs$. Nam imprimis certum est, à dupla vi absoluta duplum, à tripla triplum nisum exeri, si cetera sint paria, consequenter esse $n = v$. Deinde manente eadem absoluta vi tanto certe major est nisus massæ, quanto majus est spatium illud, quod ea remotis impedimentis eo nisu dato tempusculo conficeret: itaque ceteris paribus est quoque $n = s$. Est ergo generatim $n = vs$. (*Algeb.* 198.) Id quod constanti experientia confirmari, è sequentibus elucescet.

Coroll. Spatia intra idem tempusculum confecta, sunt ut celeritates (213. *cor.* 2.): igitur in præcedente formula celeritas spatio substitui potest, estque $n = vc$. Porro vis gravitatis in nostris his corporibus est in ratione massæ, uti suo loco visuri sumus; quare si corpus animetur viribus gravitatis, sitque massa $= m$, est $n = mc$.

231 Vis, quæ ope machinæ corpora movet, *potentia* solet nomina-

ri; resistentia vero corporis movendi, sive deinde illa à sola gravitate, seu aliunde proveniat, *ponderis* nomine venit. Unde patet, sæpe etiam corpora gravia machinæ adpensa vices potentiæ obire posse. Nos vim absolutam potentiæ in sequentibus semper designabimus litera P, ejusdem celeritatem litera C; resistentiam superandam, seu pondus, vocabimus p, ejus celeritatem c. Hinc momentum, seu nisus potentiæ erit $= PC$, ponderis $= pc$.

232 PROPOSITIO II. Quum potentia & pondus sunt in æquilibrio, sunt in ratione reciproca suarum celeritatum; & vicissim quum potentia & pondus sunt in ratione reciproca suarum celeritatum, sunt in æquilibrio. *Ratio 1.mi* est. Si enim potentia & pondus sint in æquilibrio, eorundem momenta sunt æqualia, seu est $PC = pc$; ac proinde est $P : p = c : C$. (*Algeb.* 169). *Ratio 2.di* est. Si enim est $P : p = c : C$, est $PC = pc$. (*Ejusdem* 166).

Coroll. 1. Si ergo vel tantillo major fuerit potentia, quam requiratur ad dictam proportionem, jam est $PC > pc$; consequenter vincitur resistentia ponderis.

Coroll. 2. Cum in casu æquilibri sit $P : p = c : C$, patet eo minorem potentiam sufficere ad æquilibrium cum pondere obtinendum, quo minor fuerit celeritas ponderis celeritate potentiæ. Atque hinc suapte profluit methodus determinandi, quantonam adjumento sit machina quæpiam in movendis ponderibus. Si enim videam e. g. triplo, aut quadruplo minorem esse celeritatem ponderis in quapiam machina celeritate potentiæ, rite infero, triplo, aut quadruplo minorem potentiam sufficere ad æquilibrium cum pondere obtinendum, quam sit ipsum pondus, ac proinde quam sit ea potentia, quæ ad idem æquilibrium necessaria esset tunc, quum absque omni id genus machina pondus movendum esset. Unde id quoque patet, compendium virium semper cum dispendio temporis esse connexum: id est, eo lentiorem, ac proinde diuturniorem esse ponderis motum, quo illud ope cujusdam machinæ minori vi movetur.

233 PROPOSITIO III. Sint tres quæpiam potentiæ P, Q, R (*Fig.* 30) inter se in æquilibrio, e. g. concipiamus tres totidem hominum manus P, Q, R tribus funium in D colligatorum extremitatibus adplicari, futurum extremitatibus adplicari, futorum extremitatibus adplicari, omnesque ab iisdem ita distrahi, ut omnes tres sint in æquilibrio; porro potentiæ R directio DR producatur in partem oppositam, seu versus A indefinite, & ex ejus puncto quocunque A demittantur ad directiones reliquarum duarum potentiarum perpendicula Am & An. Potentiæ P & Q tempore æquilibri semper sunt in ratione reciproca perpendiculorum Am & An: seu est $P : Q = An : Am$. *Fig.* 30.

Ducantur enim ex eodem puncto A rectæ Ac & Ao, parallelæ ad QD & PD; tum potentiam tertiam R repræsentet recta AD. Quoniam reactio potentiarum P & Q simul sumptarum æqualis & contraria esse debet actioni AD, clarum est, vim compositam potentiarum P & Q rite repræsentari per rectam DA: hæc autem vis resolvi potest in Dc & Do (209. *cor.* 3). Porro harum virium prior, seu Dc, utique ad potentiam P pertinet, altera autem Do ad potentiam Q, ut adeo clarum sit, esse $P : Q = Dc : Do$. Hinc quia in parallelogrammo $Dc\,Ao$ est $Dc = Ao$, & $Do = Ac$, est $P : Q = Ao : Ac$.

Jam vero est $Ao : Ac = An : Am$. Nam triangula Amc & Ano sunt similia: quia anguli ad m & n sunt ex constr. recti, & præterea est ang. $Aon = Acm$ propterea, quod uterque

eorum (ob rectam Ac ad oD, & rectam Ao ad cD ex constr. parallelam) æqualis sit angulo *cDo*. (Recole *Geom.* n. 118) Itaque in iis triangulis latera homologa sunt proportionalia, ac proinde est Ao : Ac = An : Am (*Geom.* 156) Hinc ob P : Q = Ao : Ac, est etiam P : Q = An : Am.

Coroll. Pariter, si ratio potentiæ R ad Q quærenda sit, in directione potentiæ P adsumatur quodcumque punctum c, & ex hoc ad directiones potentiarum R & Q demittantur perpendicula *cr* & *cs* : eædem potentiæ R & Q erunt in ratione reciproca horum perpendiculorum, seu erit R : Q = *cs* : *cr*. Completo enim parallelogrammo Dc Ao, est R : Q = AD : Do, uti è priore demonstratione intelligere licet; esse vero *cs* : *cr* = AD : Do sic declaro. Rectæ *cs* & *cr* sunt sinus angulorum *c*Do & *c*DA, uti clarum est : porro in parallelogrammo cDoA est ang. cDA = DAo, & angulus DoA eundem sinum habet cum angulo *cDo*; quia angulus DoA est supplementum anguli *cDo* ad duos rectos, tales autem duo anguli communi sinu gaudent (*Geom.* 193). Itaque in triangulo DAo anguli DoA sinus est = C*s*, & sinus anguli DAo est = Cr. Cum ergo in quovis triangulo latera sint, ut sinus angulorum ipsis oppositorum (*Geom.* 204); in triangulo ADo est AD : Do = *cs* : *cr*. Hinc ob R : Q = AD : Do est quoque R : Q = *cs* : *cr*.

Schol. Atque tres hæ leges, quas nempe Proposit. I, II, & III continent, in omnibus omnino machinis generatim obtinent. Porro tam in his, quam in sequentibus machinarum theoriis, supponimus partes omnes machinarum esse perfectas; omnem adfrictum, ceteraque motus impedimenta abesse; funes, qui adhibentur, inflexioni nihil resistere &c. Quæ deinde inferius ad examen revocabimus. Porro de simplicibus machinis agemus potissimum, ex compositis unam alteramve duntaxat speciminis gratia contemplaturi.

§. II.

De vecte.

234 *Vectis* mathematice consideratus est linea recta inflexilis, & gravitatis expers; si autem physice accipiatur, est pertica longa, firma, rigida AD (*Fig.* 31), innixa fulcro immobili C, quod græce *hypomochlion* dicitur. Tria in eo puncta sunt præcipue consideranda : primum, cui adplicatur potentia P; alterum, cui pondus *p* innititur; tertium denique est hypomochlion C, quod vectem sustentat. Si hypomoclion inter potentiam & pondus sit situm, ut in Fig. 31.ma; vectis est 1.*mi generis*. Si medium locum pondus occupet, vectis est 2.*di generis* : si denique potentia teneat locum medium, vectis dicitur *tertii generis*. Alter item est vectis *directus*, alter *inflexus* : directum exhibet Figura 31.ma, inflexum 32.da, & 35.ta *Fig. 31.*

Schol. Vectis primi generis, *heterodromus*; 2.*di* autem & 3.*tii* generis, *homodromus* solet nominari. Ratio nomenclationis est, quod in postremis his potentia & pondus *simul versus eandem plagam currant*; nempe ambo sursum, vel ambo deorsum : in primo autem, descendente potentia pondus ascendat, & vicissim.

235 Propositio I. In vecte tam directo, quam inflexo potentia & pondus æquilibrii tempore sunt in ratione reciproca perpendiculorum, in eorundem directiones ex hypomochlio demissorum; id est, potentia se habet ad pondus, ut perpendiculum, ex hypomochlio in ponderis directionem demissum, ad perpen-

diculum, quod ex eodem hypomochlio ad directionem potentiæ demittitur. e. g. Si in vecte AD (*Fig.* 31)
Fig. 31. pondus p sustenetur ope funis AP; directio potentiæ est juxta ductum rectæ AP, ponderis autem juxta ductum rectæ Dp, seu, op: quodsi ergo ad directiones has demittantur ex hypomochlio C perpendicula Cm & Co; erit $P : p = Co : Cm$. Pariter si in vecte utcumque inflexo ABDF
Fig. 32. (*Fig.* 32) duæ massæ P & p quarum una instar potentiæ, altera instar ponderis consideretur) in æquilibrio fuerint; demissis ex hypomochlio in earum directiones perpendiculis Cm & Co, erit $P : p = Co : Cm$.

Fig. 33. Ut adserti veritas pateat, ponamus vectem AB (*Fig.* 33) hypomochlio C insistentem à duabus quibusdam potentiis P & p deprimi, hasque esse inter se in æquilibrio. Potentiis his resistit hypomochlion C, æquivaletque tertiæ cuidam potentiæ, vectem quapiam directione Cr, per punctum C transeunte, retrahenti: adest ergo hic casus trium quarundam potentiarum, se se in æquilibrio continentium, ac proinde si è puncto C demittantur in directiones potentiarum P & p perpendicula Cm & Co, eædem potentiæ erunt in ratione reciproca horum perpendiculorum, seu erit $P : p = Co : Cm$ (233). Concipiamus jam nunc divaricari sensim potentiarum P & p directiones, ita ut eæ in quascumque alias directiones AP' & Bp' abeant: clarum est, eandem semper demonstrationis vim perdurare. Pariter clarum est, eandem obtinere demonstrationis vim, si manui vectem deprimenti substituatur pondus adpensum, idque non minus in vecte inflexo, quam directo. Generatim ergo verum est, in quovis vecte potentiam & pondus æquilibrii tempore esse in ratione reciproca perpendiculorum, ex eodem hypomochlio in ipsorum directiones demissorum.

Coroll. 1. Si in vecte directo AB (*Fig.* 34) directiones potentiæ P & F. ponderis p cum ipsis brachiis vectis Fig. 34
angulos ad A & B rectos effecerint; perpendicula ex hypomochlio in directiones demittenda congruent utique cum ipsis brachiis vectis: eo ergo casu erit $P : p = CB : CA$. Quodsi autem loco potentiæ P aliam Q, obliqua directione AQ agentem substituas; demisso in directionem hanc versus m productam perpendiculo Cm, erit jam nunc potentia Q ad pondus $p = CB : Cm$.

Coroll. 2. Perpendicula ex hypomochlio in directiones potentiæ & ponderis demissa deinceps vocabimus eorundem *perpendiculares ab hypomochlio distantias*, vel simpliciter *distantias ab hypomochlio*, & distantiam quidem potentiæ litera majore D, ponderis autem minore d exprimemus: itaque adserere licebit, in quovis generatim vecte esse æquilibrii tempore $P : p = d : D$.

236 PROPOSITIO II. In vecte quovis celeritates potentiæ & ponderis rite exprimuntur per eorundem perpendiculares ab hypomochlio distantias e. g. In *Fig* 31 celeritatem potentiæ perpendiculum Cm, ponderis autem perpendiculum Co rite exprimunt. Nam per num. 232 est in quavis machina, adeoque etiam in vecte, $P : p = c : C$; est deinde in vecte $P : p = d : D$ (*præc. cor.* 2): est ergo in quovis vecte $c : C = d : D$. Eo ipso autem veritas adserti patet.

Coroll. 1. Cum ergo momentum sive potentiæ seu ponderis aucta celeritate crescat, imminuta decrescat (230 *coroll.*); clarum est, eo facilius superari ope vectis resistentiam ponderis, quo majus fuerit D comparate ad d. Unde major est efficacitas po-

tentiæ, si ejus directio cum vectis brachio CA (*Fig.* 34) angulum rectum, quam si vel obtusum, vel acutum comprehendat: in priore enim casu ejus celeritatem exprimit recta CA, in altero autem aliqua recta C*m*, quæ in triangulo rectangulo A*m*C cathetum agit, adeoque minor est, quam sit hypothenusa AC. Pariter in vecte inflexo ACB (*Fig.* 35)
Fig. hypomochlion in C habente, major
35. est efficacitas potentiæ, si ejus directio BP cum brachio CB angulum rectum CBP contineat, quam si habeat directionem BQ, ita ut angulus CBQ sit acutus: nam in priore casu celeritas ejus per perpendiculum CB, in altero autem per perpendiculum C*m* < CB exprimitur.

Coroll. 2. Cum in vecte 3.*tii generis* potentia intra pondus, & hypomochlion sita sit (234); est in eo $D < d$: ergo ope hujus vectis non imminuitur difficultas superandi resistentiam ponderis, sed potius augetur. In pluribus tamen machinis non obstante hoc virium dispendio utiliter adhibetur vectis 3.*tii* generis; scilicet ob alia ejus commoda, quæ inspectis id genus machinis facile in oculos incurrent.

Coroll. 3. Sint in quocunque vecte
Fig. (*Fig.* 32) pondera adpensa P &
32. *p* in æquilibrio; tum concipiamus per hypomochlion C transire quodpiam planum verticale MN, in quod demittantur perpendicula PT & *pt*. Perpendicula hæc rite repræsentabunt perpendiculares ponderum ab hypomochlio distantias, ac proinde etiam eorundem celeritates. Ponderum enim directiones sunt ei plano parallelæ, ac proinde est PT = *m*C, & *pt* = oC (*Geom.* 53).

Schol. Si de individuo materiæ puncto loquamur, clarum est, ejus momentum rite exprimi per ejusdem celeritatem: itaque sive in vecte directo, quemcumque situm obtinente, sive in inflexo sit materiæ punctum, ejus momentum est, ut ejusdem distantia perpendicularis à plano verticali, per hypomochlion transeunte. Porro clarum est, in corpore suspenso bina quæque materiæ puncta, quorum alterum cis, alterum trans planum verticale, quod per punctum suspensionis transeat, positum sit, considerari posse, quasi essent in quopiam vecte directo, vel inflexo, cujus hypomochlion sit ipsum punctum suspensionis: igitur uniuscujusque id genus materiæ puncti momentum est, ut ejusdem distantia perpendicularis à plano verticali per punctum suspensionis, transeunte. Atque istud est, quod nos demonstraturos n. 187 polliciti sumus. (*a*).

Fig. (*a*) *Si duo bajuli* P & p (Fig. 36) *quodpiam pondus* C *ope baculi* Pp *gestent*;
36. *is baculus utrique bajulo pro vecte est: ita nimirum, ut respectu bajuli seu potentiæ* P *hypomochlion sit in* p, *respectu potentiæ* p *autem in* P. *Unde respectu primi bajuli requisita potentia* P *est ad pondus* C, *ut* Cp : Pp, & *respectu alterius bajuli requisita potentia* p *est ad idem pondus* C, *ut* CP : Pp. *Hinc est* $P = \frac{C \times Cp}{Pp}$, & $p = \frac{C \times CP}{Pp}$. *Adeoque est imprimis* $P + p = \frac{C(Cp + CP)}{Pp}$ = C. *Hoc est, utraque simul potentia ipsi ponderi æquari debet. Est deinde* P : p = Cp : CP. *Hoc est, requisitæ in bajulis potentiæ sunt in ratione reciproca sua-*

Schol. 2. Libram communem stateram Romanam, remos navium, forfices, forcipes, malleum bifurcum, cujus ope clavi è ligneis extrahi solent &c., meras esse vectium species, consideranti clarum fit. Ac forfices quidem, & forcipes constant duobus vectibus, communi hypomochlio gaudentibus, nisumque contra se invicem exerentibus. De libra, & statera Romana quæpiam speciatim adferre lubet.

F. 37 237 Libra, seu bilans (*Fig.* 37) usitatissimum corpora ponderandi instrumentum, constat jugo AB, in duo brachia AC & BC æqualia diviso, è quorum extremitatibus duæ lances pendent. In medio jugi erigitur *lingula* E ad ipsum perpendicularis, quæ etiam *examen libræ* vocatur. Denique jugum intra *trutinam* OC, cui mediante *axe* transverso insistit, libratur. Jam instrumento hoc communiter consequi cupiunt homines, ut imprimis æquilibrium ponderum indicetur horizontali jugi situ, ac proinde lingulæ intra trutinam absconsione; deinde ut pondera æquilibrii tempore sint omnino æque gravia. Atque hoc bilancis fine notato intelligere licet, ad perfectionem ejusdem requiri sequentia.

1.*mo* Longitudo jugi in duo brachia AC & BC omnino æqualia sit divisa: secus bilanx *dolosa* erit. Bilanx enim est vectis 1.mi generis, in quo hypomochlion est axis, cui jugum in C insistit, pondera autem referuntur ad puncta A & B, è quibus lances libere pendent. Itaque si brachia essent inæqualia, e. g. AC $=4$, & BC $=5$; esset æquilibrii tempore (literis A & B pondera designantibus) $A : B = 5 : 4$ (235), adeoque esset $A > B$. Notandum autem est, longitudinem jugi à puncto A ad B, è quibus pondera *libere* pendent, esse computandam. Porro fallacia bilancis, è brachiorum inæqualitate proveniens detegi potest ponderum in lancibus permutatione. Hac enim facta, ut ut libra prius æquilibrium ostenderit, mox præponderabit pondus illud, quod prius de brachio breviore pependit, quia nempe ejus momentum ob majorem jam ab hypomochlio distantiam crescet, alterius vero momentum ob rationem contrariam imminuetur.

2.*do* Brachia suis cum lancibus, ceteroque adparatu spectata, æque gravia sint, oportet. Secus enim lanci graviori, ut impositis ponderibus æquilibrium obtineatur, minus ponderis esset imponendum, quam leviori. Videndum etiam, ne libero bilancis motui adfrictus notabiliter officiat: quem in finem axis fere in aciem desinens, fulcro annulari incumbens adhiberi solet.

3.*tio* Hypomochlion, seu centrum motus non debet esse in eadem accurate recta cum iis jugi punctis, è quibus lances pendent, sed nonnihil altius. Cujus ut ratio pateat, contemplemur imprimis incommoda bilancis AB (*Fig.* 38. *n.* 1.) cujus F. hypomochlion C sit in ipsa recta AB. 38 Si pondera A & B æqualia fuerint, ea non solum in horizontali situ AB, sed etiam in quocunque alio obliquo *ab* retinebunt æquilibrium, adeoque lingulæ extra trutinam exer-

rum à pondere C distantiarum. Consequenter eo major est potentia necessaria in bajulo p, quam in P, quo minus distat idem bajulus p à pondere C, quam P. Unde patet, quomodo collocandum sit onus inter virum robustum, & debilem adolescentem, ita majora pondera à fulcris inæqualis firmitatis sustentanda.

ratio non erit indicio, pondera esse inæqualia: nam etiam in obliquo situ *ab* ponderum celeritates, utpote quas rectæ *am* & *bn*, ad planum verticale *nm* perpendiculares rite repræsentant (236), æquabuntur inter se, uti ex æqualitate triangulorum *aCm* & *bCn* patet. Præterea hanc ipsam ob causam, si unum pondus altero tantisper majus fuerit, non conquiescet libra, usque dum ejus jugum obtineat situm verticalem *nm*; quod tamen in usu hujus instrumenti permolestum esset.

At, si in bilance AB (*Fig. ead. n.* 2.) hypomochlion C supra puncta A & B, quibus pondera adpenduntur, emineat; jugo ad situm *ab* adducto, depressi ponderis celeritas *am* minor erit alterius celeritate *bn*. Hinc imprimis, si pondera A & B fuerint æqualia, prævalebit pondus B, usque dum jugum ad situm horizontalem revertatur: deinde si A majus fuerit, quam B, idem A eousque solum descendet infra situm horizontalem, alterumque attollet, usque dum ipsius celeritas, seu à plano verticali *nm* distantia ita decrescat, ut ponderum celeritates sint in ratione massarum reciproca. Hoc est, incommoda prioris bilancis in hac non amplius habent locum. Patet tamen, neque id esse proficuum, si hypomochlion multum emineat supra rectam AB. Hoc enim casu si vel modicum dimoveatur jugum à situ horizontali, jam nimiopere decrescit celeritas ponderis depressi, elevati autem nimiopere crescit: unde fit, ut eo casu, quo inter pondera intercedit quædam non magna inæqualitas, deflexio jugi à situ horizontali non satis possit observari, ac proinde bilanx ad indicandam ponderum inæqualitatem non sit satis idonea.

4.to Notandum etiam est, brachia longiora præferenda esse brevioribus, tum quod prorsus accuratam brachiorum æqualitatem obtinere arduum sit, & exigua brachiorum differentia tutius contemnatur comparate ad longiora brachia, quam comparate ad breviora; cum etiam, quod adfrictus in hypomochlio (uti è dicendis elucebit) eo facilius superetur, ceteris paribus, quo brachia fuerint longiora. Videndum quoque, ne brachia sub ponderibus incurventur, atque ita perpendiculares ponderum à plano verticali *nm* distantiæ hoc ex capite turbentur.

238 *Statera Romana* est virga ferrea (*Fig.* 39) duobus inæqualibus brachiis instructa, è quorum breviore CA pondus librandum *p* suspenditur, per alterum vero CB excurrit pondus mobile P, quod potentiæ vicem subit, soletque *cursor* nominari. Ut rectus trateræ usus, & quæ in ea fallaciæ subese possint, pateat; theoriam ejusdem tantisper expendamus. Ponamus virgam ferream AB gravitate prorsus carere; tum dividamus brachium CB in tot, quot possumus, æquales partes, quarum quælibet æqualis sit rectæ AC, seu distantiæ librandi corporis ab hypomochlio. Ejusmodi partes in Fig. 39 numeris, 1, 2, 3 &c. designamus. Quod si cursor P, seu potentia in 6.to e. g. numero constituta in æquilibrio fuerit cum massa libranda *p*; hujus absolutum pondus erit sexies majus pondere cursoris: erit enim tunc $P : p = 1 : 6$ (235), adeoque $p = 6 P$. Hinc si cursor P ponatur esse e. g. duarum librarum; massa *p* erit librarum duodecim. Eodem modo si cursor æquilibrii tempore fuerit in numero 4.to, massa *p* erit illo quater ponderosior, & sic porro. Recole theor. vectis. *Fig.* 39.

At virga AB gravitate non caret utique, imo longior ejus pars communiter gravior est breviore. Remoto itaque cursore adpendatur in A pondus aliquod, ut inter duo stateræ brachia æquilibrium obtineatur, noteturque idem pondus; quod brachio breviori addendum erat, ut illud cum longiore ad æquilibrium reducatur. Quoniam theoria paulo ante exposita tunc solum locum habet, quum virga AB omni gravitate carere ponitur, & tum solum illa in ponderibus librandis pro tali haberi possit, quum ejus brachia in æquilibrio fuerint; facile patet, eo casu, quo cursor e. g. in 4.to numero existens in æquilibrio est cum massa P, partem unam ex absoluto hujus pondere esse supplementum brachii brevioris, ad obtinendam cum longiore brachio æquilibrationem requisitum, alteram vero partem esse quadruplam cursoris. e. g. Ponamus duas libras esse addendas brachio breviori, ut ad æquilibrium perveniat cum longiore; sit cursor P trium librarum, sitque in numero 4.to æquilibrii tempore. In massa *p* duæ partes concipiendæ erunt. Prima, quæ complet æquilibrium brachiorum, erit duarum librarum, altera erit quadruplo ponderosior cursore, ac proinde erit librarum 12: tota ergo massa *p* erit lib. 14. In eodem casu sit cursor æquilibrii tempore in numero 6.to, prima pars massæ *p*, quæ complet æquilibrium brachiorum, in eadem statera est ex hypoth. 2. libr. pars autem altera est sexies ponderosior cursore, adeoque est 18 libr. Hoc est, tota massa *p* est 20 libr. Et sic porro.

Coroll. Ex his patet, maxima quæque pondera, ut currus fœni, ponderari posse, si loco brevis virgæ ferreæ adsumatur longa trabs, dicto superius modo in suas partes divisa, cursorque sat ponderosus adhibeatur.

Schol. 1. Subdividi quoque solet quælibet æqualium partium in alias minores partes æquales, ut minutiæ quoque ponderum per eam determinari possint. Quo casu si cursor æquilibrii tempore fuerit e. g. medio loco inter num. 3. & 4; una massæ librandæ pars, quæ complet æquilibrium brachiorum, erit uti posuimus, duarum librarum: altera vero erit ad cursorem, ut $3\frac{1}{2}$: 1, seu ut 7 : 2.

Schol. 2. Puncta divisionis 1, 2, 3 &c. in brachio longiore ab Artificibus tentando, & experientia solent determinari, nimirum explorando in longiore brachio puncta illa, in quibus cursor cum duobus, tribus, quatuor &c. libris æquilibrium obtinet.

§. III.

De trochlea, axe in peritrochio, & rotis dentatis.

239 *Trochlea* est machina (*Fig.* 40, 41, 42) constans uno, vel pluribus solidis orbiculis, circa suos axes volubilibus, quibus, fune intra excavatum in extimo ambitu alveum circumducto, pondus attollitur. Si trochlea unico constet orbiculo, ut Fig. 40 exhibet, *trochlea simplex*, vel *monospastus*; si autem pluribus, generatim *polyspastus* nominatur. Trochlea simplex dividitur in fixam, & mobilem. Fixam Figura 40.ma, mobilem 41.ma exhibet. Nempe mobilis cum pondere ipso progreditur, fixa autem circa immotum axem circumagitur. *Tab. IV. Fig.* 40, 41, 42.

240 Propositio I. In trochlea fixa (Fig. 40) sive potentiæ directio AP parallela sit ponderis directioni Bp, sive non, potentia æquilibrii tempore est æqualis ponderi. Si enim è punctis A & B, in quibus funes *Fig.* 40.

trochleam tangere desinunt, ducantur ad centrum C rectæ AC & BC; consideranti facile patebit, rem in trochlea fixa perinde habere se se, ac si pondus p à potentia P ope vectis ACB, hypomochlio C insistentis elevaretur: ergo juxta generalem vectis regulam (235) potentia & pondus sunt in ratione reciproca perpendiculorum, è centro C in ipsorum directiones demissorum: atqui perpendicula hæc sunt ipsi radii CA & CB; nam funes AP & Bp congruunt cum iis circuli tangentibus, quæ punctis A & B respondent, quivis autem radius in circulo perpendicularis est ad tangentem sibi respondentem (*Geom.* 76): igitur est $P : p = CB : CA$, adeoque ob $CB = CA$, est etiam $P = p$.

Coroll. Igitur trochlea fixa non auget celeritatem potentiæ, ac proinde nec momentum ejusdem. Eadem tamen aliis è capitibus magnæ utilitatis est: nam 1) adfrictum imminuit sua circa axem volutatione; 2) ejus ope efficimus, ut etiam pondere corporis nostri attollamus pondera, scilicet premendo deorsum; 3) servit in machinis ad funes, quamcunque in partem pro arbitrio inflectendos, eorundenque motum, qua libuerit, dirigendum.

241. Propositio II. In trochlea mobili, si potentiæ directio AP (*Fig.* 41) parallela fuerit ponderis directioni Cp; est æquilibrii tempore $P : p = 1 : 2$, adeoque est $P = \frac{1}{2} p$. Res enim in præsente casu se se perinde habet, ac si pondus elevaretur ope vectis AB, hypomochlio B insistentis, cujus puncto medio C pondus, puncto A autem potentia sit adplicita: est ergo in ea æquilibrii tempore (quod tempus in ejusmodi proportionibus deinceps semper intelligendum erit) $P : p = CB : AB = 1 : 2$. (*a*). Fig. 41.

(*a*) *Theoriam trochleæ mobilis uberius pervidere cupienti hæc prævie notanda sunt. I. Si funis intra excavatum trochleæ mobilis* C (Fig. 42) *alveum adplicitus figatur in punctis* P & F; *trochlea sibi relicta ad eum super fune situm se se componet, ut funis directiones* PA & FB, *si mente produci concipiantur, cum ponderis directione* Cp *in uno eodemque puncto* r *concurrant, & quidem ita, ut sit angulus* $PrC = FrC$. *Perinde enim res se habet in adsumpto casu, ac si trochleam duæ quædam potentiæ* P & F *sustentarent: porro potentias has æquilibrii tempore æquales esse est necesse: ductis enim radiis* CA & CB, *est* $P : F = CB : CA$ (233). *Unde si è quocunque alio rectæ* Cr *puncto* m *demittantur perpendicula in directiones potentiarum* P & F, *ea inter se æqualia esse debebunt: quia potentiæ* P & F (*quas æquales esse nunc vidimus*) *semper erunt in reciproca id genus perpendiculorum ratione* (233). *Ergo quælibet id genus perpendiculorum binaria versus punctum* r *æqualiter decrescent, ita ut in aliquo rectæ* Cp *puncto* r *simul evanescant. Eo ipso autem totius adserti veritas in aperto est.* Fig. 42.

II. Ponderis directio Cp *chordam* AB, *quæ puncta* A & B, *in quibus potentiarum directiones trochleam tangunt, connectit, æquilibrii tempore bifariam, & ad angulos rectos secat. Cum enim in triangulis rectangulis* CAr & CBr *hypothenusa* Cr *sit utrique communis, & præterea* $CA = CB$; *tota ea triangula sunt similia, & simul æqualia* (Geom. 120): *est ergo* $Ar = Br$. *Ex his autem porro sequitur, etiam triangula* Arm & Brm *esse similia, simulque æqualia* (Geom. 119), *ac proinde chordam* AB *à recta* Cp *in puncto* m *bifariam, & ad angulos rectos secari.*

242. PROPOSITIO III. In Polyspasto potentia est ad pondus, ut unitas ad numerum funium unitate mulctatum: id est, si numerus funium sit $= n$, est $P: p = 1 : n - 1$. *Prob.* Ponamus à potentia P (*Fig.* 43) funem EP deprimente, intra datum tempus attolli pondus *p* ad altitudinem, quæ sit e. g. $= 1$ pedi. Clarum est imprimis, cujuslibet funis AB, DC &c. longitudinem, excepto fune EP, intra tempus illud mulctandam esse quantitate $= 1$ pedi: clarum est deinde, omnia hæc funium illorum decrementa intra idem tempus defluxura esse cum potentia P directione EP; adeoque à potentia P tot vicibus majus spatium esse percurrendum dato tempore, quam pondus ascendendo percurrat, quot unitates continet numerus funium dempta unica. Est adeo in polyspasto $c: C = 1 : n - 1$. Cum ergo æquilibrii tempore sit $P: p = c : C$; erit $P: p = 1 : n - 1$.

Fig. 43.

Coroll. Numerus trochlearum superiorum simul & inferiorum æqualis esse solet numero funium unitate multacto: igitur est quoque potentia ad pondus, ut unitas ad numerum

---

III. Ponamus jam funem PA *sensim accedere ad parallelismum cum ponderis directione* Cp : *quoniam per* not. I *est semper ang.* PrC = FrC, *æque accedet ad eundem parallelismum etiam funis* FB, *ita ut dum funis* PA *evadit re ipsa parallelus rectæ* Cp, *debeat & funis* FB *eidem esse parallelus, uti Figura* 41 *ma exhibet. Porro tunc jam radii* CA & CB (ead. Fig. 41) *ad puncta contactuum ducti, rectam lineam efficiant, oportet. Ducamus enim rectam mn ita, ut cum parallelis* PA & FB *angulos rectos efficiat : quoniam etiam anguli ad* A & B *recti sunt* (Geom. 76), *recta mn est parallela tam radio* AC, *quam radio* BC (Geom. 58); *quod tamen verum esse non posset utique, nisi radii illi jacerent in directum, lineaque* ACB *recta esset.*

Fig. 41.

His notatis accuratius jam potest Propositio II. *demonstrari. Nempe consideranti patet, trochleam mobilem* C (Fig. 41) *æquivalere vecti* 2.*di generis* ACB, *hypomochlio* B *insistenti : ergo juxta generalem vectis legem potentia & pondus æquilibrii tempore sunt in ratione reciproca perpendiculorum, è puncto* B *in ipsorum directiones demissorum* (235). *Porro si directio potentiæ parallela sit directioni ponderis ; imprimis perpendiculum è puncto* B *in ponderis directionem* Cp *demissum, est ipse radius* BC, *nam ob angulum* FBC *rectum* (Geom. 76), *etiam angulus* BCp *rectus sit, oportet* (Geom. 55): *deinde perpendiculum ex eodem puncto* B *in potentiæ directionem* PA *demissum, est diameter* AB; *tunc enim radii* CB & CA, *ad puncta contactuum ducti, adeoque perpendiculares ad funes, in directum jacent, seu diametrum* AB *efficiunt* (not. III). *Ergo in adsumpto casu est* $P: p = CB : AB = 1 : 2$.

Fig. 42.

At si potentiæ directio PA (Fig. 42) *non sit parallela directioni ponderis ; res se se paulo aliter habet. Eo enim casu, demissis ex hypomochlio* B *ad directiones ponderis & potentiæ perpendiculis* Bm & Bo, *est* $P: p = Bm : Bo$. *Est autem* $Bm > \frac{1}{2} Bo$: *nam uti è* not. II *intelligere licet, est* $Bm = \frac{1}{2} AB$, *est vero in triangulo rectangulo* ABo *hypothenusa* $AB > Bo$ (Geom. 110). *Ergo in dicto casu potentia æquilibrii tempore tametsi minor sit pondere, non est tamen eodem duplo minor ; adeoque hoc casu major jam potentia est necessaria ad superandam resistentiam, ac esset eo casu, quo directio potentiæ directioni ponderis parallela esset.*

trochlearum, superiorum simul & F. inferiorum. Hinc in Fig. 44 est P: 44 $p = 1:2$.

243 *Axis in peritrochio* est cylinder solidus AB (*Fig.* 45.) versatilis, F. 45 cui aut scytalæ, seu radii transversi PE infiguntur, aut rota continua adnectitur, cujus ope circumagatur. Alter est horizontalis, qualem figura exhibet, alter verticalis, in quo scytalæ sunt horizonti parallelæ.

244 Propositio IV. In axe in peritrochio potentia, si ejus directio cum scytala angulum rectum comprehendat, est ad pondus, ut radius cylindri, cui funis circumvolvitur, ad scytalæ longitudinem, ab eo ipsius puncto, cui potentia adplicatur, ad ipsum cylindri axem computatam. Ponamus enim in Fig. 45 po- F. 45 tentiam adplicari scytalæ in puncto P, funem autem concipiamus interim non in C, sed in E circumvolvi cylindro. Consideranti clarum est, hoc casu pondus elevatum iri ope cujusdam vectis inflexi, cujus hypomochlion sit illud axeos punctum, in quo scytala terminatur: hoc ergo casu potentia esset ad pondus, ut radius cylindri (utpote, qui ad funem, seu directionem ponderis est perpendicularis) ad illud perpendiculum, quod inter dictum hypomochlion, & potentiæ directionem intercipitur; quod perpendiculum cum ipsa scytala congruit tunc, quum hæc angulum rectum comprehendit cum directione potentiæ. Porro idem est momentum ponderis, sive funis in C, sive in E circumvolvatur cylindro; nam utrobique idem spatium conficit pondus intra idem tempus, uti consideranti patet: ergo tametsi funis in quocunque puncto C circumvolvatur cylindro, adhuc potentia ad pondus in dicta ratione sit, est necesse.

Coroll. 1. Eo igitur utilior est axis in peritrochio, quo ejus cylinder fuerit tenuior, & simul quo scytalæ fuerint longiores (235. *cor.* 2). Hinc verticalis, qui etiam *ergata* nuncupatur, horizontali præferendus est, cum illi præ isto radii bene longi infigi queant, à pluribus simul hominibus commode impellendi. Sciendum nihilominus est, cylindrum nimis tenuem vitandum esse, propterea, quod ei funis, præsertim crassior, difficulter circumvolvatur, ita ut incommodum, hoc ex capite oriundum demum majus sit commodo, è tenuitate cylindri oriundo.

Coroll. 2. Cavendum est, ne funis, dum cylindro circumvolvitur, si evitari possit, accumuletur; secus enim augebitur crassitudo cylindri, ac proinde machinæ efficacitas imminuetur (*cor* 1.).

Schol. 1. Si funis paulo crassior fuerit, radio cylindri addendus erit radius funis, ut acquiratur distantia ponderis ab hypomochlio; consequenter eo casu erit potentia ad pondus, ut radius cylindri addito radio funis, ad scytalam, vel radium rotæ.

Schol. 2. Rotæ illæ, quarum internam cavitatem calcant homines, aut alia animalia, ut eas circum axem revolvendo, pondera ope funis cylindro circumvoluti sustollant, sunt species axis in peritrochio; uti & rotæ molendinorum, in quarum prominentes palmulas aqua incidens, insertum cylindrum circumagit &c.

245 *Rotæ dentatæ* sunt rotæ C, G (*Fig.* 46.), quarum extimus am- Fig. 46. bitus divisus est in intervalla æqualia, alternis dehiscentibus, ac prominentibus. Intervalla prominentia *dentes* nuncupantur, dehiscentia vero *cavitates*. Interdum dentes unius rotæ intra cavitates alterius inseruntur; sæpius tamen occurrunt *tympano* B vel D, seu crenis cylindro in-

cisis, vel tigillis inter se parallelis, atque circa axem intra binos discos circulares ad æqualem undique distantiam defixis. Machina pluribus id genus rotis dentatis inter se connexis constans solet etiam *Pancratium* nominari, item *Glossocomum Heronis*, ab inventore *Herone* Alexandrino.

246 Propositio IV. In rotis dentatis est potentia ad pondus, ut est factum ex radiis omnium tympanorum, & cylindri, cui funis circumvolvitur, ad factum ex radiis omnium rotarum, & manubrii, quo machina circumagitur. Constet enim ejusmodi machina duabus rotis C & G: in ea tres aderunt axes in peritrochio. Primus habet manubrium A, & tympanum B; alter rotam C & tympanum D; 3.tius rotam G, & pondus in F appensum. Radius manubrii A sit $=A$, tympani B sit $=B$, rotæ $C=C$ &c. radius denique cylindri, cui funis circumvolvitur, sit $=F$. Potentiam & pondus literis P & p designemus. Porro effectus, quem primus axis AB præstat, vocetur E; effectus axis CD sit $=e$; effectum axis FG fore ipsum pondus sustentatum p, clarum est.

Jam in axe primo effectus E vices agit ponderis; est ergo in eo,

$$P : E = B : A. \ (244).$$

In axe 2do effectus primi axis agit vices potentiæ, effectus vero ipsius axis 2.di, seu e, loco ponderis est. Igitur in eo stat:

$$E : e = D : C.$$

Rursus effectus axis 2.di est potentia in axe 3.tio; est igitur in hoc:

$$e : p = F : G.$$

Hinc compon. tres has proport. est

$$PEe : Eep = BDF : ACG.$$

Divid. antec. per Ee, est

$$P : p = BDF : ACG.$$

Hoc est, potentia est ad pondus, ut factum ex radiis omnium tympanorum, & cylindri, cui funis circumvolvitur, ad factum ex radiis omnium rotarum, & manubrii.

Coroll. Ergo eo facilius movetur hæc machina imprimis, quo pluribus constat rotis, deinde quo minores fuerint radii tympanorum, & cylindri, quove majores simul radii rotarum. e. g. Si radius uniuscujusque tympani, uti & cylindri, cui funis circumvolvitur, ponatur esse $=1$; radius vero uniuscujusque rotæ, uti & manubrii $=10$; in glossocomo, quod figura exhibet, erit $P : p = 1 \times 1 \times 1 : 10 \times 10 \times 10$. Seu $P : p = 1 : 1000$.

Schol. In singulis compositæ hujus machinæ partibus major est potentiæ, quam resistentiæ distantia ab hypomochlio; quia unicus ejus finis est, resistentiam vi comparate ad ipsam exigua (ut ut cum dispendio temporis) superare. At complurium machinarum compositarum finis præterea est, ut pondus celeriter moveatur: quemadmodum in molendinis videre est, in quibus lapis molaris celeriter circumagi debet. Non est ergo mirum, quod in compluribus machinis quædam partes ita construi soleant, ut in iis resistentiæ ab hypomochlio distantia major sit, quam potentiæ: secus enim resistentia per ejusmodi machinas facillime quidem, sed non requisita celeritate superaretur.

§. IV.

De plano inclinato, cochlea, & cuneo.

247 Planum inclinatum dicitur quodcunque planum AC (*Fig.* 47), quod cum horizonte BC angulum acutum ACB comprehendit. Recta AC est longitudo plani inclinati, AB altitudo, BC basis. Angulus ACB *angulus inclinationis* audit. Fig. 47.

248 Propositio I. Corpus per

planum inclinatum descendens, non nisi parte absolutæ suæ gravitatis fertur, quæ *comparativa* dici solet. Cum enim corpora vi suæ gravitatis nisum exerceant directione ad horizontem perpendiculari; absolutam globi D gravitatem repræsentet recta DH ad BC perpendicularis. Concipiatur hæc vis resolvi in duas, quarum una DG sit ad planum AC perpendicularis, altera DF = GH eidem parallela. Pars DG tota aget in planum, ac proinde tota elidetur, ob reactionem actioni contrariam, & æqualem: igitur sola gravitatis absolutæ pars GH, quæ *gravitas comparativa* dici consuevit, supererit, utpote plano inclinato parallela, hacque sola corpus per idem planum feretur.

Coroll. Ubicunque constituatur in plano inclinato globus D, triangulum DGH est semper idem; ergo vis comparativa GH per totum planum inclinatum est constans, ac proinde æqualibus temporis partibus æqualia progignit celeritatis incrementa: hoc est, corpus per planum inclinatum fertur motu uniformiter accelerato (215).

Schol. Quamvis *gravitas* corporis & *pondus* vulgo pro synonimis habeantur; Physici tamen inter illa discrimen facere solent. Nempe in terrestribus hisce corporibus nomine gravitatis potissimum intelligunt eam vim, qua unumquodque corporis elementum urgetur continenter versus Telluris centrum, quam vim suo loco *vim acceleratricem gravium* nuncupaturi sumus. Porro vis hæc in corporibus neque crescit crescente massa, neque descrescit hac decrescente: eadem enim vi urgetur unumquodque elementum versus telluris centrum in massa majore, qua urgetur in minore. Unde intelligere licet, etiam gravitatem *comparativam* in aliquo plano inclinato AC esse eam vim, qua unumquodque corporis elementum urgetur ad descensum per idem planum, ac proinde neque hanc dependere à majore vel minore corporis massa. *Pondus* est ipsa gravitas, seu vis acceleratrix in massam ducta.

249 Propositio II. Gravitas comparativa in plano inclinato est ad gravitatem absolutam, ut est altitudo plani inclinati ad ejusdem longitudinem. Cum enim recta DH absolutam gravitatem exhibente, comparativam exhibeat recta GH (*præc.*) si gravitas absoluta vocetur w, comparativa v, erit $v : w = GH : DH$. Jam triangula HGD & ABC sunt similia; anguli enim ad G & B sunt recti, ad H & A alterni, à recta AC duas parallelas DS & AB intersecante effecti: adeoque in iis latera homologa proportione sibi respondent: estque $GH : DH = AB : AC$. Igitur est etiam $v : w = AB : AC$.

Coroll. I. In quolibet plano inclinato gravitas comparativa est ut sinus anguli inclinationis. Nam in quocunque plano inclinato ACB, si longitudo AC sumatur pro radio, altitudo AB erit sinus anguli inclinationis ACB (*Geom.* 196): hinc si radius dicatur r, sinus anguli inclinationis sit $= s$; ob $v : w = AB : AC$, est $v : w = s : r$, adeoque est $v = \frac{ws}{r}$. Jam vero radius cum sinibus comparatus semper est constans (*Geom.* 202, 203): cum ergo etiam gravitas absoluta constans sit, est generatim $v = s$. Hinc, cum angulo majori semper major, minori minor sinus respondeat, è duobus planis inclinatis, longitudine utcunque discrepantibus, in eo est major gravitas comparativa, in quo major est angulus inclinationis.

Coroll. 2. Cum vis DG ad planum AC perpendicularis, tota impendatur pressioni ejusdem plani; gravitas comparativa, qua corpus per planum AC decurrere nititur est ad eam gravitatis partem, qua idem planum premitur, ut GH: DG, ac proinde (ob similitudinem triangulorum DGH & CBA) ut AB: BC.

250 PROPOSITIO III. Si ope cujusdam plani inclinati AC (*Fig.* 48.) trudendum sit corpus *p* directione F*p*, plano parallela; æquilibrii tempore erit potentia ad totum pondus *p*, ut altitudo plani ad ejus longitudinem, seu erit $P:p = AB : AC$.

Nam quodlibet corporis elementum nonnisi comparativa sua gravitate *v* resistet ascensui (248); hinc si massa corporis sit $= m$, totum pondus comparativum, à potentia superandum, erit $= vm$: adeoque literis C & *c* celeritates exprimentibus, erit æquilibrii tempore PC $= vmc$. Est vero $C = c$; in adsumpto enim casu potentia & resistens pondus intra idem tempus æqualia spatia conficiunt, uti clarum est: itaque æquilibrii tempore est P $= vm$. Hinc ob $p = wm$ (248. *Schol.*), est $P: p = vm : wm = v : w = AB$: AC (*præc.*).

Coroll. 1. Igitur eo plus adjumenti adferet planum inclinatum ad sustollenda dicto modo corpora, quo major fuerit ipsius longitudo manente eadem altitudine, & quo minor fuerit altitudo sub eadem longitudine.

Coroll. 2. Ex his patet, effectum hujus machinæ reapse non in eo esse situm, quasi potentiæ ea utentis major esset celeritas, quam resistentiæ, sed quod demat partem ejus resistentiæ, quæ ceteroquin superanda esset.

Schol. Pro explicandis quibusdam phænomenis corporis globosi per quodpiam planum moti, sequentia notasse juvabit. 1.*mo* Si globus *p* moveatur per quodcunque planum AC; recta *p*F, quam gravitatis centrum *p* motu suo describet, erit parallela plano AC, uti consideranti clarum est. Hinc, si centri *p* via *p* F deprehendatur esse horizonti parallela; eo ipso inferre licet, planum quoque, cui globus impositus sit, esse horizonti parallelum: quodsi autem via *p*F fuerit inclinata ad horizontem; etiam planum AC, per quod globus movetur, inclinatum sit, oportet. 2.*do* Si globus D (Fig. 47) imponatur plano inclinato AC; is inquiete persistere nequit, sed devolvatur, est necesse. Ducamus enim ex ejus centro gravitatis (quod cum ipso magnitudinis centro congruit in globis homogeneis) ad planum AC duas rectas DG & DH, quarum prior sit ad planum AC, posterior autem ad horizontem BC perpendicularis. Certum est, hypothenusam DH fore majorem radio DG, ac proinde inter globum, & subjecti plani punctum H intercedere hiatum: ergo globi linea directionis CH caret fulcro, consequenter globi centrum D versus H via DH ruat, est necesse (193). Quod cum in alio quocunque plani puncto æque accidere debeat; clarum est, globum plano inclinato impositum debere decurrere, & quidem motu, ut vocant, volvente. Aliter se res habet, si cubus P*x* (*Fig.* 48) imponatur plano inclinato AC. Nam in eo cubo linea directionis *rt* constanter intra basim *vx* continetur, nec unquam caret fulcro; nulla ergo ratio est, cur ille vi solius gravitatis suæ volvi per planum inclinatum debeat: lubricabit tamen per idem planum, ut primum gravitas comparativa descensum urgens prævaluerit adfrictui.

251 His præmissis explicanda jam sunt phænomena quorundam

corporum, in musæis physicis exhiberi solitorum, quæ in plano inclinato contra nativam gravitatem sursum repere adparent. Ac 1) solent ex ligno efformari rotæ, cylindri, quæ dum plano inclinato certa lege imponuntur, versus altiorem plani partem moventur. In hujusmodi corporibus solet in quapiam parte latere quodpiam corpus ligno, ex quo id genus e. g. rota efformata sit, densius, seu, ut dici solet, *specifice* gravius, e. g. plumbum: unde fit, ut rotæ centrum gravitatis non congruat cum centro magnitudinis, sed accedat ad aliquam superficiei partem. Quando ergo id genus rota plano inclinato ita imponitur, ut plumbo superiorem plani inclinati partem respiciente, linea directionis versus eandem partem cadens fulcro careat; centrum gravitatis versus eandem partem ruere debebit, usque dum linea directionis fulcrum nanciscatur, seu usquedum cadat in id punctum, in quo globus planum contingit (193): eo ipso autem rota versus superiorem plani inclinati partem moveri debet, ut consideranti clarum fit.

T. V. Fig. 52. 2) Duo plana verticalia FGIH & FGON (*Fig.* 52) ad aliquem angulum HFN conjunguntur; altitudo autem planorum à concursu FG versus HI & NO crescere debet, ita ut altitudo HI=NO major esse debeat altitudine F G. Deinde duo coni æquales super communi basi conjunguntur, ut unum conum duplicem, vel si sic nominare licet, *rhombum conicum* efficiant, qualis est AB: potissimum autem tres diversi hujusmodi *rhombi conici* parari solent; longitudine AB quidem æquales, sed baseos diametro *ab* inter se discrepantes. Jam si rhombi hi conici dictorum planorum verticalium aciebus successive imponantur; unus eorum, cujus diameter est maxima, ab angulo F directione CD contra planum inclinatum moveri solet: alter, cujus diameter est minima, contrarium habet motum, scilicet versus angulum F directione DC: tertius, quocunque loco in aciebus illis collocetur, immotus manet.

Contemplemur imprimis primum rhombum conicum, qui maxima gaudet baseos diametro, vaditque directione CD. Hujus rhombi ad angullum F collocati centrum notabiliter magis distat à subjecto plano horizontali, ac distet tunc, dum idem rhombus conicus extremis acierum punctis H & N insistit: id quod facile deprehendes, si rhombi illius, imprimis ad angulum F collocati, deinde ad HN translati, à subjecto plano horizontali distantias inter se contuleris. Ergo centri gravitatis via CD est inclinata ad horizontem, ita ut altissima sit ad C; maxime depressa ad D; consequenter rhombus ille directione CD progrediendo, reapse descendit, non ascendit (*præc. Schol.*), ita ut tunc potius moveretur contra nativam suam gravitatem, si contraria directione DC progrederetur.

In 2do rhombo, qui exiguam habet baseos diametrum, vaditque contra angulum F, contraria est distantiarum à subjecto plano horizontali ratio: is enim ab hoc plano magis distat tunc, quum punctis H & N insistet, ac distet tunc, quum prope F situs est; consequenter iste tunc descendit, quum directione DC movetur. Ratio autem discriminis inter hos duos rhombos est hæc: imprimis spectata sola acierum acclivitate, centrum gravitatis C progrediendo directione CD reapse ascenderet, recederetque à subjecto plano horizontali: at ex alio capite, quod nimirum ob planorum di-

varicationem, semper rhombi partes à centro C remotiores, ac proinde ob conicam figuram, axi ejusdem rhombi viciniores incumbant planorum aciebus, rhombi axis, & cum hoc etiam centrum C eo magis præcipitatur versus subjectum planum horizontale, quo vicinior sit rhombus conicus planorum extremitatibus H & N: atque præcipitatio hæc manente eadem planorum divaricatione eo major est, quo magis præceps fuerit rhombus conicus, seu quo major fuerit baseos diameter *ab* manente eadem longitudine AB. Quodsi ergo via centri gravitatis C altero hoc ex capite magis præcipitetur versus subjectum planum horizontale, quam deberet attolli ex capite priore; via ejusdem centri reapse inclinata est ita, ut altior sit versus F, humilior versus D: consequenter centrum illud moveri debet directione CD (*præc. Schol.*); id quod in primo rhombo conico obtinet. Quodsi autem ex priore illo capite magis debeat attolli centrum gravitatis, progrediendo versus D, ac debeat præcipitari ex capite altero; via ejusdem centri reapse est ita inclinata, ut magis elevata sit versus D, quam versus F: hoc ergo casu rhombus conicus versus angulum F progredietur; id quod obtinet in rhombo altero.

Denique in rhombo tertio via centri gravitatis est horizonti parallela, tantundemque distat rhombus à subjecto plano horizontali tunc, quum ad F situs est, quantum distat, si in quocunque alio loco insistat aciebus; quia nempe ex priore illo capite tantundem attollitur via centri gravitatis, quantum ex capite altero deprimitur: non est ergo, cur rhombus sive in unam, sive in alteram partem moberi debeat.

Coroll. Igitur ut phænomena hæc successum habeant; efformetur imprimis rhombus conicus mediæ diametri, eique acclivitas, & divaricatio planorum ita accommodetur, ut quocunque is loco imponatur aciebus, quietus persistat. Quodsi deinde efformetur alter rhombus, ejusdem longitudinis, sed notabiliter majoris diametri; iste directione CD vadet: tertius autem, diametri notabiliter minoris, ac sit diameter prioris illius rhombi ubique quiscentis, semper versus angulum F tendet. Acies autem planorum, uti & ipsi rhombi rite poliantur, ne adfrictus impedimento sit.

252 *Cochlea* alia solida est, alia cava. *Solida* est cylinder solidus AC (*Fig.* 49), sulcis, quos *helices* vocant, incisus: *cava* autem est cylinder cavus D, recipiendis prioris helicibus accommodatus. *Tab. IV. Fig. 49.*

253 Propositio IV. In cochlea potentia, cylindro immediate adplicata, est ad pondus, ut distantia duarum helicum proximarum ad peripheriam cylindri. Nam eodem tempore, quo pondus, seu resistentia ad distantiam duarum helicum proximarum seu attollitur, sive deprimitur, potentia cylindro immediate adplicata cylindri peripheriam describit. Igitur distantia duarum helicum exprimit celeritatem resistentis ponderis, peripheria vero cylindri celeritatem potentiæ. Hinc quoniam potentia & resistentia generatim tunc æquilibrantur, quum sunt in ratione reciproca suarum celeritatum, veritas propositionis in aperto est.

Coroll. Si cochleæ inseratur radius AB; quo tempore attollitur, aut deprimitur pondus ad distantiam duarum helicum, eodem tempore potentia in B adplicita percurrit peripheriam circuli, cujus radius sit = AB: eo igitur casu (qui communiter in usu est) potentia erit ad pondus, ut

distantia duarum helicum proximarum ad circuli peripheriam, quam illud radii punctum percurrit, cui potentia adplicatur. Hinc quo minor fuerit distantia duarum helicum, & quo longior radius, qui cochleæ inseritur, eo est hæc machina, si cetera paria sint, utilior.

T. V. F. 56 254 Cochlea AB (*Fig.* 56), quæ rotam dentatam CD circumagit *cochlea infinita* vocatur. Hæc dum semel circumagitur, rota nonnisi dentis unius spatio promovetur. Itaque intra id tempus, intra quod integra rota semel circumagitur, potentia manubrio adplicita circulum toties describit, quot dentes habet peripheria rotæ. Porro intra idem illud tempus, intra quod integra rota semel circumagitur, funis cylindro semel circumvolvitur, ac proinde pondus emetitur spatium, æquale peripheriæ cylindri. Itaque celeritatem potentiæ exprimit peripheria circuli, quam potentia manubrio adplicita describit, toties sumpta, quot dentes peripheria rotæ continet, celeritatem autem ponderis peripheria cylindri repræsentat. Unde hac in machina potentia æquilibrii tempore est ad pondus, uti est peripheria cylindri, cui funis circumvolvitur, ad peripheriam circuli, quam potentia manubrio adplicita describit, in numerum dentium rotæ ductam (232), seu cum peripheriæ circulorum sint in ratione suorum radiorum (*Geom.* 181), potentia est ad pondus, ut radius cylindri, cui funis circumvolvitur, ad radium ejus circuli, quem potentia describit, toties acceptum, quot sunt dentes in peripheria rotæ. Unde patet, egregiam esse hujus machinæ in attollendis ponderibus efficacitatem.

Schol. Sæpe cochlea infinita duabus, vel etiam tribus spiris constat. Si duabus constet; dum ea semel circumagitur, rota duorum dentium spatio promovetur: itaque hoc casu celeritas ponderis est duplo major, ac esset, si cochlea unicam duntaxat (uti Figura 56ta exhibet) spiram haberet; consequenter in cochlea duabus spiris constante, potentia est ad pondus æquilibrii tempore, ut dupla peripheria cylindri, cui funis circumvolvitur, ad peripheriam circuli, quam potentia manubrio adplicita describit, in numerum dentium rotæ ductam. Si cochlea tres spiras contineat; dum ea semel circumagitur, rota trium dentium spatio promoveatur, ac proinde tunc celeritas ponderis est triplo major, ac esset, si cochlea unica duntaxat spira constaret. Notandum autem est, dentes rotæ juxta obliquitatem cochleæ incidendos esse, ita ut ab ea commode propelli possint. T. IV.

255 *Cuneus* (*Fig.* 50) est duplex planum inclinatum AD & BD, in eandem aciem D desinens. Fig 50.

256 PROPOSITIO V. Potentia, quum ope cunei æquat ponderis resistentiam, est ad hanc, ut latitudo basis cunei ad ejusdem altitudinem, e. g. in *Fig.* 51 est $P : p = AB : CD$. Dum enim cuneus penetrat in obstaculum intervallo OD, partes obstaculi separantur intervallo FE; est itaque celeritas potentiæ $= OD$, obstaculi $= FE$, ac proinde est $P : p = FE : OD$. Est vero $FE : OD = AB : CD$, ob similitudinem triangulorum ADB & FDE; ergo est $P : p = AB : CD$.

Coroll. Igitur quo minor fuerit cunei latitudo sub eadem longitudine, eo is efficacior erit. Unde intelligere licet, cur tanta sit in dividendis corporibus efficacitas cultrorum, gladiorum securium, forficum, dolabrorum &c. quæ totidem cunei sunt.

Schol. Si ope cunei ligna findantur, vectis quoque ratio habenda est. Hoc enim casu in ligno jam aliquantum fisso ad superandam partium ad-

huc cohærentium resistentiam ipsas etiam partes, jam à se invicem fissione separatas, instar vectium homodromorum concurrere, expendenti patet. Unde etiam eo facilius continuatur (ceteris paribus) fisio, quo ea ulterius porrecta jam est; quia nimirum eo longiores sunt vectes, qui præter cuneum ad superandam resistentiam concurrunt.

§. V.

De obstaculis motus in usu machinarum.

257 Præter eam potentiam, quæ in aliqua machina juxta theorias hoc Cap. hactenus pertractatas est necessaria, alia adhuc impendenda est superandis variis motus obstaculis, in usu machinarum occurrere solitis. Hinc tota potentia, ad aliquam machinam movendam necessaria, mente nostra in duas partes est dividenda. Nempe si loquamur speciatim e. g. de rotis dentatis (*Fig.* 46), prima potentiæ requisitæ pars ea ipsa est, quam in proport. P : p = BDF : ACG n. 246 litera P designat. Unde patet, hanc potentiæ requisitæ partem, in hac speciatim machina, esse eo minorem, quo minus est *factum* BDF *facto* ACG, ac proinde eam, si opus sit, imminui posse, aut imminuendo factum BDF, aut augendo ACG, aut utrumque præstando.

258 Altera requisitæ potentiæ pars pendet à quantitate obstaculorum, in usu machinæ superandorum. Hujusmodi obstacula autem sunt potissimum resistentia funium qui inflecti debent, & adfrictus. Quod ad primum obstaculum attinet: imprimis eo magis resistunt funes inflexioni suæ, quum cylindro cuipiam, aut trochleæ circumvolvuntur, quo majori pondere tenduntur; deinde quo sunt crassiores; denique quo minor fuerit radius trochleæ, aut cylindri, cui circumvolvuntur. Porro Cl. Belidor *Architecturæ Hydraulicæ* l. 1. c. 1. §. 309 & sequent. ex experimentis Cl. Amontonsii hanc demum de resistentia funium legem statuit: nempe, *resistentia funis in circumactione cujuspiam trochleæ, aut cylindri æquatur* $\frac{1}{32}$ *parti ponderis illius, quo funis tenditur, multiplicatæ per numerum linearum, quas diameter funis complectitur, divisæ per numerum digitorum, in radio trochleæ, aut cylindri contentorum.* e. g. Si funis tendatur pondere = 256 ℔, sit autem diameter funis = 8 lin. & radius trochleæ, aut cylindri = 2 digitis; erit resistentia funis, ac proinde etiam potentiæ pars, ad eam elidendam necessaria $= \frac{256}{32} \times \frac{8}{2}$ ℔ = 32 ℔.

Coroll. Si in exemplo nunc proposito manentibus reliquis ponamus radium trochleæ non duorum, sed 8 digitorum esse; erit resistentia funis $= \frac{256}{32} \times \frac{8}{8}$ ℔ = 8 ℔. Unde patet, quanto consultius sit, magnis potius, quam parvis uti trochleis; ut ut potentia, quæ vi solius æquilibrii requiritur, eadem sit in magna, quæ in parva trochlea, uti e. num. 240, & 241 intelligere licet. Quodsi præterea funis ponatur esse tenuior, e. g. cujus diameter sit tantum = 4 lineis; adhuc minor erit resistentia funis: scilicet erit $= \frac{256}{32} \times \frac{4}{8}$ ℔ = 4 ℔. (a).

(a) *De novis funibus notandum est, eos, si statim toto, quod ceteroquin*

259 Sed major est adhuc resistentia, quæ ex adfrictu enasci solet. Est autem *adfrictus* ea superficierum resistentia, quæ oritur tunc, quum unum corpus ita movetur super alio, ut ipsorum superficies se se radant. Nascitur enim adfrictus ex asperitate superficierum; dum nempe prominentes unius denticuli in foveolas alterius immerguntur, ita ut nequeat una superficies super altera motu ipsis parallelo propelli, nisi aut frangantur denticuli illi, aut inflectantur, aut denique superficies superior identidem elevetur aliquantum, ita ut denticuli illi è foveolis quasi per quoddam planum inclinatum emergant. Jam accuratam formulam, quæ adfrictus quantitatem generatim exprimat, condere haud licet: adfrictus enim etiam ab iis corporum adfectionibus dependet, quæ ad calculum revocari haud possunt, uti sunt; numerus denticulorum, in superficiebus prominentium, eorundem firmitas, foveolarum figura &c. quæ ut ut politione imminui possint, ita ut sensus inermes effugiant, penitus tamen tolli omnino non possunt. Id tamen sat tuto teneri potest, adfrictum non tam à magnitudine superficierum se se radentium, quam à vi, qua superficies una adprimitur alteri, dependere. Certe si ligneum quoddam parallelepipedum politum, cujus una superficies major sit altera, imponatur plano inclinato, & primum quidem ita, ut majori suæ superficiei, deinde autem ut minori, tanquam basi insistat, tum plani angulus inclinationis utroque casu eousque augeatur, dum parallelepipedum, ipsi incumbens, per declive descendere incipiat; utroque casu descensus sub eodem inclinationis angulo sumet initium. Unde sic ratiocinari licet. Eo tempore, quo corpus per planum tantum non lubricare incipit, vis comparativa descensum urgens est in æquilibrio cum adfrictu: cum ergo utroque casu tempore inchoati descensus idem sit angulus inclinationis, ac proinde etiam eadem vis comparativa descensum urgens (249. *cor.*); utroque casu adfrictus quoque idem sit, est necesse. Ratio autem phænomeni hoc fere modo concipi potest: sit superficies *a* duplo major superficie *b*, sed utraque eodem pondere adprimatur tertiæ cuidam superficiei *c*. In superficie quidem *a* duplo plures erunt denticuli, quam in *b*, qui, si adfrictus superandus sit, aliquantum elevari debeant; at ex adverso in superficie *b* denticulus quilibet duplo magis oneratur vi impositi illius ponderis, ac oneretur denticulus quilibet in superficie *a*. Eo ipso autem eundem esse debere utrobique adfrictum, expendenti patet.

260 Imo id quoque cum Cl. D. Belidoro *Architect. Hydraul.* *l.* 1. §. 221 & sequ. in vulgarium machinarum usu citra notabilem errorem statuere licet: quantitatem adfrictus æquari tertiæ parti pressionis; ita ut si e. g. superficies una AB (*Fig.* 12) alteri CD adprimatur vi = 60 ℔; adfrictus inde enascens sit = 20 ℔. Pro veritate hac experimento comprobanda, accipiatur parallelepipedum quodpiam ligneum, baseos, quatenus fieri potest, politæ, statuaturque super plano horizontali, itidem polito; tum planum T. I Fig 12.

portare possent, pondere onerentur, magis esse lacerationi obnoxios, quam si primum leviter, tum sensim magis ac magis onerati, ad æquabilem omnium, quibus constant, filorum tensionem lente disponantur.

hoc sensim eousque inclinetur ad diversos elevationis angulos, donec parallelepipedum ipsi incumbens jam jam incipiat per declive descendere. Teste experientia fere tunc incipiet lubricare id genus corpus plano impositum, cum angulus inclinationis cœperit esse major, quam 18 grad. 20 min. Unde sic ratiocinari licet. In adsumpto casu, si in plano inclinato angulus inclinationis sit 18 graduum, 20 minutorum, adfrictus cum vi comparativa descensum urgente est in æquilibrio; quia si vel modice augeatur is angulus, jam vis comparativa superat adfrictum, corpusque per planum decurrit, ut experientia docet: ergo in adsumpto casu adfrictus æquatur ei vi comparativæ, qua urgetur corpus ad descensum per planum inclinatum tunc, quum in eo plano angulus inclinationis est 18 graduum, 20 minutorum. Atqui tunc, quum in plano inclinato angulus inclinationis est 18 graduum, 20 minutorum, gravitas comparativa descensum urgens æquatur circiter tertiæ parti pressionis, seu tertiæ parti ejus gravitatis comparativæ, qua planum premitur: ergo eidem tertiæ parti pressionis æquatur adfrictus quoque. *Prob. min.* In *Fig.* 48 inclinationis angulus ACB sit = 18 grad. 20 min. Erit ea gravitas comparativa, quæ descensum urget, ad pressionem, seu ad eam gravitatis partem, qua planum premitur, ut AB: BC (249. *cor.* 2): atqui altitudo AB est circiter tertia pars baseos BC tunc, quum angulus ACB est = 18 grad. 20 min. Si enim basis BC sumatur pro radio; altitudo AB erit tangens anguli inclinationis ACB (*Geom.* 196), tangens autem anguli 18 grad. 20 minutorum, posito radio = 10000000, est = 3313639, adeoque æquatur circiter tertiæ parti radii. *Tab. IV. Fig. 48.*

Schol. In plerisque machinis ipsa etiam potentia auget adfrictum: e. g. in Fig. 40 profecto non solum pondus, sed etiam potentia P adprimit trochleam axiculo, adfrictumque efficit. In hujusmodi casibus adfrictus totus non jam tertiæ, sed dimidiæ totius pressionis parti censetur esse æqualis. (*a*) *Tab. IV. Fig. 40.*

(*a*) *Sit enim tota pressio, quam nempe pondera, & simul potentia, vi æquilibrii requisita, simul efficiunt,* $= p$: *adfrictus per generalem legem superius adlatam erit* $= \frac{p}{3}$, *ac proinde potentia, ut eum adfrictum elidere queat, augenda erit quantitate* $= \frac{p}{3}$. *Porro ex hoc potentiæ augmento nova oritur pressio* $= \frac{p}{3}$, *adeoque novus adfrictus, tertiæ hujus pressionis parti æqualis, erit* $= \frac{p}{9}$: *consequenter potentia, ob novum hunc adfrictum, augeri rursus debebit quantitate* $= \frac{p}{9}$. *Novum hoc potentiæ augmentum novam inducet pressionem* $= \frac{p}{9}$, *ex qua novus enascetur adfrictus* $= \frac{p}{9 \times 3} = \frac{p}{27}$, *& sic porro. Unde totus adfrictus ex-*

261 Remedia contra adfrictum sunt duplicia. Aliqua sunt, per quæ ipsa adfrictus quantitas imminuitur; per alia autem tametsi adfrictus re ipsa non imminuatur, facilius tamen superatur. De utrisque pauca adnotare lubet. Et quidem quod ad primum remediorum genus attinet: adfrictus imminui potest 1.*mo* Si superficies atterendæ expoliantur: quo enim magis politæ sunt superficies, eo pauciores denticuli supererunt frangendi, dum superficies una radet alteram. 2.*do* Si corpora, quorum superficies se se atterunt, heterogenea fuerint. Sic e. g. cuprum & chalybs minus atterunt se se teste experientia, quam si cuprum cupro, chalybs chalybi adfricetur. Ligni item querni cum ulmeo minor est adfrictus, quam querni cum querno, aut ulmei cum ulmeo. 3.*tio* Si oleum, aut alia pinguis materia interponatur, quæ hiatus superficierum, prominentiumque partium intervalla expleat, aut festucas eminentes tenacitate superficiebus ipsis quodammodo adglutinet. Experientia autem docet, inter metalla oleum olivarum, inter ligna saponem, inter lignum & metallum sebum egregio cum successu interponi. Si lignum oleo innungatur, vel aqua madefiat; fes-

---

primi potest hac progressione geometrica, in infinitum decrescente: $\frac{p}{3}$, $\frac{p}{3^2}$, $\frac{p}{3^3}$ ..... $\frac{p}{3^\infty}$. *Jam si primus hujus progressionis terminus vocetur æ, ultimus w, progressionis summa s: exponens m; est* $s = \frac{wm - a}{m - 1}$ (*Alg.* 218). *Porro est in præsente casu* $w = \frac{p}{3^\infty}$, $m = \frac{1}{3}$, *&* $a = \frac{p}{3}$. *Est ergo* $s = \left(\frac{p}{3^\infty} \times \frac{1}{3} - \frac{p}{3}\right) : \left(\frac{1}{3} - 1\right)$. *Seu ob* $\frac{p}{3^\infty} \times \frac{1}{3}$ *quantitatem infinite parvam, est* $s = \frac{-p}{3} : \left(\frac{1}{3} - 1\right)$ (211 cor.)

Hoc est, $s = \frac{-p}{3} : \frac{-2}{3}$

Adeoque $s = \frac{-p}{3} \times \frac{3}{-2}$ (Algeb. 60).

Seu $s = \frac{-3p}{-6} = \frac{p}{2}$.

Hoc est, totus adfrictus in dicto casu reapse dimidiæ parti pressionis est æqualis.

tucæ arriguntur, adfrictumque augent. &c. 4.to Cumprimis autem imminuitur adfrictus, si motus radens, ut dici solet, in volventem mutetur. Nam longe major est adfrictus, si e. g. corpus CD (*Fig.* 53) motu radente incedat per planum AB, seu ita, ut rectæ AB & CD constanter maneant parallelæ inter se, & æquidistantes, quam si rotetur per idem planum. In priore enim casu prominentes superficierum denticulos frangi necesse est, non item in altero, ut consideranti patet. In curribus, quorum communis est usus, à peripheria rotarum ad axes transfertur motus radens, & donec rota semel circumagitur, tota cavitas illa, cui axis immissus est, semel duntaxat raditur: unde patet, incurribus ope rotarum magnam adfrictus partem tolli.

Tab. V. Fig. 53.

Tab. IV. Fig. 51.

262 Ut pateat natura 2.di generis remediorum contra adfrictum; sit in vecte AB (*Fig.* 51) potentia P in æquilibrio cum pondere p, & vectis circa C rotunda sui parte, uti Figura exhibet, insistat crenæ pariter circulari D. Porro sit AC : HC = 10 : 1, & AC : CB = 2 : 1; tum neglecto ipsius vectis pondere (ut ut istud etiam adfrictum circa C re ipsa augeat) ponamus esse $p = 200$ ℔. 1) Ob $P : p = CB : AC$ (235. cor. 1) est P, seu potentia vi solius cum pondere æquilibrii requisita = 100 ℔; adeoque vectis (neglecto proprio ejusdem pondere) adprimetur crenæ vi = 200 + 100 ℔ = 300 ℔. Cum ergo eo casu, quo ipsa quoque potentia ad augendum adfrictum concurrit, adfrictus æquetur dimidiæ præssionis parti; in præsente casu adfrictus est = 150 ℔. Hinc, quoniam adfrictus est in superficie crenæ, ita ut à puncto C, quod re ipsa pro hypomochlio habendum est, distet intervallo HC; si potentia aliqua Q ad ejusdem crenæ circularis superficiem adplicaretur, quæ cum eodem adfrictu in æquilibrio sit, potentia hæc deberet esse = 150 ℔: nempe quemadmodum in trochlea fixa potentia vi æquilibrii requisita semper æqualis est ponderi propterea, quod eadem sit utriusque ab hypomochlio distantia perpendicularis (240). At 2) ea potentiæ pars, quæ ad elidendum adfrictum necessaria est, utique non adplicatur in H, sed in A, repræsentarique potest per aliquod pondus x, è puncto A pendens. Porro si quæramus quantitatem potentiæ hujus x, quæ æque elidat adfrictum, ac elideret potentia Q in H adplicita; utique è generali vectis theoria intelligi potest, hanc debere institui proportionem, $x : Q = HC : AC$. Unde sequitur in præsente casu, ob Q = 150 ℔, & ob HC : AC = 1 : 10, hanc stare proportionem, $x : 150 = 1 : 10$, adeoque esse $x = 15$ ℔. Cum ergo potentia vi solius æquilibrii requisita, uti superius vidimus, sit = 100 ℔; tota potentia in adsumpto casu æquilibrii tempore esset = 100 + 15 ℔, = 115 ℔.

Coroll. 1. Ex his elucet, eo facilius superari, ceteris paribus, adfrictum in quocunque vecte AB (*Fig. ead.*), quo superficies radens H minus, & simul quo potentia P magis distiterit à motus centro C. Atque hæc est ratio, cur in bilancibus jugum soleat aciei insistere: quia nempe acies illa æquivalet superficiei circulari, radium prorsus exiguum habenti; ut adeo in ejusmodi bilance distantia HC prorsus exigua sit respectu distantiæ AC (præsertim si juga bilancis sat longa fuerint) ac proinde pars potentiæ ad vincendum adfrictum necessaria minor sit, quam ut à ponderatore in considerationem sumi mereatur. Pariter in axe in peritrochio

Fig. 45. (*Fig.* 45) eo facilius superatur adfrictus, quo tenuiores fuerint axiculi A & B, qui adfrictum patiuntur, & simul quo longior fuerit scytala, cui potentia adplicatur.

Coroll. 2. Non minus patet, in trochlea eo facilius superari adfrictum, quo tenuior fuerit axiculus, circa quem gyratur trochlea, & simul, quo major fuerit radius ejusdem trochleæ.

CAPUT QUINTUM.

De motu pendulorum.

263 *Pendulum* generatim est grave quodlibet ita suspensum, ut circa punctum quodpiam fixum ascensus & descensus reciprocos vi suæ gravitatis continuare possit. Tale est in *Fig.* 54 globus F filo AF in A fixo suspensus. Porro id genus grave instar puncti, filum vero, quasi gravitatis omnis expers esset, consideratur. Recta AF horizonti perpendicularis, quæ verticalem penduli positionem exhibet, dicitur *perpendicularis* penduli. Pendulum è situ verticali ad positionem AB vel AG dimotum, cum perpendiculari AF angulum aliquem BAF, vel GAF comprehendet, qui angulus pendulo hinc & illinc procurrente continenter, uti patet, variabitur: eum nos deinceps compendii gratia *angulum elevationis penduli* nuncupabimus. Porro pendulum, quum circa perpendicularem hinc & illinc excurrit, *oscillare* dicitur. *Oscillatio integra* est, qua pendulum, postquam ad aliquem situm AB adductum est, sibi relictum descendit in F, & ex F ascendit in G, aut vicissim; ac proinde est accessus & simul recessus penduli à perpendiculari. Solus accessus BF, vel solus recessus FG pro dimidia oscillatione habetur. Oscillationes, quæ eodem tempore peraguntur, *isochronæ* dici consueverunt. Duo pendula, quorum tam unum quam alterum habet oscillationes isochronas, tunc dicuntur *isochrona*, quum eorum unum eodem tempore absolvit singulas oscillationes suas, quo alterum.

(T.V. Fig. 54.)

264 Pendulum dispesci solet in simplex, & compositum. *Simplex* est, si unicum grave corpus instar puncti consideratum pendeat è filo gravitatis experte: *compositum* vero, si plura gravia corpora eidem filo gravitatis experti adpensa simul oscillent. In simplici pendulo *centrum oscillationis* est illud fili punctum, in quo tota penduli massa concipitur esse collecta: in composito vero illud, in quo sublatis ceteris ponderibus collocari deberet punctum grave unicum, ut acquiratur pendulum simplex cum composito illo isochronum. Distantia centri oscillationis à puncto suspensionis habetur pro *longitudine penduli.* Denique pendulum, cujus oscillatio à sola gravitate oritur, *liberum* dici solet: *non liberum* autem, cujus oscillationes elastro, rotis &c. debentur.

265 A pendulo quocunque F libere oscillante arcum circuli describi, illudque, ob elisam à filo renitente aliquam absolutæ gravitatis partem, nonnisi comparativa quadam gravitate ferri deorsum facile patet. Est autem comparativa hæc gravitas in quovis circularis arcus puncto ad absolutam, ut sinus anguli *elevationis penduli* (263) ad radium. Dimoveatur enim pendulum è verticali positione AF ad situm AB, absolutamque gravitatis vim referat recta BD, ad horizontem perpendicularis: tum recta AB producatur in C, visque BD resolvatur in BC, & in BE cum ipsa circuli tangente

congruentem. Pars BC tota aget in filum distrahendum, ac proinde pari fili reactione elidetur: igitur pars BE cum tangente congruens exprimet vim comparativam puncto B respondentem. Hinc si vis gravitatis absoluta sit $= w$, comparativa $= v$, erit $v : w = BE : BD$, seu $v : w = CD : BD$. Porro si BD sumatur pro radio, CD est sinus anguli CBD (*Geom.* 196); est vero hic angulus æqualis angulo elevationis BAF, ob BD & AF parallelas, quas recta CA secat: est ergo in puncto B (idem eodem modo ostenditur de quolibet alio circuli puncto) gravitas comparativa ad absolutam, ut sinus anguli elevationis ad radium.

Coroll. 1. Si ergo præterea angulus elevationis penduli dicatur s, radius r, est $v : w = s : r$. Hinc $v = \frac{ws}{r}$, seu ob w & r constantes, est $v = s$: hoc est, comparativa gravitas in quolibet circuli puncto est ut sinus anguli elevationis.

Coroll. 2. Itaque gravitas comparativa e. g. puncto G respondens est ad gravitatem comparativam puncto H respondentem, ut Gg : Hh. Hinc, quoniam in motu uniformiter accelerato vis accelerans debet esse constans (215. *cor.*); clarum est, motum penduli in arcu circuli non esse uniformiter acceleratum. Aliter loquendum est de descensu gravium per planum inclinatum rectilineum: ibi enim gravitatem comparativam, quæ descensum obliquum continenter urget, constantem esse ostendimus n. 248. *cor.*

Coroll. 3. Dum pendulum ex quocunque puncto B libere delabitur, seclusa omni frictione circa punctum suspensionis, resistentiaque aeris, eam adipiscitur in infimo puncto F celeritatem, qua in partem oppositam motu retardato eousque ascendet, dum describat arcum FG, æqualem arcui BF. Nam imprimis celeritas per arcum BF acquisita non perit illico, sed juxta vis inertiæ leges n. 42. *cor.* 2. & 3 expositas conservatur; ergo pendulum ad F delatum, in partem oppositam versus G motum suum continuabit: qui tamen motus erit retardatus propterea, quod vires comparativæ, quæ per arcum BF descensum accelerabant, jam per arcum FG ascensui adversentur. Deinde quoniam pendulo versus HG sensim ascendente, sinus anguli FAH, vim comparativam ascensui adversantem repræsentans, iisdem prorsus gradibus crescit, quibus per arcum BF decrescebat, idem pendulum eousque tantum ascendet, dum emetiatur arcum FG, æqualem arcui BF.

Schol. Dictum est in *Coroll.* 3. *seclusa omni frictione circa punctum suspensionis, resistentiaque aeris.* Hæc enim impedimenta imprimis per arcum BF constanter imminuunt eam celeritatem, quam vires comparativæ generant, ac proinde efficiunt, ne celeritas in F sit tanta, quanta sufficeret seclusis impedimentis ad arcum FG = BF motu retardato percurrendum: unde celeritas in F reapse tanta duntaxat est, quanta e. g. ad arcum FH percurrendum sufficiat. Deinde eadem impedimenta decrementum celeritatis per arcum FH à contrariis viribus comparativis inducendum augent; ita ut, etiamsi in F tanta sit celeritas, quanta seclusis impedimentis sufficiat ad arcum FH percurrendum, pendulum tamen reapse prius destituatur omni sua priori celeritate, quam ad punctum H perveniat. Quæ celeritatis multactio cum continenter fiat; oscillationes liberi penduli constanter imminui, ac demum extingui est necesse.

266 Concipiamus arcum BFG (*Fig. ead.*) esse exiguum circuli, centro A descripti arcum, e. g. trium vel duorum graduum. Si pendulum F oscillando non excedat hujusmodi arcum exiguum, ut ut deinde jam eundem ipsum arcum BFG, jam quemcunque alium minorem EFH percurrerit; omnes id genus exiguæ ipsius oscillationes erunt ad sensum isochronæ. Si enim è duobus pendulis æqualibus unum oscillationes trium graduum, alterum autem adhuc minores peregerit; experientia teste, nec post plura oscillationum millia observabitur differentia unius integræ oscillationis. Idem calculus quoque, sed Tironibus molestus, comprobat; utpote quo "eruitur (verba sunt Cl. Boscovichii) è duobus pendulis æqualibus, "si primum percurrat oscillationes "minimas secundum vero oscillationes trium gradum, nec post 11382 "oscillationes unius integræ oscillationis differentiam futuram: si "vero oscillatio secundi sit graduum "duorum, eam differentiam futuram "multo post oscillationes 29000. Ex "quibus patet, exiguas oscillationes "in circulo, utcunque inæquales, esse "æquidiuturnas ad sensum." *Dissert. de inæqu. grav. in div. terræ loc. n.* 14.

267 Hæc exiguarum in circulo oscillationum proprietas è *cychloidis* proprietatibus, operose quidem, sed evidenter eruitur. Hæc autem est cycloidis genesis. Super recta AB
F. (*Fig.* 55) revolvatur circulus FOG,
55 ita ut tota ejus peripheria lineam hanc successive tangat: linea curva AOCB, quam circuli punctum O, à quo recta AB primum in A, deinde vero peracta integra revolutione in B tangitur, motu suo describit, est ea, quæ *cychlois* nuncupatur. Recta AB, *basis cychloidis*; circulus FOG, *circulus genitor*; recta CD, basim AB bifariam, & simul perpendiculariter secans, *axis*, vel *altitudo*; denique supremum punctum C *vertex* cychloidis nominari consuevit. Jam si inverti concipiatur cychlois ACB, ut habeat in situm BFG (*Fig.* 54); pendulum in eo arcu os- Fig.
cillans omnes oscillationes suas, ut- 54
cunque inæquales, habebit omnino isochronas, seu æquidiuturnas: illud enim prorsus eodem tempore descendet ad infimum punctum F è supremo puncto B, quo descendet, si in quocunque alio inferiore puncto E descensum suum inchoaverit. Id quod experientia quoque confirmari potest, si cyclois exprimatur lamina, aut ligno rite insculpatur. Tunc enim, si interjecto in F asserculo cycloidem intercidas, unumque globulum gravem e. g. ex B, alterum ex H simul demittas; uterque globulus asserculum in F firmatum eodem tempore feriet. Ratio autem est: nam, uti demonstrat Mathesis, si T.II.
per quodcunque spatium AB (*Fig.* 25) Fig.
vires motum accelerantes ita de- 25.
crescant, uti decrescit ipsum spatium percurrendum, id est, si rectis, parallelis AD, ML &c. vires acceleratrices diversis spatii AB punctis respondentes exhibentibus, semper sit AD : ML = AB : MB; mobile in A collocatum, sibique relictum, sola virium illarum actione prorsus eodem tempore percurret spatium AB, quo percurreret quodcunque minus spatium MB tunc, quum in M collocatum pariter sibi relinqueretur: (*a*) deducunt autem

(*a*) *Veritas hæc sequenti ratiocinationum serie demonstrari potest.* T.II.
I. *Rectis* AD, ML &c. (Fig. 25) *quæ sint ad* AB *normales, vires per spa-* Fig.
tium AB *motum accelerantes repræsentantibus, itaut semper sit* AD : ML = AB: 25.

T. V. Fig. 54. è proprietatibus cychloidis Geometræ, in ea, si corpus è puncto B, vel quocunque alio inferiore E (*Fig.* 54) *nunc cychloidem referente*) demittatur, vires comparativas, quæ descensum usque ad infimum punctum F accelerant, constanter eadem ratione decrescere, qua spatium ipsum percurrendum decrescit, adeoque vim in B esse ad vim in quocunque inferiore puncto E, ut BF : EF.

MB, *describatur radio* BA *circuli quadrans* ANC, *&* *quævis recta* LM *producatur, dum quadrantis peripheriæ occurrat in aliquo puncto* N: *denique ducatur radius* BN. *Celeritas, quam mobile ex* A *digrediens habebit in* M, *erit* $=$ MN, *in* $m = mn$ *&c. Si enim dicta in* M *celeritas vocetur* z; *erit* $z^2 =$ ADLM (214. cor.) $=$ ABD $-$ MBL. *Porro ob parallelas* AD, ML *&c. rectis* AB, MB *&c. ex hyp. proportionales, clarum est, triangula* ABD, *&* MBL *semper fore similia: cum ergo similia triangula sint ut quadrata laterum homologorum, licebit loco* ABD *ponere* AB^2, *& loco* MBL, MB^2, *eritque* $z^2 = AB^2 - MB^2 = BN^2 - MB^2$. *Jam ob quadr. hypoth.* $=$ *quadr. cathet. est* $BN^2 = MB^2 + MN^2$; *est ergo* $z^2 = MN^2$, *ac proinde* $z = MN$.

II. *Si ducatur ordinata mn priori* MN *infinite vicina, demittaturque in eam perpendicularis* Nr; *tempusculum quo spatiolum infinite parvum* $Mm = Nr$ *decurritur, erit ut* $\frac{Nn}{BN}$. *Cum enim motus per spatiolum* Mm *pro æquabili haberi possit, erit dictum tempusculum* $= \frac{Mm}{MN} = \frac{Nr}{MN}$ (204. cor.): *esse vero* $\frac{Nr}{MN} = \frac{Nn}{BN}$, *sic ostendo. In triangulis* MBN *&* rnN, *ad* M *&* r *ex constr. rectangulis, est præterea ang.* MNB $=$ rNn: *nam angulus* MNr *ex constr. rectus æquatur angulo* BNn, *itidem recto propterea, quod in circulo radius* BN *perpendicularis sit ad tangentem* Nn; *adeoque utrique eorum demendo eundem angulum* BNr, *remanet angulus* MNB $=$ rNn. *Hinc eadem triangula* MBN *&* rnN *sunt similia, consequenter stat in iisdem*, MN : Nr $=$ BN : Nn; *id quod tantundem est, ac esse* $\frac{Nr}{MN} = \frac{Nn}{BN}$.

III. *His præmissis jam facile patet veritas, quam demonstrandam adsumpsimus. Quemadmodum enim tempusculum, quo percurritur spatiolum* Mm, *est juxta modo dicta ut arculus* Nn *divisus per radium* BN; *ita etiam tempusculum, quo alterum spatiolum ms decurritur, est ut arculus nt divisus per eundem radium* BN: *consequenter totum tempus, quo percurritur spatium* AB, *est ut totus quadrans* ANC *divisus per suum radium* BN. *Quodsi jam centro* B *radio* BM *ducamus novum quadrantem* Mih; *eadem argumentandi ratione patebit, corporis ex puncto* M *digredientis celeritatem in m fore* $=$ *mi, & totum tempus, quo spatium* MB *conficitur, fore, ut est totus quadrans* Mih *divisus per suum radium* Bi 2. *Cum ergo quilibet quadrans circuli per suum radium divisus æqualis sit cuilibet alteri quadranti per suum radium diviso; uti ex Geomet. num* 183. *facile deduci potest; etiam tempora, quibus spatia* AB *&* MB *dicta lege conficiuntur, æqualia sint, oportet.*

268 Iidem, oscillationes in exiguis circuli arcubus factas, utcunque inæquales, esse debere ad sensum isochronas, inde porro inferunt, quod cuilibet circulo respondeat aliqua cyclois (scilicet quæ altitudinem dimidio circuli illius radio æqualem habet) cujus curvatura proxime coincidat cum exiguis ejusdem circuli arcubus; ut adeo perinde sit ad sensum, sive pendulum in exiguis circuli arcubus, sive in cycloide, eidem circulo respondente oscillet. Hinc enim consequitur, singulas penduli oscillationes in exiguis circuli arcubus eodem ad sensum tempore debere durare, quo durarent in cycloide, circulo illi respondente: atqui in cycloide omnes oscillationes, utcunque inæquales, uti dictum est, essent accurate isochronæ; eædem ergo omnes in exiguis circuli arcubus ad sensum sint isochronæ, est necesse. (*a*).

Coroll. 1. *Igitur sive ex majore, seu ex minore altitudine decidat quodpiam corpus; dummodo vires descensum accelerantes semper sint in ratione spatiorum conficiendorum, tempus descensus semper est idem.*

Coroll. 2. *Si stante hac virium acceleratricium lege, tempus liberi descensus per spatium* AB *ponatur* $= \frac{1}{2} t$, *illud vero tempus, quo idem spatium* AB *motu æquabili cum finali celeritate* BC *percurreretur, sit* $= q$, & *si præterea peripheria circuli vocetur* p, *ejusdem diameter* d; *est* $\frac{1}{2} t : q = \frac{1}{2} p : d$. *Hoc est, tempus liberi descensus per* AB *dicto motu accelerato est ad illud tempus, quo idem spatium motu æquabili cum finali celeritate* BC *percurreretur, uti est semiperipheria circuli ad diametrum. Nam, uti nunc* (III.) *demonstratum est, tempus, quo spatium* AB *dicta virium acceleratricium lege percurritur* (*quod tempus nos per* $\frac{1}{2} t$ *designamus*) *est* $= \frac{ANC}{BN}$; *tempus* q *autem, quo idem spatium* AB *motu æquabili cum eadem finali celeritate* BC *percurreretur est* $= \frac{AB}{BC}$ (204. cor.) *Est ergo* $\frac{1}{2} t : q = ANC : AB = 2ANC : 2AB = \frac{1}{2} p : d$.

T.V. (*a*) *Idem absque cycloidis subsidio sic declaro. Concipiamus arcum* BFG
Fig. (Fig. 54) *esse exiguum circuli centro* A *descripti arcum, in quo pendulum* F *os-*
54. *cillet: sit autem recta* AF *horizonti normalis. Vires comparativæ; quæ in diversis arcus dimidii* GF *punctis descensum penduli accelerant, sunt ad sensum ut ipsa spatia percurrenda. Ducantur enim quæcunque duæ rectæ* Gg, & Hh, *ad* AF *normales: vis comparativa in puncto* G *est* $=$ Gg, *in* H $=$ H*h* (265. cor. 2). *Porro si arcus* GF *concipiatur esse exiguus, is congruit ad sensum cum sua chorda, adeoque pro recta linea haberi potest* (Geom. 80): *hinc triangula* GFg & HF*h* *pro rectilineis haberi possunt: sunt autem hæc triangula ob rectas* Gg & H*h* *parallelas sibi similia; adeoque stat in iis*, Gg : H*h* $=$ GF : HF. *Hoc est, vires comparativæ sunt ad sensum* (*quod semper intelligendum est*) *ut ipsa spatia percurrenda. Consequenter à pendulo in exiguis circuli arcubus oscillante arcus* GF *eodem ad sensum tempore percurritur, quo alter arcus* HF (præc. in Annot. 111 cor. 1.). *Hoc est, oscillationes in exiguis circuli arcubus tametsi inæqualibus, sunt ad sensum isochronæ.*

269 Si longitudo penduli, in exiguis circuli arcubus oscillantis, sit $= l$, absoluta gravitatis vis $= v$, & tempus integræ oscillationis $= t$; è proprietatibus cycloidis ostendunt Mathematici, in cycloide quidem accurate, in exiguis autem circuli arcubus *ad sensum* esse semper $t^2 = \frac{l}{v}$, adeoque in duobus diversis pendulis inter se collatis esse generatim, $T^2 : t^2 = Lv : lV$. (*a*).

Coroll. 1. Igitur 1) si duo pendula

(*a*) *Formulam hanc etiam absque cycloidis subsidio è sequ. veritatibus sic eruo* I. *Corpus grave quamlibet inclinatam circuli chordam* MB (Fig. 59) *vi gravitatis suæ prorsus eodem percurrit tempore, quo diametrum* AB, *horizonti normalem libero lapsu percurreret; consequenter omnes circuli chordas* MB *æquali tempore percurrit. Ducta enim recta* MC, *diametro* AB *parallela, demissoque ad eam perpendiculo* BC, *puncta* M & A *per rectam* MA *connectantur; tum quæratur spatium* x, *quod intra tempus* t, *intra quod chorda* MB *percurritur, lapsu perpendiculari percurreretur. Utrobique motus est uniformiter acceleratus* (248. cor.); *at per chordam* MB *sola vis comparativa* v, *in lapsu perpendiculari autem absoluta* w *accelerat motum* (248): *est ergo* $MB : x = vt^2 : wt^2$ (216. cor. 2.) $= v : W = MC : MB$ (249). *Porro ob rectam* MC *ad* AB *parallelam in triangulis* MCB, & BAM *anguli alterni ad* M & B *æquantur inter se; præterea anguli* BCM & AMB *sunt recti, ille ex constr. iste vero, quia ad peripheriam situs insistit diametro* (Geom. 85): *ea ergo triangula sunt similia, ac proinde est in iis* $MC : MB = MB : AB$. *Hinc ob* $MB : x = MC : MB$, *est* $MB : x = MB : AB$; *adeoque est* $x = AB$. *Hoc est, spatium lapsu perpendiculari interea percurrendum, dum chorda quæcunque* MB *percurritur, est æquale diametro* AB.

II *Celeritas, quam corpus habet in fine descensus per quodcunque planum inclinatum* MB, *est æqualis illi, quam haberet in fine lapsus perpendicularis per ipsam plani altitudinem* MC. *Vis enim gravitatis absoluta, quæ in lapsu perpendiculari motum accelerat, sit* $= W$, *celeritas finalis* $= C$; *vis comparativa in plano* MB *sit* v, *celeritas finalis* c: *tempora denique, quibus spatia* MB & MC *percurruntur, literis* T & t *designentur. Quoniam motus utrobique uniformiter acceleratur, est* $MC : MB = \frac{C^2}{W} : \frac{c^2}{v}$ (216. cor. 3): *seu tollendo fract. est* $MC : MB = C^2 v : c^2 W$. *Hinc ob* $v : W = MC : MB$ (249), *est* $MC : MB = C^2 \times MC : c^2 \times MB$. *Unde* $MC \times c^2 \times MB = MB \times C^2 \times MC$; *ergo est* $c^2 = C^2$, *adeoque etiam* $c = C$.

III *Corpus per aliquem curvæ arcum descendens eam habet in fine celeritatem, quam haberet demum, si ex eadem altitudine lapsu perpendiculari decideret. e. g. Si corpus arcum* BEF (Fig. 54) *percurrat, eam habet in fine celeritatem, quam haberet, si ex* g *ad* F *lapsu perpendiculari laberetur. Cum enim quælibet curva linea continua concipi possit, tanquam composita ex lateribus rectilineis, numero infinitis, simulque infinite parvis* (Geom. 183. Schol. 1.); *concipiamus quempiam arcum constare infinite parvis lateribus* AB, BC & (Fig. 62): *concipiamus deinde rectas* EA, FB, HC *esse horizonti* GD *parallelas. Corpus percurso primo latere infinitesimo* AB *eam habebit in* B *celeritatem, quam haberet in* F, *si ex* E *perpendiculariter decideret* (II): *pariter per planum* BC

ejusdem fuerint longitudinis, erit in iis $T^2 : t^2 : = v : V$. 2) Si duo pendula fuerint isochrona, adeoque si fuerit $T^2 = t^2$; erit etiam $Lv = lV$: unde hæc exurgit proportio, $V : v = L : l$ (*Algeb.* 169).

Coroll. 2. Si præterea numerus oscillationum intra datum tempus peractarum sit $= n$; est $n = \frac{1}{t}$. Clarum enim est, eo minorem esse numerum

---

tantundem accrementi accedet ad priorem ejus celeritatem, quantum accederet per lapsum perpendicularem FH. *Quod quia de singulis lateribus infinitesimis æque verum est, veritas adserti patet.*

Dices. *Repræsentet mutuam duorum laterum infinitesimorum sibi proximorum*
Fig. 58. *inclinationem angulus* ABD (Fig. 58), *&* *celeritas finita, qua corpus fertur per primum latus, sit* = AB. *Ubi corpus illud hac celeritate pervenerit ad* B, *alterum latus* BC *erit tanquam obstaculum quodpiam motus; cum illic corpus priorem suam directionem immutare cogatur, veluti si in planum quodpiam immobile incurreret. Itaque celeritas* AB *resolvatur in* AD = GB, *quæ sit ad planum* BC *perpendicularis, & in* AG *eidem* BC *parallelam. Corpore perveniente ad* B, *pars* GB *tota elidetur reactione plani* BC, *vel potius virium, corpus à priori directione* AB *ad novam* BC *deflectentium; pars vero* AG *illæsa persistet, hacque corpus per latus* BC *motum suum continuabit. Quodsi ergo centro* A *radio* AG *ducatur arcus* Go, *ut sit* Ao = AG; *recta* Bo *exprimet eam prioris celeritatis partem, quæ amissa est transeundo ex uno latere in aliud: quod celeritatis decrementum quoniam in quolibet alio latere evenit, celeritas finalis per arcum labendo acquisita videtur esse minor ea celeritate finali; quæ ex eadem altitudine perpendiculariter labendo acquireretur.* ℞. *Celeritatis decrementum* Bo *esse infinitesimum ordinis 2.di, sic declaro. Angulus* ABD, *quo unius lateris infinitesimi directio ab alterius sibi proximi directione differt, nonnisi infinite parvus esse potest* (Geom. 183. Schol. 2.); *ergo etiam angulus* BAG = ABD *nonnisi infinite parvus est: adeoque arcus quoque* Go *infinite parvus sit oportet, qui proinde pro recta infinite parva, ex angulo recto* G *in hypothenusam* AB *demissa haberi potest, cum infinite parva pars arcus haud aliud esse possit, quam ejusmodi latus rectilineum infinite parvum, cujusmodi sunt illa, è quibus quamlibet lineam curvam continuam componi concipimus. Itaque triangulum* ABG *dividitur in duo triangula, quorum utrumque simile sit eidem triangulo* ABG (Geom. 159.); *adeoque in triangulis* ABG, *&* GBo *est* AB : GB = GB : Bo. *Est vero* AB *finita quantitas, quia exprimit celeritatem corporis,* GB *vero est infinitesima* 1.mi *ordinis, cum sit sinus anguli* GAB *infinite parvi; erit ergo* Bo *infinitesima ordinis* 2di (211. Schol.) *Hinc corpus per infinita numero latera infinitessima* (*id est per totum arcum finitum*) *patietur infinita quidem numero decrementa, sed tamen singula nonnisi* 2di *ordinis infinitesima: quæ proinde omnia simul sumpta nonnisi unicum infinitesimum primi ordinis decrementum efficiunt, ac proinde respectu arcus finiti nullum* (211).

IV. Tempus integræ oscillationis in exiguo circuli arcu est ad tempus liberi lapsus perpendicularis per ejusdem circuli diametrum, uti est peripheria circuli
Fig. 54. *ad duas diametros. Referat enim in* (Fig. 54) BFG *exiguum circuli arcum. Quoniam vires descensum urgentes in exiguo arcu* GF *sunt ad sensum, ut ipsa spatia percurrenda* (268. in annot.); *si tempus descensus per dictum arcum* GF

oscillationum intra datum tempus, quo majus est tempus singularum oscillationum. Est ergo $n^2 = \frac{1}{t^2}$; ac proinde cum sit $t^2 = \frac{l}{v}$, est $n^2 = \frac{v}{l}$. Hinc in duobus diversis pendulis est generatim $N^2 : n^2 = Vl : vL$. Consequenter si eadem fuerit utriusque Penduli longitudo, est $N^2 : n^2 = V : v$, literis V & v ubique gravitatem absolutam designantibus.

Schol. Quantus variis in scientiis

---

ponatur $= \frac{1}{2} t$, *tempus autem illud, quo idem arcus cum finali sua celeritate motu æquabili percurreretur, sit* $= q$, *præterea circuli peripheria dicatur p, diameter d; stat;* $\frac{1}{2} t : q = \frac{1}{2} p : d$ (267, annot. *III.* cor. 2). *Hoc est, tempus liberi descensus per exiguum circuli arcum GF se habet ad tempus illud, quo idem arcus cum finali celeritate sua motu æquabili percurreretur, ut semiperipheria circuli ad diametrum. Et quoniam eadem est finalis celeritas, sive mobile per arcum GF, seu per ejus chordam libere decidat (II. & III.), nunc dicta proportio in hanc commutari potest: tempus liberi descensus per exiguum circuli arcum GF se habet ad tempus illud, quo idem arcus cum finali chordæ suæ celeritate, motu æquabili percurreretur, ut semiperipheria circuli ad diametrum.*

Jam, quoniam exiguus circuli arcus est ad sensum æqualis chordæ suæ (Geom 80); *idem est ad sensum, sive per arcum illum, sive per ejus chordam feratur mobile motu æquabili cum data celeritate: adeoque modo dicta proportio hoc novo modo efferri potest: tempus liberi descensus per exiguum circuli arcum GF se habet ad tempus illud quo ejus chorda motu æquabili cum finali sua celeritate percurreretur, ut semiperipheria circuli ad diametrum. Seu est* $\frac{1}{2} t : q = \frac{1}{2} p : d$, *per literam q jam illud tempus designando, quo chorda motu æquabili percurreretur cum ea celeritate finali, quæ acquireretur libere per ipsam labendo. Porro si tempus illud, quo ea chorda libere labendo percurreretur, sit* $= g$; *erit* $g = 2q$: *eo enim ipso tempore, quo chorda libere labendo (adeoque motu uniformiter accelerato) percurreretur, motu æquabili cum finali celeritate percurreretur dupla chorda* (216. cor. 1.); *adeoque simpla chorda motu æquabili cum eadem finali celeritate percurreretur dimidia parte temporis g: quod tantundem utique est, ac esse* $g = 2q$. *Hinc si in superiore proportione loco q ponatur g; idem est, ac si consequens 1mæ rationis per 2 multiplicaretur: ac proinde ne turbetur proportio, alterius quoque rotionis consequens per 2 multiplicetur, oportet. Stat ergo,* $\frac{1}{2} t : g = \frac{1}{2} p : 2d$. *Hoc est, tempus liberi descensus per arcum GF, adeoque tempus dimidiæ oscillationis est ad tempus liberi lapsus per chordam ejusdem arcus GF, ut dimidia circuli peripheria ad 2 diametros. Jam vero eodem plane tempore percurritur quævis circuli chorda lapsu libero, quo ipsa diameter* (1.): *ergo in postrema proportione litera g rite exprimit id tempus, quo diameter lapsu libero percurreretur. Hinc cum ejusdem proportionis antecedentia per 2 multiplicando sit* $t : g = p : 2d$, *tempus integræ oscillationis est ad tempus liberi lapsus per diametrum, uti est peripheria circuli ad duas diametros.*

Coroll. *Cum sit* $t : g = p : 2d$; *est* $t^2 : g^2 = p^2 : 4d^2$. *Porro si longitudo penduli sit* $= l$, *absoluta vis gravitatis* $= v$; *est* $g^2 = \frac{2l}{v}$ *Cum enim in motu*

sit penduli usus, edici vix potest. Nominatim ejus ope tempus accurate metiri licet. Cum enim penduli, in exiguis circuli arcubus oscillantis, omnes oscillationes, utcunque inæquales, sint ad sensum isochronæ (268); certus earundem numerus pro certa temporis mensura statui poterit. e. g. Si quælibet oscillatio intra 1″ peragatur; 3600 oscillationes integram horam constituent. Porro quoniam in pendulo tempus integræ oscillationis pendet à longitudine ejusdem (269); ut tempus integræ oscillationis sit determinate $= 1''$, etiam longitudo ipsa penduli determinata sit, oportet. Determinata hæc longitudo solet *pes horarius* nuncupari. Porro longitudo pedis horarii, seu penduli singulas suas oscillationes intra 1″ absolventis, generatim definiri non potest: institutis enim suma accuratione experimentis* complures Clarissimi Viri compererunt, eam crescere versus polos, decrescere vero versus æquatorem. Boscovichius cum PP. le Seur & Jacquier reperit pedi horario Ro-

---

uniformiter accelerato (qualis est, quum diameter libero lapsu percurritur) spatium sit ut ipsa vis, in quadratum temporis ducta (216. cor. 2.), *& cum præterea eo casu, quo diameter percurritur, spatium sit* $= 2l$; *est* $2l = vg^2$, *adeoque* $g^2 = \frac{2l}{v}$. *Quem valorem si in postrema proportione loco g substituamus, stat*, $t^2 : \frac{2l}{v} = p^2 : 4d^2$. *Hinc* $t^2 = \frac{2lp^2}{4vd^2}$ *seu ob* $\frac{2p^2}{4d^2}$ *constantem, est* $t^2 = \frac{l}{v}$.

Schol. *Ostensum est paulo superius, tempus liberi descensus per arcum exiguum esse semper ad tempus liberi descensus per ejus chordam, ut* $\frac{1}{2}p : 2d$. *adeoque ut* $p : 4d$. *Porro hæc ratio est constans, utcunque parvus adsumatur arcus, & ne ad sensum quidem est unquam* $p = 4d$: *nunquam ergo est verum, idem esse ad sensum, sive mobile per arcum exiguum, sive per ejus chordam libere decidat.* "*Unde vitandus est error, in quem plures Scriptores Mechanices* „*inciderunt, qui ex æqualitate chordæ, & arcus evanescentis præpropere intule-* „*runt æqualitatem temporis descensus per arcum cum tempore descensus per* „*chordam.*" *Mac-Laur.* Expos. Phil. Newt. lib. 2. c. 5. Prop. 9. cor. 3. *Videri hac de re potest etiam Cl. Mako* Phys. p. I. n. 78. *in* Schol. *Nihilominus tuto adsumpsimus in præcedentibus, exiguum circuli arcum esse æqualem ad sensum suæ chordæ. Nam istud pro vero habent omnes, etiam qui ceteroquin theoriam pendulorum ex cycloidis proprietatibus derivant, & facile ostenditur. Chorda enim, quo magis decrescit in uno eodemque circulo, eo magis accedit ad æqualitatem cum arcu, quem subtendit* (Geom. 80) : *ergo si de chorda omnino exigua sermo sit, uti est in casu præsente; ea cum arcu subtenso ejusdem ad sensum longitudinis sit, est necesse. Sunt, qui dictam pendulorum formulam deducturi, supponant, in circuli arcu motum esse uniformiter acceleratum : at imprimis suppositio hæc sustineri nequit* (265 cor. 2.) ; *deinde hac stante, spatia* BF, & EF (Fig. 54) *essent ut quadrata temporum* (217) *consequenter arcus duorum graduum duplo majori tempore percurreretur, quam arcus dimidii gradus, ut expendenti patet. Quod tamen experientiæ, & veræ pendulorum theoriæ aperte adversatur.*

mæ convenire 3. ped. $8\frac{28}{100}$ lin. Mairanus Parisiis resumptis an. 1735 maxima cum circumspectione experimentis detexit longitudinem pedis horarii esse illic = 3 ped. $8\frac{57}{100}$ lin.

Coroll. 3. Cum longius pendulum ceteris paribus tardius oscillet breviore; si horologium oscillatorium justo tardius incedat, penduli longitudo abbrevianda erit, attollendo tantisper pondus illi adpensum: sin autem properet, idem pondus non nihil deprimendo longitudo penduli augeri debebit. Alios penduli usus suis locis indicabimus.

CAPUT SEXTUM.

De viribus centralibus.

§. I.

De viribus centralibus in genere.

270 Si corpus ex aliquo puncto A (Fig. 65.) directione quadam AB projiciatur, simulque vi quapiam altera constanter urgeatur versus aliquod punctum C; vis AB dicitur *vis projectilis*, altera vero illa audit *vis centripeta*: ambæ simul communi *virium centralium* nomine veniunt. Punctum C jam *centrum motus*, jam *centrum virium* nuncupatur. Denique recta AC, quæ corpus mobile cum centro virium conjungit, quæve cum ipso corpore moveri concipitur, *radius vector* dici consuevit.

271 Propositio I. Si corpus ex aliquo puncto A vi AB projectum simul vi quadam centripeta AD versus immobile punctum C continenter urgeatur; corpus illud circa idem punctum describet quandam lineam curvam continuam. Adsumamus enim quodpiam definitum tempus, illudque in æqualia tempuscula infinte parva divisum concipiamus: quoniam motus, etiamsi ceteroquin variabilis sit, intra tempusculum infinite parvum pro æquabili habendus est (211. *cor.* 2.), adsumptum corpus primo id genus tempusculo viribus AB & AD conficiet rectam diagonalem AE (209) Tempuculo altero, si vis centripeta ab agendo cessaret, idem corpus abiret ex E in F ita, ut puncta A, E, F, sint in eadem linea recta, sitque EF = AE (196. *cor.* 3.) at quia simul persentiscit vim aliquam centripetam EH, percurret motu composito rectam diagonalem EG, & sic porro. Corpus ergo describet polygonum AEGK &c. Jam vero latera AE, EG GK &c. infinite parva sunt, cum unumquodque eorum infinite parvo tempusculo percurri concipiatur, itaque imprimis polygonum illud est linea curva continua: deinde ex ipsa genesi ejusdem polygoni patet, illud cavum esse versus centrum C, ita ut motus corporis circa idem centrum C esse debeat.

Coroll. 1 Facile patet, omnem id genus curvam AEGK &c. semper in eodem plano jacere cum centro virium C, & directione primæ projectionis AB. Nam primum latus AE, utpote diagonalis parallelogrammi ADEB in eodem plano jacet cum lateribus AB & AD, ac proinde etiam cum AC: alterum latus EG, cum diagonalis sit parallelogrammi EHGF, in eodem plano est cum recta EF, quæ est continuatio rectæ AE, & cum EC; ergo est in eodem plano etiam cum AB & AC. Idem de reliquis curvæ lateribus infinitesimis eodem modo ostendi potest.

Coroll. 2. Si quodpiam latus infinitesimum AE concipiatur produci

e. g. in F, recta EF est utiquè tangens curvæ AEGK, puncto E respondens: porro si in E cessaret agere vis centripeta, corpus ob suam inertiæ vim continuaret priorem suam directionem, iretque vi projectili directione EF: itaque vis projectilis semper nititur corpus abducere per tangentem ejus curvæ, quam idem corpus motu composito describit. Unde vis projectilis jure nuncupatur *tangentialis.*

272 Propositio II. Si corpus describat curvam quamcunque vi projectili, & vi centripeta constanter tendente in unum idemque punctum quodpiam intra curvam datum; radius vector circa idem punctum verret areas temporibus proportionales. Curva enim, quam corpus A circa punctum C (*Fig. ead.*) describit, concipiatur constare lateribus infinite parvis AE, EG, GK &c. Quodsi areolæ, quas radius vector quibuslibet duobus æqualibus tempusculis infinite parvis verrit, æquales semper sunt, clarum est, aream, quam idem radius vector intra definitum tempus verrit, continenter ita crescere uti crescit ipsum tempus, quo eadem verrit, ac proinde ab eodem radio verri areas temporibus proportionales: atqui areolæ, quas vector radius quibuslibet duobus æqualibus tempusculis infinite parvis verrit, æquales sunt, quod ostendo. Si corpus primo tempusculo infinite parvo percurrat latus AE, altero æquali tempusculo motu composito percurret aliquam diagonalem EG, ita ut vis componens EF sit = AE, & puncta A, E, F sint in eadem linea recta (*præc.*): itaque areolæ, quas radius vector æqualibus illis tempusculis verrit, erunt triangula ACE, & ECG; atqui triangula hæc sunt æqualia; ergo.

Prob, subs. min. Ducatur recta FC: utrumque dictorum triangulorum est æquale triangulo ECF; eadem ergo triangula inter se quoque sunt æqualia. Ac imprimis est triang. ACE = ECF; nam eorum bases AE & EF sunt ex constr. æquales: altitudinem vero habent communem, eam videlicet perpendicularem, quæ ex communi apice C ad rectam AF (si opus foret, etiam productam) duceretur. Deinde est etiam triang. ECG = ECF. Habent enim hæc duo triangula communem basim CE; præterea habent altitudines æquales, utpote perpendicula, inter rectas EC & FG, ex constr. parallelas, intercepta.

273 Propositio III. Vicissim, si corpus ita moveatur in linea curva circa punctum quodpiam, ut radius vector circa punctum illud describat areas temporibus proportionales; corpus illud urgetur vi centripeta, in idem constanter punctum tendente. Ponamus enim, si fieri potest, corpus circa punctum C describere areas temporibus proportionales, neque tamen urgeri constanter in idem punctum C, sed eo e. g. tempusculo, quo concipitur percurrere latus infinitesimum GK, niti in quoddam punctum P: triangula ECG, & GCK, quæ duobus æqualibus tempusculis infinite parvis describentur, erunt inter se æqualia eo ipso, quod radius vector ponatur circa C verrere areas temporibus proportionales, & simul non erunt, quod sic declaro. Diagonalis GK componetur ex vi tangentiali GI = EG, & (siquidem corpus ponitur tendere in punctum P) ex aliqua vi centripeta Gr; hinc completo parallelogrammo GrKI erit recta IK parallela rectæ Gr. Ducatur jam recta CI: triangula ECG, & GCI erunt æqualia, utpote æquales bases EG & GI, communemque præterea alti-

tudinem (quæ est perpendicularis ex C demissa in rectam EI) habentia: ergo triangulum GCK, si non est æquale triangulo GCI, neque est æquale triangulo ECG: atqui in adsumpto casu triang. GCK non est =GCI; ergo.

Prob. subs. min. Cum duo hæc triangula habeant communem basim CG, si essent inter se æqualia, deberent habere æquales altitudines; atqui non habent: nam altitudo trianguli GCI est perpendiculum ex I in basim CG demissum, trianguli GCK autem est perpendiculum ex K in eandem CG ductum: hæc autem duo perpendicula nequeunt esse æqualia; secus enim rectas CG, & KI, quæ perpendicula illa intercipiunt, inter se parallelas esse oporteret, consequenter, eadem recta KI, quam in adsumpta hypothesi rectæ Gr ex construct. parallelam esse debere vidimus paulo superius, simul etiam rectæ GC parallela esse deberet, ac proinde duabus rectis in puncto G concurrentibus esset parallela, quod absurdum est.

274 Propositio IV. Celeritas mobilis viribus centralibus acti in quolibet orbitæ puncto est in ratione reciproca perpendiculi, è centro virium in ejusdem puncti tangentem demissi: ut adeo celeritates, quas mobile in quibusvis duobus diversis orbitæ suæ punctis habet, sint inter se in ratione reciproca perpendiculorum, quæ è centro virium in eorum punctorum tangentes demittantur. Curva enim, quam corpus percurrit, concipiatur constare lateribus infinitesimis AE, EG, GK &c. & quæratur celeritas c, lateri EG respondens. Cum motus intra tempus infinitesimum, quo latus infinitesimum EG percurritur, pro æquabili haberi debeat (211. *cor.* 2.); est in eo $s = ct$, seu EG $= ct$. Jam tempus t rite repræsentatur per aream trianguli ECG (272); area vero trianguli est ut ejus altitudo ducta in basim, adeoque, si recta Cm sit ad EG perpendicularis, area illa est ut Cm X EG. Itaque loco t hunc substituendo valorem, est EG $= c \times$ Cm $\times$ EG. Hinc $1 = c \times$ Cm, adeoque $c = \frac{1}{Cm}$, quod tantundem est, ac dictam celeritatem esse in reciproca dicti perpendiculi ratione.

275 Propositio V. Si angulus ille, quem radius vector cum tangente efficit ex ea parte, ad quam tendit corpus viribus centralibus actum, fuerit obtusus; celeritas corporis illius continenter imminuitur: si fuerit acutus; augetur: si denique fuerit rectus; neque augetur, neque imminuitur.

Prob. Nam imprimis moveatur corpus ex A versus B (*Fig.* 57.), ita ut angulus CAB, quem radius vector cum orbitæ tangente comprehendit, sit obtusus. Si recta CA producatur in F; FA repræsentare poterit vim centripetam, quam corpus in A persentiscit. Porro vis hæc resolvi poterit in Fo, quæ ad tangentem normalis exponit eam vis centripetæ actionem in puncto A, qua corpus in orbita retinetur, & in Fm $= o$A. Hæc, quoniam directionem habet directioni vis tangentialis contrariam, celeritatem corporis necessario imminuit: hoc est, in adsumpto casu celeritas corporis continenter decrescit. Deinde moveatur corpus ex A versus D (*Fig. ead.*), ut radius vector cum tangente acutum angulum comprehendat. Si vis centripeta concipiatur rursus resolvi in Fo & Fm; pars Fm, seu oA eandem habebit directionem cum vi tangentiali AD, consequenter celeritatem corporis augebit. At quum

Fig. 57.

F. 61 radius vector IC (*Fig.* 61) cum vi tangentiali IK angulum rectum comprehendit, vis centripeta non amplius potest in duas id genus partes resolvi: ergo quamdiu vires sub angulo recto concurrunt, tandiu celeritas corporis viribus illis acti neque augetur, neque imminuitur.

276 Propositio VI. Si vis centripeta cum tangentiali sub obtuso angulo concurrat; corpus iis viribus actum recedit à centro virium. Sin autem vires illæ sub acuto angulo concurrant; idem corpus ad centrum virium accedit. *Prob.* 1. F. 63 *memb.* Ponamus corpus A (Fig. 63.) intra tempusculum quoddam infinitesimum agi vi tangentiali AB, & centripeta AE, sub obtuso angulo EAB concurrentibus. 1.) Completo parallelogrammo BAED, corpus illud intra adsumptum tempusculum percurret latus infinitesimum AD; & quoniam directio vis centripetæ congruit cum radio vectore, centrum virium erit in eadem recta cum punctis A & E. e. g. erit in puncto C. Hinc distantia corporis à centro virium initio adsumpti tempusculi erit = AC, in fine ejusdem = DC. 2) Angulus DAB est infinite parvus; quia metitur declinationem corporis à tangente orbitæ, infinitesimo tempusculo respondentem: hinc angulus DAC ab angulo BAC non nisi infinite parva quantitate differt; ac proinde quemadmodum iste, ita etiam angulus DAC est obtusus. Itaque in triangulo CAD latus CD est majus latere CA (*Geom.* 110), ductoque arcu Ao, centro C radio CA, differentia distantiarum AC & DC est = Do. 3) In triangulo ACD angulus C, cui latus infinitesimum AD opponitur, infinite parvus est (*Geom.* 206): ergo angulus CDA est complementum anguli obtusi CAD ad duos rectos, adeoque est angulus acutus definitæ magnitudinis. His præmissis sic jam ratiocinor. In triangulo DAo angulus ad o est rectus, ad D acutus definitæ magnitudinis; ergo etiam angulus DAo, utpote anguli D complementum ad rectum, est acutus definitæ magnitudinis: hoc est, omnes tres anguli sunt ordinis ejusdem. Ergo etiam latera trianguli DAo sunt omomnia ejusdem inter se ordinis. (*Geom.* 209): est vero latus AD infinitesimum primi ordinis, seu est $= \frac{1}{\infty}$, quia est spatiolum, quod corpus finita celeritate præditum intra tempusculum infinite parvum conficit; igitur est etiam $Do = \frac{1}{\infty}$. Est adeo $CD = CA + \frac{1}{\infty}$; hoc est, distantia corporis à virium centro C intra tempusculum infinite parvum, quo latus AD percurritur, crescit augmento infinite parvo primi ordinis, adeoque intra tempus finitum crescit infinitis numero id genus infinitesimis augmentis, ac proinde augmento finito: quod tantundem est, ac corpus adsumptum reapse à centro C recedere.

Membrum alterum eodem paucis commutatis modo demonstratur. Ponamus enim corpus A (Fig. 64) viribus AB & AE, acutum angulum comprehendentibus agi; illud intra tempusculum infinite parvum describet latus infinitesimum AD. Porro angulus CAD non nisi infinite parvo angulo BAD differet ab angulo CAB; igitur quemadmodum iste, ita etiam angulus CAD est acutus definitæ magnitudinis. Hinc quoniam in triangulo CAD angulus C est infinite parvus; angulus CDA abtusus sit, oportet. Itaque latus CA es majus latere CD, ductoque arcu Do, centro C radio CD, differentia

laterum est $= Ao$; quam esse $= \frac{1}{\infty}$ eo prorsus modo ostenditur, quo paulo ante ostendimus in Fig. 63 esse $Do = \frac{1}{\infty}$. Itaque est $DC = AC - \frac{1}{\infty}$; hoc est, distantia corporis à centro C intra tempusculum infinite parvum, quo latus AD percurritur, decrescit decremento infinite parvo primi ordinis, adeoque intra tempus finitum decremento finito: consequenter mobile ad centrum C reipsa accedit.

Coroll. Quoniam directio vis tangentialis congruit cum tangente orbitæ, directio autem vis centripetæ cum radio vectore; Propositio nunc demonstrata his quoque verbis efferri potest: *Si angulus ille, quem radius vector cum tangente orbitæ continet ex ea parte, ad quam corpus tendit, fuerit obtusus, corpus recedet à centro virium; accedet vero, si dictus angulus fuerit acutus.*

Fig. 61. 277 Propositio VII. Ponamus radium vectorem CI (*Fig. 61.*) cum orbitæ tangente IR continere angulum rectum CIR, adeoque vim centripetam IM cum tangentiali sub angulo recto concurrere: ponamus deinde arcum IL esse arcum circuli, radio CI centro C descriptum, adeoque vim tangentialem, quæ cum vi centripeta IM generare possit eum circuli arcum, esse $= IK = ML$. Si stante eadem vi centripeta IM corpori I imprimatur aliqua vis tangentialis $IR > IK$, corpus illud recedet à centro C; accedet vero ad illud, si imprimatur ipsi vis aliqua tangentialis $IH < IK$. Ratio est. Nam viribus IM & IR corpus ex I deferetur ad S, adeoque extra circulum abripietur: viribus autem IM & IH deprimetur ad O infra peripheriam ejusdem circuli. Eo ipso autem in priore casu recedet à centro C, in altero autem ad illud accedet.

§. II.

De viribus centralibus in orbita circulari.

278 A corpore, vi centrali & projectili acto, pro varia earundem virium attemperatione, combinationeque quamlibet lineam curvam describi posse, è num. 271. deduci potest: nominatim autem circulum, & ellipsim dictis viribus posse describi, inde etiam evincitur, quod hoc, & sequ. §pho inquisituri in vires centripetas, quæ ad circulum, & ellipsim præter vires projectiles necessariæ sint, ad nullum simus absurdum deducendi. Si enim impossibile esset curvas has dictis viribus describi; in determinatione virium centripetarum, ad eas describendas requisitarum deduceremur ad absurdum; uti Geometris, quodpiam impossibile problema resolvere tentantibus, constanter evenire solet.

279 Propositio I. Si corpus viribus centralibus actum in orbita circulari incedat; ejus celeritas ubique manet eadem, ac proinde motus est æquabilis. Nam in circulo radius vector cum tangente constanter angulum rectum comprehendit (*Geom.* 76); ergo celeritas nuspiam variatur (275).

280 Propositio II. Si vis centripeta cuicunque orbitæ circularis puncto A (Fig. 61) respondens sit F.
$= v$, celetitas $= c$, radius circuli 61
$= r$; est $v = \frac{c^2}{2r}$, adeoque loquendo de rat. æqual. est $= \frac{c^2}{r}$. Describat enim corpus tempusculo infinite parvo infinite parvum circuli arcum

AE (*ead. Fig.* 61); arcus hic cum tangente congruet, proque linea recta haberi poterit. Hinc triangulum AEP erit rectilineum, & angulus ad E rectus, utpote qui ad peripheriam situs semicirculo insistit. Quodsi ergo ex illo demittatur in hypothenusam perpendicularis ED; hæc dictum triangulum dividet in duo alia triangula, sibi & toti similia (*Geom.* 159): consequenter conferendo inter se triangula AEP, & ADE stabit, AP : AE = AE : AD. Jam diameter AP est $= 2r$: AE exprimit celeritatem mobilis, adeoque est $= c$: denique AD exhibet vim centripetam, seu est $= v$: cum enim AB vis projectilis sit, utique vis centripeta nequit esse alia, quam AD. Hinc prior proportio huic æquivalet, $2r : c = c : v$. Unde est $v = \frac{c^2}{2r}$, adeoque ut $\frac{c^2}{r}$.

Coroll. Itaque in circulo est $2rv = c^2$, ac proinde $c = \sqrt{2rv}$.

Schol. Ut phænomena nostratium corporum, ope fundæ, aut machinæ *virium centralium* dictæ circumactorum explicari queant, ponamus 1) unicum materiæ punctum A (*Fig. ead.*) circumagi in circulo circa centrum C. Illud, dum moveri incipit, acquirit directionem AB, normalem ad radium AC; incipit enim moveri per latus infinitesimum polygoni circularis, quod latus continuatum, est ipsa circuli tangens, natura sua ad radium perpendicularis: nititur ergo deserere orbitam circularem, abireque per tangentem. Porro tangentialis ipsius vis AB, initio motus acquisita, exiguoque tempusculo quodam agens resolvatur in duas, nimirum in AE, quæ cum exiguo circuli arcu congruat, & in EB ad AC parallelam; pars EB tota impendetur distractioni fili, ac proinde pari reactione ejusdem fili elidetur, remanente altera parte AE, qua corpus in arcu circulari movebitur. Unde patet imprimis, arculum AE reapse duplici vi peragi, videlicet altera tangentiali AB, altera quodammodo centripeta AD, cujus munus sit, vis tangentialis AB partem EB, motui circulari contrariam elidere; patet deinde, vim centrifugam EB esse $= \frac{c^2}{r}$, uti esse vim centripetam AD, n. præc. vidimus. 2) Jam si loco materiæ puncti A adsumamus quodpiam mobile pluribus materiæ punctis constans, cujus massa sit $= m$; quodlibet ejus punctum habebit vim centrifugam EB, ut adeo adæquata totius massæ vis centrifuga (adeoque etiam centripeta, ad elidendam centrifugam necessaria) sit re ipsa $= \frac{c^2 m}{r}$. Quodsi tamen corpus A vi gravitatis universalis retineatur in orbita, ac proinde vis centripeta sit ipsa attractio universalis; massa m in formula hac (sive vim centrifugam, seu centripetam exprimente) negligenda est. Cum enim tunc singula corporis elementa vim attractivam AD persentiscant, crescente massa eodem semper modo multiplicatur vis centripeta AD, quo centrifuga EB; ut adeo nulla adsit ratio, cur crescente massa vel minimum prævaleat vis centrifuga centripetæ, aut contra. Id quod in motu astrorum usuvenit. At quum ope machinæ virium centralium rotantur corpora; crescente massa corporis rotati multiplicatur quidem vis centrifuga EB, propterea tamen potentiæ, quæ corpus illud in orbita retinere debet, novæ vires non adduntur. Sic si corpus fundæ im-

positum circumagatur; crescente massa ejus corporis magis ac magis tenditur funis, & tamen propterea funis fortior non evadit. Hinc massa corporis e. g. fundæ impositi ita excrescere potest, ut si circumagatur, cohæsio funis ad id corpus in orbita circulari retinendum non sufficiat amplius, sed id corpus rupto fune orbitam illam deserat. Unde patet, ea phænomena, quæ in machinis virium centralium exhibentur, omnino pendere à quantitate massæ circumactæ, ac proinde in formula vim centrifugam, aut huic æqualem centripetam exhibente, rationem esse habendam massæ circumactæ, debereque poni $v = \frac{c^2 m}{r}$. His notatis sit jam.

281 Propositio III. In machinis virium centralium, ope quarum corpora in orbita circuli circumaguntur, si massa corporis circumacti dicatur m, radius orbitæ r, tempus periodicum t, vis centrifuga v, est $v = \frac{mr}{t^2}$. Cum enim spatium tempore periodico t confectum, sit ipsa circuli peripheria, hæc vero sit ut radius (*Geom.* 181.); ob $c = \frac{s}{t}$ est $c = \frac{r}{t}$, & $c^2 = \frac{r^2}{t^2}$. Ergo ob $v = \frac{c^2 m}{r}$ (*præc.*), erit $v = \frac{r^2 m}{t^2 r} = \frac{mr}{t^2}$.

Coroll. Ex formula hac sequentia phænomena explicantur. 1) Regula DE (*Fig. 60*) ita additur axi verticali AC, ut horizontaliter cicumagi possit. Porro duo globuli perforantur diametraliter, ut in filo ferreo, per foramina ipsorum traducto, & ex D in E tenso, fixoque facile moveri queant: præterea filo serico C inter se connectuntur. Jam si globuli hi fuerint ejusdem ponderis, & ita disponantur, ut à motus centro C æquidistent; filum quidem distendent conceptis, ubi machina circumacta fuerit, viribus centrifugis: attamen locum suum uterque retinebit. Quodsi autem ita collocentur, ut à centro motus inæqualiter distent; rapietur uterque ad illam regulæ extremitatem, quam respicit ille globulus, qui à centro magis distat. *Ratio* 1.*mi* est. Nam juxta formulam generalem, vires centrifugæ eorum globulorum sunt ut $\frac{MR}{T^2} : \frac{mr}{t^2}$ Jam est imprimis ex hypoth. $M = m$, & $R = r$; deinde est etiam $T^2 = t^2$, quia uterque intra idem tempus absolvit circulum suum: ergo hoc in casu globuli illi æqualibus viribus centrifugis conantur in partes oppositas recedere. Eo ipso autem alter alterius nisum (quoniam filo connexi sunt) elident, suamque à centro motus distantiam conservabunt. *Ratio* 2.*di* est. Nam casu altero est quidem $M = m$, & $T^2 = t^2$, at est $R > r$. Itaque prioribus illis literis in formula generali omissis, est $V : v = R : r$. Cum ergo sit ex hyp. $R > r$; est quoque $V > v$. Hinc globulus ille, cujus distantia à centro major est, prævalebit, & alterum quoque post se rapiet.

2) Iidem globuli, si sint inæqualis ponderis, sed à centro C æquidistent; rursus mutabunt suas à centro distantias, rapienturque uterque in eam regulæ extremitatem, quam globulus ponderosior respicit. Hoc enim casu est quidem $R = r$, & $T^2 = t^2$; at est $M > m$. Est ergo $V : v = M : m$, adeoque ob $M > m$, est etiam $V > v$. Hinc prævalebit globulus ponderosior, & alterum post se rapiet.

3) Si regulæ DE imponantur duo tubi vitrei leniter inclinati, infirma sui parte aquam continentes; ubi machina circumacta fuerit, aqua concipiet vim centrifugam, & contra nativam gravitatem per tubos inclinatos sursum repet.

4) Majori globo cavo vitreo ad axem verticalem AC ita adplicato, ut circa centrum suum circumagi possit, infunditur aqua ad aliquam altitudinem, & copiosa suberis minuta frustra injiciuntur. Si globus celerrime circumagatur; aqua extimam cavitatis partem occupat: deinde sequitur crusta, é frustis suberis constans: denique intimam cavitatis partem ad globi axem aer obtinet. Nam uti è formula gener. patet massa densior: si cetera sint paria, majorem, rarior minorem concipit vim centrifugam. Cum ergo aqua sit densior subere, & aere; ea magis nititur his recedere à centro motus, adeoque hæc retrudit. Eadem de causa retruditur aer à subere.

5) Cum sit generatim $v = \frac{mr}{t^2}$; lapis ope fundæ circumactus eo magis tendit funiculum fundæ, ac proinde eo facilius lacerat eundem, imprimis quo major est massa ipsius: deinde quo longior est funiculus, seu orbitæ radius: denique quo minus est quadratum temporis periodici, atque adeo quo celerius funda circumagitur.

§. III.

De viribus centralibus in ellipsi.

Tres legitimæ lineæ curvæ, parabola, ellipsis, & hyperbola solent *sectiones conicæ* nuncupari, propterea quod *conum* plano quopiam certa lege secando oriantur. Ellipseos proprietates quædam sunt ex Mathesi hoc loco tantisper recolendæ.

282 I. Ellipsis est linea curva in se ipsam rediens APBL (*Fig.* 66), *Fig. 66.* AEBD (*Fig.* 69), vulgo ovalis dicta. Duos vertices A & B habet hæc curva, in quibus maxima est ipsius curvatura. Recta AB, inter vertices intercepta, vocatur *axis major*, item *transversus*; cujus medium punctum C est centrum ellipseos: recta DE (*Fig.* 69), quæ per centrum C ita *Tab.* ducitur, ut axem transversum ad *VI.* angulos rectos secet, simulque in *Fig.* ipsa ellipseos perimetro utrinque *69.* terminetur, *axis minor*, item *conjugatus* audit. Est autem tam major, quam etiam minor ellipseos axis ad tangentem extremitati suæ respondentem perpendicularis; seu recti sunt anguli GAB, HED, KBA, LDE. Porro tam axis major seu transversus, quam etiam minor seu conjugatus dividit ellipsim in duas partes æquales, & similes: unde patet, in quibusvis duobus ellipseos locis, sibi è diametro oppositis, ut sunt e. g. A & B, eandem esse curvedinem ellipseos; ut ut duorum locorum sibi non è diametro oppositorum curvedines plurimum inter se discrepent: patet deinde, ordinatas à verticibus utrinque æqualiter distantes, semper esse inter se æquales.

283 II. Fiat circini apertura æqualis rectæ AC, seu simiaxi transverso, tum uno crure ad axis conjugati alterutrum verticem e. g. ad D adplicito, altero crure secetur axis transversus in punctis S & *s*; duo hæc puncta vocantur *foci* ellipseos. Foci hi ab ellipseos centro æquidistant, seu est CS = C*s*: iidem æquidistant etiam à verticibus, seu est etiam BS = A*s*.

284 III. Cum D*s* sit æqualis semiaxi AC (*præc.*); clarum est, focum *s* eo magis accessurum ad verticem A, & simul recessurum à centro

C, quo minor fuerit axis conjugatus DE comparate ad axem transversum AB, seu quo magis fuerit compressa ellipsis: & ex adverso eo magis recessurum focum *s* (idem est de altero S) à vertice, accessurumque ad centrum C, quo major fuerit axis conjugatus DE comparate ad transversum AB, adeoque quo ellipsis magis accesserit ad circulum. Hinc si semiaxis conjugatus DC eousque crescere concipiatur, dum tandem fiat æqualis semiaxi majori AC; foci S & *s* congruent cum centro C, ellipsisque in circulum abibit.

Coroll. Distantia foci á centro, seu recta CS = C *s* vocatur *excentricitas* ellipseos. Igitur eo major est excentricitas ellipseos, quo illa magis compressa est, & ex adverso. Unde patet, in ejusmodi ellipsibus, quæ ad circulos proxime accedunt, excentricitatem esse exiguam, seu focos esse centro admodum vicinos.

285 IV. Generatim certum est, inter quascunque duas quantitates inæquales mediam arithmetice proportionalem esse ipsarum semisummam: cum ergo sit $SB + SA = AB$; & $DS = AC = \frac{1}{2} AB$; clarum est, rectam DS esse mediam arithmetice prorportionalem inter rectas SB, & SA. Hinc quoniam corpus in ellipsi AEBD incedens tunc minime distat à foco S, quum est in vertice B, tunc autem maxime, quum verticem A attingit; idem corpus tunc habebit mediam ab eodem foco distantiam, quum in axis minoris extremitate D vel E extiterit.

286 V. Linea recta, quæ post axem transversum & conjugatum sit tertia proportionalis, vocatur *latus rectum* vel *parameter* axis transversi, seu principalis. Hinc 1) si parameter vocetur P, axis major ponatur $= 2$ A, axis minor $= 2$ B; ex ipsa parametri notione stat hæc proportio, $2A : 2B = 2B : P$. Adeoque $P = \frac{2B^2}{A}$, & loqu. de rat. æqual. $P = \frac{B^2}{A}$. 2) Cum axes in una eademque ellipsi constantes sint; parameter quoque in una eademque ellipsi constans sit, oportet. At in diversis ellipsibus inter se comparatis, pro ratione diversorum axium parametri quoque diversæ sunt.

287 VI. Adsumatur quiscunque infinite parvus ellipseos arcus PQ (*Fig.* 66); per punctum P ducatur tangens Gg, & ex puncto Q recta QR, quæ sit parallela rectæ SP, punctum contactus P cum foco S connectenti: denique ex Q demittatur recta QT ad SP perpendicularis. Quodsi parameter dicatur P; ex proprietatibus ellipseos deduximus in *Sect. conic.* num. 69. fore $P \times QR = QT^2$; unde consequitur esse $P = \frac{QT^2}{QR}$. Jam vero P est quantitas constans (*præc.*); est ergo $\frac{QT^2}{QR} = 1$, adeoque $QT^2 = QR$: itaque utr. memb. per QT^2 divid. est $\frac{QR}{QT^2} = 1$.

F. 66

288 LEMMA. Ponamus corpus P (*Fig. ead.*) viribus centralibus actum, circa centrum S in orbita quacunque revolvi, & intra tempusculum infinitesimum describere arcum infinite parvum PQ. Ducatur tangens PG, & ex puncto Q agantur rectæ QR & QT; illa parallela rectæ SP, ista vero idem SP normalis; denique compleatur parallelogrammum PR Qo. Vis centripeta, seu *v*, in puncto P erit $= \frac{RQ}{SP^2 \times QT^2}$. Cum

enim vis centripeta quæcunque intra tempusculum infinitesimum sit constans, ac proinde motum uniformiter accelerans (215); est in adsumpto casu $s = vt^2$ (216. *cor.* 2.), adeoque $v = \frac{s}{t^2}$. Jam s seu spatium hoc in casu est $= RQ = Po$; est ergo $v = \frac{RQ}{t^2}$. Porro quoniam radius vector semper verrit areas temporibus proportionales (272), tempusculum t, quo arcus PQ describitur, rite exhibetur per aream trianguli SQP, quod triangulum ob arcum PQ infinitesimum pro rectilineo haberi potest: area vero hujus trianguli est ut SP X QT, seu ut basis in altitudinem ducta. Est ergo $t^2 = SP^2 \times QT^2$. Quem valorem si in priori formula loco t^2 substituas, erit $v = \frac{RQ}{SP^2 \times QT^2}$.

289 Propositio I. Ponamus corpus revolvi in ellipsi APBL, centro virium cum foco S congruente: in quolibet puncto P vis centripeta erit in ratione reciproca duplicata distantiæ ab eodem foco S, seu erit $v = \frac{1}{SP^2}$. Si enim centrum virium cum foco S. congruat; pro quolibet orbitæ puncto erit $V = \frac{RQ}{SP^2 \times QT^2}$ (*præc.*): jam vero $\frac{RQ}{QT^2}$ in una eademque ellipsi est quantitas constans (287); ei ergo substituendo unitatem, est $v = \frac{1}{SP^2}$.

290 Propositio II. Si duo quæcunque corpora in diversis ellipsibus circa idem centrum virium, quod cum utriusque ellipseos alterutro foco congruat, revolvantur, sintque quadrata temporum periodicorum ut cubi mediarum ab eodem virium centro distantiarum; vires centripetæ eorundem corporum semper erunt inter se in ratione reciproca duplicata distantiarum à foco, cum communi illo virium centro congruente, seu erit $V : v = \frac{1}{SP^2} : \frac{1}{sp^2}$.

Si enim ellipseos semiaxis major sit $= A$, tempus periodicum $= T$; demonstrat Mathesis, in quolibet orbitæ ellipticæ puncto esse $V = \frac{A^2}{SP^2 \times T^2}$ (*a*).

(*a*) *Istud hoc modo demonstrari potest. I. In quacunque orbita moveatur corpus viribus centralibus actum, si ejus tempus periodicum, quo nimirum integram orbitam suam percurrit, sit* $= T$, *area integræ orbitæ* $= E$, *sector dato tempusculo respondens, id est, area, quam radius vector dato tempusculo verrit,* $= S$; *est generatim* $T = \frac{E}{S}$. *Cum enim radius vector æqualibus tempusculis æquales areas verrat* (272); *data sectorii certo tempusculo descripti magnitudine, tempus periodicum eo sane majus est, quo major est numerus ejusmodi sectorum, seu quo major est area integræ orbitæ: ergo ceteris paribus est* $T = E$. *Deinde data integræ areæ magnitudine, eo majus est idem tempus periodicum, quo minor est sector dato tempusculo descriptus; quia eo major est numerus id genus*

Itaque in duabus quibusvis diversis ellipsibus est $V : v = \frac{A^3}{SP^2 \times T^2} : \frac{a^3}{sp^2 \times t^2}$, & 2.dam rat. per $T^2 \times t^2$ mult. $V : v = \frac{A^3 \times t^2}{SP^2} : \frac{a^3 \times T^2}{sp^2}$. Jam in adsumpta hypothesi est $T^2 : t^2 = A^3 : a^3$, adeoque multipl. med. & extrem. est $A^3 \times t^2 = a^3 \times T^2$; corporis enim in ellipsi incedentis media à foco distantia æquatur semiaxi majori (285), in adsumpta vero hypothesi, quadrata temporum periodicorum sunt ut cubi mediarum à foco, cum centro virium congruente, distantiarum. Itaque 2.dam rat. per æqualia dividendo, est $V : v = \frac{1}{SP^2} : \frac{1}{sp^2}$.

---

sectorum in integra orbitæ area : consequenter ceteris paribus est quoque $T = \frac{1}{S}$.
Est ergo generatim tempus periodicum in ratione composita ex directa areæ, quam integra orbita comprehendit, & inversa sectoris dato tempusculo descripti, seu est $T = \frac{E}{S}$ (Alg. 199). *Unde id quoque patet, esse* $T^2 = \frac{E^2}{S^2}$.

II. Sit jam eadem Figuræ constructio, quæ in Lem. n. 288. *statuta est.* 1.) *Vis centripeta* V *in puncto* P *æquabitur spatiolo* RQ, *diviso per quadratum tempusculi sui, uti n.* 288. *initio demonstrationis vidimus; adeoque cum in comparatione duarum ellipsium de viribus in utraque eodem infinitesimo tempusculo agentibus loquamur, ac proinde tempusculum illud sit quantitas constans, erit* $V = RQ$. *Hinc ob* $T^2 = \frac{E^2}{S^2}$ (I.), *est* $VT^2 = \frac{RQ \times E^2}{S^2}$, *litera* T *tempus periodicum designante; adeoque* $V = \frac{RQ \times E^2}{S^2 T^2}$.

III. Area elipseos est ut factum suorum semiaxium (Sect. conic. 29), *adeoque si semiaxis major sit* A, *minor* B, *est* $E^2 = A^2 B^2$. *Præterea sector* SQP *est ut* $SP \times QT$, *adeoque* $S^2 = SP^2 \times QT^2$. *His ergo valoribus in superiore formula loco* E^2 & S^2 *substitutis, est* $V = \frac{RQ \times A^2 B^2}{SP^2 \times QT^2 \times T^2}$.

IV. Si parameter axis majoris vocetur P, *est* $P \times RQ = QT^2$ (287), *adeoque* $\frac{RQ}{QT^2} = \frac{1}{P}$. *Cum ergo sit* $P = \frac{B^2}{A}$ (286); *est* $\frac{RQ}{QT^2} = \frac{A}{B^2}$. *Hinc præcedens formula in hanc commutari potest,* $V = \frac{A^3 B^2}{SP^2 \times B^2 T^2} = \frac{A^3}{SP^2 \times T^2}$.

DISSERTATIO TERTIA.

DE INERTIÆ VI, ET GRAVITATE UNIVERSALI.

CAPUT PRIMUM.

De inertiæ vi.

§. I.

Quid de vi inertiæ sit sentiendum?

291 Vocabulo *Vis inertiæ* non omnes adæquate idem intelligunt. Boscovichius eam inertiæ vim, qua individua materiæ puncta gaudere vult, explicat *Theor. Nat.* n. 8. ubi habet: "In hisce punctis admitto „determinationem perseverandi in „eodem statu quietis vel motus uni„formis in directum, in quo semel „sint posita, si seorsum singula in „natura existant; vel si alia alibi „existant puncta, componendi per „notam, & communem methodum „compositionis virium, & motuum, „parallelogrammorum ope, præce„dentem motum cum motu, quem „determinant vires mutuæ, quas „inter bina quævis puncta agnosco à „distantiis pendentes, & iis muta„tis mutatas, juxta generalem quam„dam omnibus communem legem. „In ea determinatione stat illa, „quam dicimus, *inertiæ vis.*" Porro ex hac materiæ punctorum inertiæ vi, & viribus mutuis deducit Boschovichius *corporum* inertiæ vim, quam in eo sitam esse vult, quod in corporibus commune gravitatis centrum vel constanter quiescat, vel constanter moveatur uniformiter in directum, nisi externa vis statum mutare cogat. Vide ejusdem *Phil. Nat. Edit. Venetæ* n. 382.

292 Nos inertiæ vim n. 41. sumpsimus pro determinatione quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, si in mobili statum quietis vel motus nullæ externæ causæ turbaverint, his vero eundem turbantibus, ita componendi præcedentem motum cum sequente, quem eædem externæ causæ induxerint, aut etiam plures motus ab illis simul impressos, ut mobile singulis illis, quatenus fieri potest, obsequatur. Atque hæc vis inertiæ definitio eo dumtaxat ex capite differt ab ea, quam Boscovichius usurpat (*præc.*), quod illa modum ipsum compositionis motuum exprimat, qui ex hac nostra primum deduci debet, uti deduximus n. 42. *cor.* 1. & 2.

293 Qui Newtoni vestigiis hoc in argumento presse inhærent, *Inertiæ vim* definiunt esse eam, qua corpus tum in statu quietis, vel motus uniformis in directum se se conservet, tum causis externis illud ex eo

statu, quem obtinet, deturbare conantibus resistat. Quam doctrinam suam, dum uberius exponunt, his potissimum capitibus contineri volunt. 1) Vis inertiæ primus effectus, inquiunt, est, ut corpus ad quietem redactum constanter quiescat, ad motum vero concitatum constanter moveatur uniformiter in directum, nisi externa causa statum mutare cogat. 2) Alter effectus juxta eos est, resistere vi externæ, difficulterque cedere: unde ajunt, *conari* corpus conservare statum suum motus vel quietis contra incursiones causarum externarum. 3) Quum externæ causæ statum motus vel quietis in corpore turbant, istud reagit, inquiunt, per suam inertiæ vim, ita ut ad reagendum actione causarum externarum determinetur. Unde agnoscant, oportet, juxta ipsos reactionem *natura* posteriorem esse debere actione causarum externarum, ita ut nequeat intelligi *reactio* corporis, nisi prius intelligatur *actio* externæ causæ, illud ad reagendum determinantis. Newtonus ipse *Phil. Nat Def.* 3. de sua inertiæ vi inter alia diserte ait: "exercet corpus "hanc vim solummodo in mutatione "status sui, per vim aliam in se "impressam facta."

294 Propositio I. Vis inertiæ eo, quem num. 292 exposuimus, sensu accepta, tam individuis elementis seorsum consideratis, quam etiam corporibus (spectato horum gravitatis centro) omnino convenit. *Prima pars* ostensa est n. 42. Altera partim n. 196. *cor.* 2, & 3, partim n. 208, ejusque *cor.*

295 *Confirmatur.* Imprimis agnoscendæ sunt in corporibus spectato gravitatis centro proprietates illæ, in quibus vim inertiæ sitam esse volumus: secus enim quomodo demonstrabitur vel illud Astronomiæ fundamentum, quod radius vector areas temporibus proportionales verrere debeat, dum planeta unus circa alterum viribus centralibus circumagitur? Eo autem ipso eædem proprietates in individuis quoque corporum elementis agnoscantur, oportet: si enim his non conveniunt, qua argumentandi ratione poterunt pro corporum centro gravitatis deduci?

Coroll. Igitur proprie loquendo corpora non conantur contra incursiones externarum causarum conservare individuum suum, & ut dici solet, *mathematicum* motus aut quietis statum, ita nimirum, ut conatus ille sit quædam adpetitio, qua corpus erga determinatum motus aut quietis statum, quem jam obtinet, feratur. Cum enim corpus singulis motibus, quos externæ causæ inducunt, quatenus fieri potest, obsequatur; iisdem externis causis agentibus potius mutare conatur præcedentem statum suum individuum, seu *mathematicum*, quam retinere.

296 Propositio II. Vis inertiæ n. 293. descripta sustineri non potest; ea nimirum, cujus effectus sit reactio, natura posterior actione causarum externarum. *Prob.* Non est in corporibus admittenda reactio, quæ sit natura posterior actione causarum externarum; ergo. *Prob. ant.* Incurrat globus quispiam A in globum B. Quoniam collisa corpora nunquam deveniunt ad attactum mutuum mathematicum (33), globus A eatenus commovebit globum B, quatenus ad eas distantias minimas devenient quædam materiæ puncta ejusdem globi A cum quibusdam punctis globi B, quibus distantiis jam vires repulsivæ mutuæ respondeant: ut primum autem id genus distantiæ mutuæ obtentæ fuerint, eodem sane jure aget globus B

viribus suis repulsivis in globum A, quo iste in illum; ut adeo tametsi globus A per miraculum impediretur ab agendo, adhuc globus B suas in eundem globum A vires exereret: ut enim vires agant, satis utique est, si requisitæ distantiæ mutuæ adsint. Igitur prorsus non est, cur actio globi B ab actione globi A dependeat, sitque hac posterior natura.

297 *Confirm.* Adsumamus duo quæpiam materiæ puncta A & B, certo intervallo, cui e. g. vires attractivæ respondeant, sejuncta. Cum puncta hæc homogenea sint, adeoque ejusdem prorsus naturæ; in utroque eodem jure aderit vis quædam attractiva, sibique mutuo obviam ibunt, quin adhuc unius actio natura posterior sit actione alterius: quodsi autem vim inertiæ dicto sensu acceptam tuearis, admittes præterea aliquem accessum puncti A, qui sit natura posterior actione puncti B, & vicissim accessum puncti B, natura posteriorem actione puncti A. Quorsum autem hæc accessuum duplicatio; cui innititur fundamento? an ex phænomenis eruitur? ex quibus autem? Constanter experimur, inquiunt, 1) corpus quodlibet postquam ad quietem redactum est, motioni suæ resistere: 2) adhibita eadem vi non eandem omnibus corporibus celeritatem conciliari, sed majorem leviori, graviori minorem: 3) ex vi corporis impellentis semper aliquid in conflictu decerpi. At hæc quidem phænomena sine ea, quam impugnamus, inertiæ vi explicari possunt. Nempe

298 Ratio 1.*mi* phænomeni est imprimis, quia si vi quadam impellas corpus quiescens; ut ut nullam aliam inertiæ vim tuearis præter nostram, celeritas tamen, quæ corpori impulso ex ea impulsione obvenit, æquatur semper quantitati motus impressæ, divisæ per massam ejusdem corporis impulsi (198). Hinc si majorem nonnihil massam ad notabilem velis celeritatem concitare, notabili in eam nisu agas, oportet. Ex hoc autem jam consequitur, aliquam in corporibus loco movendis sentiri debere difficultatem, ac proinde illa motioni suæ *resistere.* Altera phænomeni causa est adfrictus, qui in corporibus loco movendis non parvam difficultatem parit; uti patet ex iis, quæ n. 259 dicta sunt. Tertia denique causa est, quia quo major fuerit (ex dictis hactenus capitibus) exerenda vis in corpus, ad certam celeritatem concitandum; eo illud fortius repellet massam in se incurrentem, ob reactionem actioni semper contrariam & æqualem (201, & 202): quo ex capite rursus enasci resistentiam, in aperto est. Porro actionis & reactionis contrarietatem, æqualitatemque itidem absque illa inertiæ vi, quæ num. 293 descripta est, deduximus locis citatis. Quod ad 2.*dum.* phænomenon attinet, recole num. 198 *cor.* ubi ostendimus, celeritates duorum corporum, eadem vi impulsorum, debere esse in ratione massarum reciproca. Denique 3.*tii* ratio à corporis impulsi contraria actione est repetenda (202).

Coroll. Itaque quandocunque nominamus *actionem* & *reactionem*, receptum duntaxat loquendi morem sequimur, re ipsa autem vocabulis illis mutuas corporum actiones, quarum una non sit altera prior aut posterior natura, intelligimus.

299 Quodsi jam quæras, num ea, quam admittendam esse agnoscimus, inertiæ vis ex aliis hactenus notis corporum proprietatibus, ceu corollarium quoddam deduci possit, vel potius ab iisdem sit prorsus discernenda, sic habe. Vis inertiæ

corporis, in eo sita, quod ejus centrum gravitatis vel constanter quiescat, vel constanter moveatur uniformiter in directum &c, est corollarium ejus vis inertiæ, qua individua materiæ puncta gaudent, item mutuarum in iisdem punctis virium. Unde posita quæstio ad solam materiæ punctorum inertiæ vim tota est trasferenda. Porro censemus inertiæ vim *punctorum materiæ* ex aliis hactenus notis eorundem proprietatibus deduci non posse, ac proinde ab iis esse discernendam. Nam si 1.*mo* vires repulsivas & attractivas dispiciamus; his viribus pollere materiæ punctum nobis non plus sonat, quam illud ita esse comparatum, ut in hac distantia hanc, in alia aliam determinationem acquirat ab alio elemento recedendi, vel ad illud accedendi: jam vero facile patet, non repugnare, ut materiæ puncto conveniant id genus determinationes, tametsi illud inertiæ vi nostro sensu accepta carere ponatur. Quis
T. I. F. 3. enim ex hoc solo antecedente: *quodpiam materiæ punctum* A (Fig. 3.) *in quadam ab altero puncto distantia acquirit determinationem recedendi celeritate* AB, inferat hanc consequentiam: *ergo eandem celeritatem jam perpetuo retinebit illæsam, modo nulla externa causa in illud amplius agat?* An non posset hæc esse naturæ lex, ut celeritas AB, etiam semotis externarum causarum contrariis actionibus, sensim elanguescat, nisi adsit præterea determinata quæpiam causa, cujus actione quodammodo foveatur, ac conservetur? Certe ut ut facile quisque sibi persuadeat, corpus ex se perstare posse in quiete; "illud tamen haud æque evidens videtur, quod etiam, quantum ex se est, non secus in motu perseveret." Mac-Laurin. *expos. Phil. Newt. l.* 2. c. 2. Si 2.*do* de vi motrice loquamur; præter vires repulsivas & attractivas nulla vis motrix competit elementis: cum ergo ex dictis viribus non inferatur inertiæ vis, hæc neque ex vi motrice potest legitime inferri. 3.*tio* Neque ex notione impenetrabilitatis, gravitatis &c. potest erui ea inertiæ vis, quam tuemur, ut expendenti facile patebit. Igitur vis inertiæ punctorum materiæ à ceteris hactenus notis eorundem proprietatibus discernenda non immerito videtur.

300 De causa vis inertiæ eo pene modo loquendum est, quo de causa virium repulsivarum & attractivarum locuti sumus n. 38. Nempe potest ea profluere ex ipsa elementorum corpus constituentium essentia; potest à libera DEI voluntate provenire. Sive enim hæc, seu illa statuatur pro causa vis inertiæ, phænomena semper eodem, quo observamus, modo evenire poterunt. In priore casu intrinseca, in altero extrinseca esset elementis causa vis inertiæ.

§. II.

Respondetur ad objectiones.

301 *Obj. contra* 1.*mam Propos.* 1.*mo* Individua materiæ puncta nunquam moventur uniformiter in directum, sed potius à primo creationis suæ exordio singula curvas continuas, nullibique interruptas describunt; ergo perperam tribuitur illis determinatio movendi uniformiter in directum. 2.*do* Individua materiæ puncta gaudent *vi motrice*, sive perpetuo nisu mutandi loci; ergo saltem determinatio quiescendi nequit eis tribui?

Ad. 1.*mum* ℞ C. *ant. D. cons.* Ergo perperam tribuitur illis determi-

natio movendi uniformiter in directum, vi cujus actu moveatur ullum materiæ punctum in directum *Conc. cons.* vi cujus uniformiter in directum moverentur, si ad motum semel concitata nullas deinde causarum externarum actiones persentiscerent *Neg. cons.* Tametsi materiæ puncta nunquam moveantur uniformiter in directum, quod nimirum ob vires, quas à reliquis materiæ punctis persentiscunt, directiones suas continenter variare cogantur nisi tamen ponantur habere determinationem, vi cujus abirent in directum, si ad motum semel concitata nullas externarum causarum vires persentiscerent; naturæ phænomena omnino sibi non consentirent: nam secus ea determinatio neque corporibus ipsis conveniret. Quamvis ergo dicta determinatio nequeat *directa* inductionis methodo in materiæ punctis detegi, potest tamen *indirecta per attentationem*, n. 13. descripta. Unde patet, positæ objectioni tam parum roboris inesse, quam parum e. g. huic: *Nullus unquam Planeta deseruit adhuc orbitam suam abeundo per tangentem; ergo perperam tribuunt Astronomi Planetis determinationem, vi cujus ii abirent per tangentem uniformiter in directum, si vis centripeta ab agendo cessaret.*

Ad 2.dum ℞. Individua materiæ puncta &c. Hoc est, quodlibet materiæ punctum constanter habet aliquam ad motum determinationem, resultantem ex omnibus iis viribus, partim repulsivis, partim attractivis, quas illud pro varia suarum à ceteris materiæ punctis distantiarum mutatione persentiscit *C. ant.* Hoc est, quodlibet materiæ punctum ita comparatum est, ut nunquam possit esse sine actuali nisu mutandi loci, tametsi ceterorum materiæ punctorum vires ponatur non persentiscere. *N. ant.* & *cons.* Qui vim motricem definiunt esse perpetuum conatum mutandi loci, hacque definitione utuntur ad impugnandam nostram inertiæ vim, eam sic videntur accipere, ut censeant, contra naturam esse materiæ puncti, ut istud aliquando non nitatur mutare locum, tametsi ab externarum causarum actione mentem abstrahamus: at quo istud fundamento? profecto neque *à priori*, neque *à posteriori* potest evinci tam rigide sumpta vis motrix. Quodsi autem vocabulo *vis motricis* ipsæ vires repulsivæ & attractivæ n. 32, & 34 descriptæ designentur; positæ objectioni nullam inesse vim, expendenti patet.

Schol. Notandum autem est, dum dictas determinationes corporibus, eorumque elementis attribuimus, nobis non esse sermonem de determinatione ad quietem *absolutam*, vel motum uniformem in directum, uniformitate & rectitudine *absoluta*, sed de *respectiva* duntaxat, scilicet uti jam num. 20. in *scholio* exposuimus.

302 *Obj. contra 2.dam Prop. 1.mo* Si inertiæ vis n. 293. descripta non datur, corpora sunt perfecte indifferentia ad mutandum quietis vel motus statum; ergo sequetur fore, ut globus tormento excussus quocunque minimo obice occurrente mox ad quietem redigatur: atqui istud adversatur experientiæ. *Prob. cons.* Eo ipso, quod corpora in bilance ad æquilibrium redacta, ad amittendum æquilibrium secluso adfrictu, resistentiaque medii sint perfecte indifferentia; eadem seclusis dictis impedimentis quocunque exiguo pondere ad alterutram partem addito deturbari de æquilibrio possent; ergo similiter.

℞. *Dist. ant.* Sunt perfecte indif-

rentia ad mutandum suum statum, ut vocant *mathematicum*, quin tamen sint perfecte indifferentia ad quemcunque novum acquirendum *C. antec.* ita ut sint perfecte indifferentia etiam ad quemcunque novum statum acquirendum *N. ant.* & *cons.* Corpus esse perfecte indifferens ad amittendum suum individuum statum, ut nimirum vi externæ utcunque exiguæ cedat, in aperto est. Si enim in illud, sive quiescens sive motum, incurrat quæcunque molecula, vi utcunque exigua; ex legibus collisionis sequitur, individuum corporis illius statum omnino debere immutari. Nihilominus corpus non est æque perfecte indifferens ad quemlibet novum statum acquirendum; sed, si imprimis ei quiescenti quæpiam motus quantitas imprimatur, celeritas inde ipsi obveniens æquabitur impressæ motus quantitati, per massam divisæ (198): si autem corpus in motu constitutum vim novam persentiscat, eam cum vi sua priore (id exigente nostra inertiæ vi) componet iis legibus, quas pro materiæ punctis n. 42. *cor.* 2. & 3. exposuimus. Unde etiam globus tormento excussus, inque obicem incurrens, ea prioris sui motus parte feretur post collisionem, quæ ipsi remanet, si motus contraria directione ab obice ipsi impressus, à toto priore ipsius motu subtrahatur.

Ad ult. prob. ajo, adductum bilancis exemplum cum nostra inertiæ vi optime cohærere. Nam etiam corpora in bilance ad æquilibrium redacta, tametsi seclusis dictis impedimentis perfecte indifferentia sint ad perdendum æquilibrium, non sunt tamen perfecte indifferentia ad hoc, ut quocunque exiguo pondere alterutri lanci addito, lances illico celerrime moveantur, nempe una sursum, deorsum altera; verum etiam secluso affrictu, resistentiaque medii, adhuc communis earum celeritas æquari debet ei motus quantitati, quam pondus lanci impositum producere potest, divisæ per massas movendas. At idem bilancis exemplum cum inertiæ vi, sensu adversariorum accepta, prorsus non potest conciliari. Si enim corpora in bilance ad æquilibrium redacta conarentur per suam inertiæ vim conservare statum quietis; quomodo possent esse perfecte indifferentia ad æquilibrium perdendum, etiam abstrahendo mentem ab affrictu, resistentiaque medii? an quia eorundem vires inertiæ se se mutuo eliderent? at istud falsum omnino est: utriusque enim corporis vis inertiæ in idem conspiraret; nempe, ne unum corpus attollatur, simulque deprimatur alterum.

303 *Obj.* 2.*do* Incurrat massa A in massam B quiescentem; massa A determinabit massam B ad reagendum: ergo admittenda erit in massa B reactio, quæ sit natura posterior actione massæ A. Eo ipso autem admittenda erit vis inertiæ sensu Adversariorum accepta, quæ causa sit dictæ reactionis. *Prob. ant.* B non reageret in A, nisi A in ipsum ageret; ergo.

℞. *D. ant.* Massa A determinabit massam B ad reagendum, ita ut actio massæ B dependeat ab actione massæ incurrentis A *N. ant.* ita ut actio massæ B dependeat à certa massæ A distantia *C. ant.* & *N. cons.* Ad prob. *D. ant.* B non reageret in A, nisi A &c. Hoc est, non posset intelligi actio corporis B, nisi intellecta prius actione corporis A *N. ant.* Hoc est, reapse actiones eorum corporum, utpote ab iisdem mutuis distantiis pendentes, ita connexæ sunt, ut quum B agit in A, juxta communem naturæ cursum etiam A de-

beat agere in B *Conc. ant.* ☋ *neg. cons.*

Etiamsi animum abstrahas ab actione corporis A, si tamen intelligas adesse distantias, mutuas inter A & B, jam intelligis corpus B stante generali virium repulsivarum & attractivarum lege esse proxime expeditum ad agendum in A, ejusdemque in A actionem secuturam, tametsi A per miraculum impediretur ab agendo. Quo ergo jure dicitur actio corporis B pendere ab actione corporis A, hacque esse natura posterior?

CAPUT SECUNDUM.

De gravitate universali generatim.

§. I.

An gravitas mutua pro communi corporum omnium proprietate statui possit?

T. I. F. I. 304 Diximus n. 75. ultimam curvæ virium aream KTXYB (*Fig.* 1.) esse virium attractivarum, quæ *gravitatis universalis* nomine venire solent. De iis priusquam hoc loco agamus uberius, adferendæ sunt celeberrimæ illæ leges Astronomicæ, quæ à Cel. Keplero, primo detectore suo, *Keplerianæ* vocantur, & inter præcipua hodiernæ Astronomiæ fundamenta numerantur. Sunt autem sequentes. 1.*ma* Planetæ primarii volvuntur circa solem in orbibus ellipticis, & quidem ita, ut singularum ellipsium focum alterum sol occupet. 2.*da* Eorundem planetarum radii vectores (270.) areas verrunt circa solem, temporibus proportionales. 3.*tia* In duobus quibusvis planetis circa eundem solem revolutis, quadrata temporum periodicorum sunt ut cubi mediarum ab eodem sole distantiarum.

305 Propositio I. Omnes Planetæ & Cometæ se se invicem attrahunt, seu ut dici consuevit, in se se mutuo *gravitant Prob. Inductione.* Nam 1) juxta 2.*dam* Kepleri legem (*præc.*) planetæ primarii ita revolvuntur circa solem, ut radius vector areas verrat temporibus proportionales. Pariter Cometæ, quum observari possunt, hac eadem lege circa solem converti deprehenduntur. Luna quoque circa terram describit areas temporibus proportione proxime respondentes. Quod autem ad secundarios illos planetas, quorum quatuor circa Jovem, quinque circa Saturnum volvuntur, attinet: tametsi in his non possint satis discerni duæ priores leges keplerianæ, propterea, quod eorum orbitæ nobis perexiguæ adpareant; quia tamen 3.*tia* in iis locum habere deprehenditur, haud dubitandum est, in iisdem duas quoque illas priores obtinere, ac proinde eos quoque circa suos primarios areas verrere temporibus proportionales. Ergo Planetæ primarii, nec non Cometæ, in Solem, Luna in Terram, reliqui planetæ secundarii in suos primarios gravitant continenter (273). 2) Hanc esse generalem naturæ legem, ut actioni semper æqualis & contraria sit reactio, jam n. 22, quin adhuc ullam gravitatis universalis faceremus mentionem, *analytice* ostendimus: ergo hic *synthetice* (7) tuto inferimus, solem quoque vicissim in Planetas primarios, & Cometas, Terram in Lunam, Jovem & Saturnum in suos planetas secundarios, seu *satellites* gravitare debere. Atque ex his juxta leges laxioris *inductionis* porro jam progredi, generatimque concludere licet quemlibet omnino globum totalem, qui quidem in re-

gione Planetarum, Cometarumque versetur, gravitare in quemlibet alium in eadem regione existentem. Ajo: *qui in regione Planetarum, Cometarumque versetur.* Utrum enim ipsæ etiam stellæ fixæ gravitent in Solem, Planetasque, & vicissim, ex observationibus erui haud potest, ob immanem earum à nobis distantiam.

306 In motibus quidem Jovis & Saturni non semper sunt areæ temporibus sat accurate proportionales; cumprimis vero in Luna circa Terram se se gyrante. At istud confirmat potius, quam enervat adlatam Propositionis probationem: ipsa quippe gravitatis universalis theoria exigit evenire ejusmodi aberrationes. e. g. Tametsi juxta theoriam gravitatis Luna circa Terram deberet describere areas temporibus accurate proportionales, si externæ causæ proportionem hanc non turbarent; quia tamen Sol quoque suas vires exerit tam in Lunam, quam in Terram, varias in motum lunarem inæqualitates; dictæ proportioni contrarias induci neccesse est; ut pluribus exponemus Dissert. sequ. Porro ex eadem theoria, uti deinceps adparebit, consequitur, id genus aberrationes eo majores esse debere imprimis; quo major fuerit massa ejus planetæ, qui perturbat motum planetæ alterius, deinde quo vicinior fuerit eidem: quod utrumque cum observationibus astronomicis egregie consentit. Nam imprimis Jupiter & Saturnus, quorum massæ dento Sole maximæ sunt, observantur magis perturbare suos circa Solem motus, quam ceteri planetæ: deinde eo magis perturbant suos motus mutua, quo minor fit mutua ipsorum distantia, & eo minus, quo magis à se invicem recedunt; ita ut ibi mutua eorundem distantia admodum magna fuerit, id genus motuum perturbationes tandem evanescant. Unde etiam omnes illæ aberrationes in theoria gravitatis ad calculum, cum observationibus mire consentientem revocari possunt: manifesto utique indicio, eas ab universali gravitate proficisci.

307 Propositio II. Bina quælibet elementa (saltem eorum corporum, quæ regio Planetarum, Cometarumque continet) majoribus intervallis sejuncta, se se invicem attrahunt, seu in se se gravitant. Nam imprimis eo ipso, quod globi totales e. g. Sol & Terra, in se se mutuo gravitent, singula unius elementa in singula alterius gravitent, est necesse; secus enim unde proveniret mutua eorundem in se invicem gravitatio? Hinc porro ob analogiam idem sentiendum est de elementis uniuscujusque id genus globi, etiam inter se comparatis: præsertim cum istud ad conservandam ejusdem compagem necessarium omnino sit, ut facile patet, si res animo à præjudiciis libero expendatur. Eo ipso autem sua Propositioni veritas constat.

§. II.

De variis consectariis ejus Hypotheseos, in qua mutuæ elementorum attractiones ponuntur sequi reciprocam duplicatam rationem distantiarum mutuarum.

308 Ex observationibus astronomicis aperte consequitur, globorum cælestium in se se gravitationem imminutis distantiis mutuis augeri, auctis imminui, adeoque gravitatem universalem esse in aliqua ratione inversa distantiarum: at num inversa hæc ratio sit simplex, an duplicata, vel triplicata &c. inquirendum superest. Nos interea hypothesis instar adsumimus hoc loco, quælibet elementorum binaria gravitare in se in-

vicem in ratione reciproca duplicata distantiarum mutuarum, hujusque hypotheseos consectaria quædam investigabimus, dum legem hanc re ipsa etiam obtinere in natura, deinde inferamus. Mox autem initio explicandum est discrimen inter *vim acceleratricem*, & eam, quæ hoc loco
T.V. speciatim *vis motrix* solet nuncupari.
Fig. Gravitet corpus A in C (*Fig.* 61):
61. *vis acceleratrix* corporis A in C est ipsa *gravitas*, qua unumquodque ejusdem A elementum tendit in totam massam C, ac proinde quam metitur aliqua recta AD, quæ, semotis impedimentis ab unoquoque corporis A elemento ob attractivas corporis C vires dato tempusculo conficeretur. *Vis motrix* autem hoc loco significat ipsam summam gravitationum punctorum omnium, ac proinde ipsam premendi vim totam. Hinc vis motrix corporis attracti æquatur ejus vi acceleratrici, in ejusdem massam ductæ.

309 Propositio I. Si vis acceleratrix massæ attractæ vocetur v, massa attrahens m, mutua earundem distantia d; in adsumpta hypothesi est generatim $v = \frac{m}{d^2}$, seu vis acceleratrix massæ attractæ est in ratione composita ex directa massæ *trahentis*, & reciproca duplicata distantiæ mutuæ. Nam vim acceleratricem à magnitudine quidem ipsius massæ attractæ non pendere, ex ipsa ejusdem vis acceleratricis notione (*præc.*) patet: eadem tamen est, ceteris paribus, in ratione directa massæ attrahentis, eo ipso, quod singula massæ attractæ elementa gravitent in singula massæ attrahentis (307). Cum ergo adsumpta hypothesis ponat eandem vim acceleratricem, ceteris paribus, esse in ratione reciproca duplicata distantiæ mutuæ; vis acceleratrix stante adsumpta hypothesi est generatim in ratione composita ex directa massæ trahentis, & reciproca duplicata distantiæ mutuæ.

Coroll. 1. Quodsi ergo duæ quæpiam massæ ab eadem tertia m attrahantur; est pro iisdem $v = \frac{1}{d^2}$ hoc enim casu m est quantitas constans.

310 Propositio II. Si massa cujuscunque sphæræ homogeneæ AOB (*Fig.* 71.), ne punctum extra se positum P attrahentis, sit $= m$; vis acceleratrix puncti P (vel cujuscunque alterius corporis in P existentis) est $= \frac{m}{PC^2}$ Hoc est, distantia corporis à sphæra homogenea, ipsum attrahente debet ad ipsum sphæræ centrum computari. Demonstrat enim Mathesis, corpus P in adsumpta hypothesi prorsus sic attrahi à sphæra homogenea, uti attraheretur, si tota illa sphæra attrahens in centro suo C collecta, compenetrataque esset: (*a*) atqui in casu hujusm. T.VI. Fig. 71.

(*a*) *Pro intelligenda hujus veritatis demonstratione, probe advertatur animus ad constructionem Figuræ* 67mæ. *Sit* I.mo ADBdA *segmentum sphæræ centrum in* C *habentis, interceptum à circulorum maximorum* ADB *&* AdB, *infinite sibi vicinorum planis, se se in diametro* AB *intersecantibus: tum ponamus materiæ punctum* P *trahi ab ea sphæra homogenea, ad quam pertinet dictum segmentum* ADBdA. 2.do *In superficie sphæræ alterius, cujus centrum sit in* P, *radius vero* = PC, *concipiantur arcus* CDE *&* Cde, *pariter infinite sibi propinqui; ita ut arcus* CDE *arcum* ADB *in* D, *arcus* Cde *autem arcum* AdB *in* d
T.V. Fig. 67.

compenetrationis dicta distantia computaretur utique à P ad centrum C; ergo etiam extra casum hujusm. compenetrationis eodem modo computetur, oportet.

IV. Fig. 68. *Coroll.* Si duæ quæcunque sphæræ homogeneæ A & B (*Fig.* 68) quorum centra sint in C & D, in se invicem gravitaverint; vis acceleratrix sphæræ A erit $= \frac{B}{CD^2}$ & sphæræ B erit $= \frac{A}{CD^2}$ literis A & B massas earundem sphærarum designan-

---

interfecet. Sint autem rectæ PE & Pe in plano ad PB perpendiculari. 3tio. *Arcubus CDE & Cde occurrant in punctis F, f & G, g bini arcus circulares Ff & Gg, infinite sibi propinqui, simulque paralleli, & arcum FC ad angulum rectum secantes. Deinde per eadem quatuor puncta ducantur ex P totidem rectæ, PV, Pv, PI, Pi. Quatuor his rectis terminata totidem plana continebunt pyramidem, cujus apex sit in P. Denique per eadem puncta ducantur quatuor aliæ rectæ ML, ml, NO, no, ad PB parallelæ. Quatuor his rectis terminata totidem plana continebunt prisma Mo.* 4to. *Sit FftT sectio prismatica, ad basim NnoO perpendicularis, adeoque ang. ETG sit rectus. Jam omnes sectiones prismaticas, sectioni FftT parallelas, inter se æquales fore clarum est: at sectiones pyramidales parallelæ FfgG, abdc &c. recedendo ab apice P crescent, accedendo decrescent. Atque hæc de constr. Figuræ prævie notanda sunt: quæ quidem si è materia solida efformata fuerit, minus negotii facesset. Jam*

I. *Quælibet sectio pyramidalis FfgG prorsus eamdem vim attractivam exerit in quodcunque punctum P, extra totam sphæram situm, quam exerit quælibet alia pyramidis sectio abdc, ipsi parallela. Si enim ea vis, qua punctum P trahitur à sectione FfgG, sit = V, ea vero qua trahitur à sectione abdc, sit = v;* est $V : v = \frac{FfgG}{PC^2} : \frac{abcd}{Pe^2}$ (309). *Porro sectiones parallelæ FfgG, abdc sunt polygona similia; adeoque est* $FfgG : abdc = FG^2 : ac^2$ (Geom. 294) *seu ob triang. PFG & Pac simil.* $= PG^2 : Pc^2$. *Hinc in prima proport. æqualem rat. æquali subst. est* $V : v = \frac{PG^2}{PG^2} : \frac{Pc^2}{Pc^2} = 1 : 1$, *ac proinde* $V = v$.

II. *Quælibet sectio pyramidalis nonnisi aliqua absolutæ suæ vis parte trahit efficaciter punctum P: porro efficaci hac tractione singulæ sectiones pyramidales urgent punctum P directione PC, & quidem æqualiter omnes. Eam enim vim absolutam, qua punctum P urgetur ab adsumptæ pyramidis sectione FfgG, repræsentet recta PG: eadem rite repræsentabit vim absolutam alterius etiam cujuscunque sectionis abdc, priori parallelæ (I.) Porro si hæc vis PG resolvatur in PN & NG; clarum est, ex cujuslibet sectionis absoluta vi partem PN elidendam esse ab alia sectione æquali & opposita, pertinente ad pyramidem, jacentem in eadem à recta PB distantia ad plagam oppositam. Igitur ex cujuslibet id genus sectionis absoluta vi PC sola pars NG, quam deinceps vim comparativam vocabimus, sortietur effectum: quæ pro singulis sectionibus, non secus, ac vis absoluta PG, est eadem, & quoniam est parallela ad PC, punctum P re ipsa directione PC in centrum C tendente urgebit.*

III *Sectio pyramidalis FfgG est ad prismaticam FftT ut PG : NG. Cum*

-tibus : hoc est, distantia, cujus quadratum constituit denominatorem formulæ, exprimentis vim acceleratricem sphæræ unius in alteram, debet computari à centro sphæræ unius ad centrum alterius. Quæramus enim imprimis vim acceleratricem x sphæræ A. Vis hæc x est ea ipsa, quæ esset, si sphæra attrahens B suo in centro D tota esset collecta (310): concipiamus ergo sphæram attrahentem B suo in centro colligi totam. Vis acceleratrix sphæræ B est hoc casu $= \frac{A}{CD^2}$ (310),

---

enim ex constr. Figuræ pateat, imprimis altitudinem sectionis pyramidalis esse $=FG$, *prismaticæ autem* $= FT$, *deinde communem utriusque basim esse* Ff, *denique esse* $Gg = Tt$, *& utramque ad* Ff *parallelam : clarum est, esse* $FfgG : FftT = FG : FT$ (Geom. 291). *Est vero* $FG : FT = PG : NG$. *Nam in triang.* FTG *&* PNG *imprimis anguli ad* T *&* N *sunt ex constr. recti : deinde est ang.* $TGF = GPN$, *quia uterlibet addito angulo* NGP *efficit angulum rectum, ut consideranti facile patet : ea ergo triangula sunt similia, adeoque est in iis* $FG ; FT = PG : NG$. *Itaque est* $FfgG : FftT = PG : NG$.

IV. *Vis comparativa pyramidalis sectiones* FfgG, *qua hæc punctum* P *trahit directione* PC, *est æqualis ei vi absolutæ, qua idem punctum* P *eadem directione* PC *traheretur à sectione prismatica* FftT, *in sphæræ centro* C *collocata. Sit enim dictæ pyramidalis sectionis absoluta vis, qua ea punctum* P *attrahit* $= W$, *vis comparativa, qua ea idem punctum* P *directione* PC *per n. II. efficaciter urget,* $= V$: *sit deinde vis absoluta, qua sectio prismatica in sphære centro* C *collocata traheret idem punctum* P, $= w$. Ob $W : V = PG : NG$ (*II*), *& ob* $FfgG : FftT = PG : NG$ (*III*), *est* $W : V = FfgG : FftT$. *Est vero* $W : w = \frac{FfgG}{PG^2} : \frac{FftT}{PC^2}$ (309), *seu ob radios* PG *&* PC *æquales, est* $W : w = FfgG : FftT$. *Est ergo* $W : V = W : w$, *adeoque est* $V = w$.

V. Concipiamus totum segmentum sphæricum ADBdA *imprimis dividi in mera ejusmodi segmenta pyramidalia, cujusmodi est segmentum* Rv : *concipiamus deinde idem segmentum sphæricum dividi totum in mera ejusmodi segmenta prismatica, cujusmodi est segmentum prismaticum* Sl. *Jam clarum est in secunda divisione segmenta prismatica totum segmentum sphæricum constituentia totidem fore numero, quot erant segmenta pyramidalia in prima divisione, idem segmentum sphæricum constituentia : nam cuilibet prioris divisionis segmento pyramidali* Rv *respondebit in secunda divisione aliquod segmentum prismaticum* Sl. *At præterea, sectiones quoque omnium primæ divisionis segmentorum pyramidalium simul sumptæ totidem erunt, quot fuerint sectiones omnium secundæ divisionis segmentorum prismaticorum itidem simul sumptæ ; hoc est, tot sectionibus (vel potius particulis æqualiter infinite tenuibus) pyramidalibus constabit totum segmentum sphæricum in primo casu, quot prismaticis in casu altero : quod sic declaro.*

Quoniam in secunda divisione segmenta prismatica totum segmentum sphæricum constituentia totidem sunt numero, quot sunt segmenta pyramidalia in divisione prima ; si quodlibet primæ divisionis segmentum pyramidale est ejusdem longitudinis cum prismatico secundæ divisionis segmento, sibi respondente, clarum est, sectiones omnium primæ divisionis segmentorum pyramidalium simul sumptas totidem fore numero, quot fuerint sectiones omnium secundæ divisionis segmento-

adeoque ejusdem vis motrix $=\frac{A\times B}{CD^2}$ (308): vis motrix sphæræ A est $=Ax$ (cit.). Jam ob reactionem actioni æqualem vires motrices harum sphærarum æquantur inter se: est ergo $\frac{A\times B}{CD^2}=Ax$, ac proinde $x=\frac{B}{CD^2}$. Eodem modo ostenditur, vim acceleratricem sphæræ B esse $=\frac{A}{CD^2}$.

---

rum prismaticorum, itidem simul sumptæ: atqui quodlibet primæ divisionis segmentum pyramidale est ejusdem longitudinis cum prismatico secundæ divisionis segmento, sibi respondente, hoc est, semper est RI $=$ SO. *Ducantur enim rectæ* CH *&* CQ, *perpendiculares chordis* RI *&* SO: *in triangulis* CPH *&* PGN *anguli ad* H *&* N *sunt ex constr. recti, ad* P *autem &* G *alterni, adeoque æquales; præterea latus* PG *est* $=$ PC, *sunt enim radii ejusdem sphæræ: ergo eadem triangula sunt sibi similia, & simul æqualia, ac proinde est* CH $=$ PN. *Jam vero est* PN $=$ CQ; *sunt enim hæc perpendicula ex const. intra duas parallelas intercepta: ergo est etiam* CH $=$ CQ. *Hoc est, chordæ* RI *&* SO *æqualiter distant à centro* C, *consequenter sunt æquales* (Geom. 70).

IV. His præmissis sic jam demonstro, à tota sphæra homogenea, in adsumta hypothesi (308) *eodem prorsus modo attrahi quodcunque punctum* P *extra ipsam positum, quo attraheretur, si tota illa sphæra suo in centro* C *collecta, compenetrataque esset. Concipiamus totam sphæram dividi in ejusmodi segmenta, cujusmodi est* ADBdA; *tum isthoc segmentum sphæricum concipiamus imprimis totum dividi in mera ejusmodi segmenta pyramidalia, cujusmodi est* Rv *deinde autem rursus totum in mera ejusmodi segmenta prismatica, cujusmodi est* Sl: *denique tam primæ divisionis segmenta pyramidalia, quam etiam secundæ prismatica omnia concipiantur subdividi in meras sectiones, vel potius in lamellas æqualiter infinite tenues. Jam in punctum* P *quælibet sectio prismatica (quas omnes inter se æquales esse, ex ipsa Figuræ const. patet) in centro* C *collocata prorsus eandem vim exereret, quam directione* PC *efficaciter exerit quælibet pyramidalis, in suo loco relicta* (II. & *IV.*) *Hinc ob eundem utriusque classis particularum numerum* (V.), *omnes simul sectiones prismaticæ in sphæræ centro* C *collectæ, compenetrataque prorsus eodem modo traherent punctum* P *directione* PC, *quo illud trahunt omnes simul pyramidales sectiones in locis suis relictæ. Atqui omnes simul sectiones prismaticas, segmentum sphæricum constituentes, in centro* C *colligi, compenetrarique tantundem est, ac totam illud segmentum sphæricum in eodem* C *colligi, ac compenetrari; & omnes sectiones pyramidales in suis locis relinqui idem est, ac segmentum illud sphæricum manere, uti est extensum: ergo segmentum sphæricum* ADBdA *prorsus eodem modo trahit punctum* P *directione* PC, *quo illud traheret tunc, quum in centro* C *collectum, compenetratumque esset. Quod quoniam de quolibet alio segmento sphærico æque ostendi potest, manifestum est, à tota etiam sphæra ita trahi punctum* P, *uti traheretur, si sphæra illa tota in suo centro collecta, compenetrataque esset* Q. E. D.

Sunt, qui celeberrimum istud theorema faciliori hac methodo demonstrari posse existimant: Concipiamus, inquiunt, omnia puncta sphæram ADB &c. (Fig. ead.) *constituentia ad centrum* C *adduci, & in eo veluti condensari. Vis attractiva, quam in punctum* P *exerunt puncta alterius hemisphærium constituentia,*

311 PROPOSITIO III. Si quodcunque corpus D (*Fig.* 70) extra crustam sphæricam homogeneam APQB positum in singula ejusdem crustæ puncta gravitet viribus reciprocam duplicatam distantiarum rationem sequentibus; corpus illud ab ea crusta prorsus ita trahetur, ac si eadem crusta suo in centro C tota collecta esset. Sphæra enim va-

T. VI Fig. 70.

---

decrescet in ratione reciproca duplicata distantiarum, sive radii ipsius sphæræ: vis autem attractiva, quam in idem punctum P exerent puncta hemisphærium posterius constituentia, in eadem ipsa ratione crescet. Fiet ergo (inferunt) plena compensatio, & attractio totalis conjunctim sumpta erit eadem, sive puncta extra se se posita sphæram constituant, sive in centro collecta sint.

At hæc argumentandi ratio sustineri non potest, quod sic ostendo. Si dicta argumentandi ratio vim haberet; ea uti consideranti patet, evinceret omnino, punctum P prorsus eadem vi trahendum esse à duobus simul punctis A & B ad sphæræ centrum C adductis, quo trahitur ab iisdem ita separatis, uti Figura exhibet: atqui istud sustineri nequit; ergo neque dicta argumentandi ratio. Prob. min. *Vis illa composita, qua puncta A & B in centro C collecta traherent punctum P, sit* $= V$; *ea vero, qua idem punctum P trahunt tunc quum ita sunt separata, uti Figura exhibet, sit* $= v$. *Juxta adsumptam universalis attractionis legem erit utique* $V = \frac{1}{PC^2} + \frac{1}{Pc^2} = \frac{2}{PC^2}$, & $v = \frac{1}{PA^2} + \frac{1}{PB^2}$ *Sit jam* $PA = AC = CB = 1$; *erit* $PC = 2$, & $PB = 3$: *adeoque erit* $V = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, & $v = \frac{1}{1} + \frac{1}{9} = 1 + \frac{1}{9}$ *Quodsi ergo esset* $V = v$; *esset* $\frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{9}$, *quod absurdum est.*

Dices. *Si, dum omnia sphæræ homogeneæ puncta ad centrum C adduci, illicque colligi concipiuntur, non fieret plena virium compensatio; reapse non esset verum, punctum P eodem prorsus modo trahi à sphæra homogenea, quo traheretur ab eadem suo in centro collecta: consequenter quælibet alia hujus rei demonstratio perinde vitiosa esset.*

℞. *Plenam fieri compensationem, si tota sphæra in suo centro colligi concipiatur, admittendum omnino est: at non ex eo capite, quasi, dum quæcunque duo sphæræ puncta A & B, è diametro sibi opposita, & à centro C æquidistantia, ad idem centrum adduci concipiuntur, tantundem cresceret unius attractiva vis, quantum decresceret vis attractiva alterius, cujusmodi tamen compensationis suppositioni innititur compendiosa illa quorundam argumentatio, de cujus vitio agimus; sed quia aliqua quidem ejusmodi punctorum paria, ut A & B, ad centrum adducta minorem exercent in punctum P attractionem efficacem, ac prius exercuerint, aliorum vero parium efficax, & directione PC accepta vis attractiva major est, dum ad centrum C adducuntur, ac prius fuerit, ita ut seclusis iis virium resolutarum partibus, quæ se se mutuo elidunt, inefficacesque sunt, & computatis omnibus viribus comparativis, prolixiore argumentandi ratione demum pateat, eandem esse in sphæra homogenea virium, punctum P efficaciter attrahentium summam, quæ esset, si tota illa sphæra suo in centro collecta, compenetrataque esset.*

cua PQ, quam crusta APQB claudit, concipiatur impleri materia ita, ut evadat homogenea crustæ APQB. Corpus D. imprimis à sola interiore sphæra solida PQ ita trahetur, ac si illa in suo centro C tota collecta esset (310): deinde idem corpus D etiam à tota sphæra AB, & crustam commemoratam, & etiam interiorem sphæram solidam PQ complectente ita trahetur, ac si hæc quoque major sphæra in centro suo C tota collecta esset: hoc est, sive à majore sphæra AB trahatur corpus D, sive à sola minore PQ, centrum virium utroque casu est in C. Atqui non posset sane centrum virium utroque casu esse in C, nisi etiam crustæ APQB seorsim consideratæ centrum virium esset in C, hoc est, nisi etiam crusta illa seorsim considerata sic traheret corpus D, ac si tota in centro suo C collecta esset. Si enim ejus crustæ centrum virium esset extra C alicubi in *o*; corpus D ab ea crusta traheretur directione tendente in *o*, ab interiore autem sphæra PQ traheretur directione in C tendente: ergo ab integra sphæra AB, & crustam APQB, & interiorem sphæram PQ complectente traheretur vi composita, nec in *o*, nec in C tendente, sed intermediam quandam directionem habente.

Coroll. Itaque sphæra, tametsi heterogenea sit in diversis à centro distantiis, si tamen paribus ab eodem centro distantiis sit homogenea, ita trahit quodcunque corpus extra se positum, ac si tota in suo centro collecta esset. Nam hujusmodi sphæra concipi potest constare innumeris crustis sphæricis concentricis, quarum unaquæque relate ad suas partes homogenea sit, ut ut heterogenea sit comparate ad alias crustas: hinc quoniam quælibet id genus crusta seorsim sumpta eo prorsus modo trahit corpus extra se positum, quo traheret, si tota in centro communi collecta esset; eodem modo trahent etiam omnes simul sumptæ.

Schol. Diximus n. 119, *cor.* 1, particulam sphæricam, saltem paribus à centro distantiis homogeneam, iis semper viribus agere debere quaquaversus, quarum directio, si produci concipiatur, per centrum ejusdem particulæ transire debeat. Istud verum esse, si de illis sphærarum viribus attractivis sermo sit, quæ reciprocam duplicatam distantiarum rationem sequantur, inde patet, quod hujusmodi viribus id genus sphæræ ita agant, ac si totæ suis in centris collectæ, compenetratæque essent. At tametsi vires in quacunque alia distantiarum ratione fuerint, & tametsi etiam fuerint repulsivæ; dummodo tamen singula materiæ puncta in iisdem distantiis eodem modo agant, adhuc vis composita particulæ sphæricæ saltem paribus à centro distantiis homogeneæ habebit directionem quæ producta transeat per centrum ejusdem. Sit enim ejus particulæ crusta sphærica AOB (*Fig.* 71) homogenea, in qua adsumantur duo puncta A & B, à puncto attrahendo P æquidistantia; tum per centrum C ducatur recta PO. Hæc, quoniam habet duo puncta P & C, quorum utrumlibet à punctis A & B æquidistat, est ad AB perpendicularis, eandemque bifariam secat (*Geom.* n. 46, & 47). Jam puncta A & B, cum æquidistent à puncto P, iisdem in illud viribus agent, e. g. attractivis; quæ proinde per æquales rectas PA & PB repræsententur. Vis PA resolvatur in PM & MA, PB autem in PM & MB. Vires MA & MB, sibi contrariæ & æquales, se se elident; adeoque residuæ PM &

Fig. 71.

PM punctum P directione PC urgebunt. Quod cum de aliis quibuscunque crustæ punctis à P. æquidistantibus pariter ostendi queat; totius crustæ attractio directionem PC habebit. Porro particula sphærica, quæ saltem in iisdem à centro distantiis homogenea sit, concipi potest constare innumeris crustis sphæricis concentricis, quarum unaquæque relate ad suas partes homogenea sit, ut ut forte comparate ad crustas alias sit heterogenea: hinc quoniam quælibet id genus crusta seorsum accepta iis viribus agit in punctum P, quarum directio producta transeat per centrum C; idem erit dicendum etiam de viribus omnium crustarum simul sumptarum, seu de vi composita totius id genus particulæ sphæricæ. Quodsi autem punctum P repellatur à punctis A & B, repulsiones pariter æquales, ac proinde per æquales rectas AP & BP; repræsentandæ erunt. Porro AP in AM & MP, BP vero in BM & MP resolvi poterunt, quarum duæ, AM & BM elident se se, ut in priore casu, atque adeo remanentes vires MP & MP, quibus punctum P apunctis A & B efficaciter repelletur, habebit directionem, quæ si versus O produci concipiatur, pariter transibit per centrum C. Atque ex his plana jam fiunt ea, quæ nos hoc loco uberius declaraturos, n. 119. *cor.* 1. polliciti sumus.

312 Propositio IV. Si duo corpora collocentur in superficiebus ejusmodi duarum sphærarum, quæ tam seorsim consideratæ, quam etiam inter se collatæ saltem paribus à centro distantiis homogeneæ sint; eorum corporum gravitates in sphæras has erunt in adsumpta n. 308. hypothesi, ut radii earundem sphærarum. Cum enim sphæræ hæ ea corpora ita trahant in hypothesi dicta, ac si in centris suis collectæ essent (*præc. cor.*); si gravitates dictorum corporum vocentur V & v, massæ sphærarum M & m, earundem radii R & r, erit $V : v = \frac{M}{R^2} : \frac{m}{r^2}$ (310). Porro massæ sphærarum ejusdem densitatis, sunt ut volumina (102. *cor* 2), hæc autem sunt ut cubi radiorum (*Geom.* 364.): est ergo $V : v = \frac{R^3}{R^2} : \frac{r^3}{r^2} = R : r.$

Schol. Hactenus expositæ attractionis leges supponunt, sphæras attrahentes esse homogeneas, aut saltem eadem in paribus à centro distantiis densitate præditas; quia tamen in quavis fortuita punctorum distributione ad massarum homogeneitatem plurimum acceditur, eædem leges quibusvis sphæris proxime accomodari poterunt; imo etiam in Tellure, Luna, Sole &c. quorum figuram à sphærica aliquantum aberrare dicemus, absque notabilis erroris periculo obtinebunt.

§. III.

Utrum gravitas universalis re ipsa sequatur rationem reciprocam duplicatam distantiarum?

313 Propositio. Gravitas universalis, qua corpus quodlibet in regione Planetarum, Cometarumque tendit in quodvis aliud, præter directam rationem simplicem massæ trahentis re ipsa sequitur etiam reciprocam duplicatam distantiarum mutuarum. Nam 1) juxta primam legem keplerianam, planetæ primarii circa solem revolvuntur in ellipsibus, quarum focum communem sol occupet (304): ergo quemcunque planetam primarium seorsim conside-

remus, ejus in Solem gravitas in diversis orbitæ locis variatur in ratione reciproca duplicata distantiarum à Sole attrahente instar puncti considerato (289). 2) Juxta 3.tiam Kepleri legem, planetæ primarii ita revolvuntur circa Solem in ellipsibus, quarum unum focum communem Sol occupet, ut quicunque duo ipsorum conferantur inter se, quadrata temporum periodicorum semper sint ut cubi mediarum ab eodem Sole distantiarum (304): ergo etiam duorum quorumcunque primariorum planetarum in Solem gravitates inter se collatæ semper sunt in ratione reciproca duplicata distantiarum ab eodem (290). 3) Lunæ quoque, imo ipsorum etiam Cometarum gravitati communem esse dictam legem, vel inde intelligere licet, quod eæ, quæ in motu lunari observantur, inæqualitates (in quibus omnibus ad certam legem revocandis frustra desudarunt antiquiores Astronomi) ex hac gravitatis lege felici cum succesu deriventur & Cometarum orbitæ juxta eandem computatæ, cum phænomenis mire consentiant. " Mutuam, inquit Cl. P. Jacquier, planetarum „perturbationem, lunaresque inæ„qualitates..... *in hac attractionis le„ge.....* investigarunt doctissimi vi„ri, & calculum cum observationi„bus astronomicis accurate consen„tire testantur diligentissimi Astro„nomi; imo eo pervenit, quod spe„rare vix fas erat, doctissimus mi„hique amicissimus D. Clairaut, ut „Cometarum reditum prædicere As„tronomos docuerit: neque celeber„rimi Viri laborem fefellit eventus; „cum anno proxime elapso 1759 „paucorum dierum intervallo à cal„culis aberraverit reditus Cometæ, „qui anno 1682 adparuerat." *Phys. Gen. sect. I. c. 2. art. 2.*

Atque ex his jam *Inductionis* ope concludere licet, omnium globorum totalium gravitationes mutuas esse in ratione dicta: à globis autem totalibus ad eorundem partes quaslibet progredi licet, generatimque concludere, quorumlibet corporum, corporearumque particularum, in regione Planetarum, Cometarumque, gravitationem, seu attractionem mutuam esse in ratione reciproca duplicata distantiarum mutuarum. Eadem nempe argumentandi ratione hic uti, licet, qua ipsam gravitatem, seu attractionem universalem à globis totalibus ad quælibet materiæ punctorum, eos constituentium binaria n. 307 extendimus. Et sane omnia etiam terrestris gravitatis phænomena, huic universalis attractionis legi apprime consentire, sequ. cap. visuri sumus.

Schol. An autem mutua duorum quorumvis materiæ punctorum gravitatio, seu attractio universalis sit *accurate* & *mathematice* in ratione reciproca duplicata distantiarum mutuarum, vel potius ut Boscovichius vult, (*a*) *proxime* duntaxat, & *ad*

(*a*) *Cl. Boscovichius curvam virium* (Fig. 1.) *pro simplici habet, seu tali, cujus natura uniformis sit, per unicam (ut Mathematici loquuntur) simplicem formulam algebraicam exprimenda. Quo posito sic ratiocinari licet. Si mutua duorum materiæ punctorum gravitatio esset accurate in ratione reciproca duplicata distantiarum mutuarum; in ultima curvæ virium area ordinatæ* WX, BY *&c. essent accurate in ratione reciproca duplicata abscissarum* AW, AB *&c. consequenter crus* TXY *esse deberet accurate crus hyperbolæ tertii gradus* (Sect. Conic. 113): *atqui istud sustineri non posse, si tota virium curva pro simplici,* T. I. Fig. 1.

sensum, non inquirimus: omnibus enim phænomenis, & quæ pro stabilienda Propos. n. 313 attulimus, argumentis perindè satisfit, sive *accurate* obtinere ponatur dicta ratio, sive *proxime* duntaxat. Vide, si lubet Boscov. *Theor. Nat. n.* 121., & sequ.

CAPUT TERTIUM.

De gravitate corporum terrestrium.

§. I.

An phænomena terrestris gravitatis cum lege attractionis universalis cohæreant?

314 PROPOSITIO. Omnia terrestris gravitatis phænomena apprime consentiunt cum universali lege attractionis, agentis in ratione reciproca duplicata distantiarum. Probatur explicatione præcipuorum terrestris gravitatis phænomenorum.

I. Si nomine gravitatis intelligas ipsum pondus, gravitates terrestrium corporum in superficiæ terræ existentium deprehenduntur eorundem massis proportione respondere. *Ratio* est. Sint enim duorum corporum pondera P & p, massæ M & m, distantiæ à centro Telluris D & d; gravitates in terram, V & v. Erit $P : p = VM : vm$ (308). Porro, quoniam hoc casu massa trahens (nempe tellus) est quantitas constans, est $V : v = d^2 : D^2$ (309. *cor.*): est vero in adsumpto casu saltem ad sensum $d^2 = D^2$; ergo est quoque $V = v$: ac proinde superioris proport. 2.dam rat. per æqu. divid. est $P : p = M : m$.

Coroll. Eodem modo ostenditur, pondus corporis cujuspiam non debere ad sensum imminui, dum illud è superficie terræ ad apicem cujuspiam turris transfertur. Sit enim ejus, in superficie terræ existentis distantia à telluris centro $=$ D, in

---

uniformisque naturæ habeatur, facile patet. Si enim aliquis utcunque exiguus cruris TXY *arcus penitus congrueret cum hyperbola; crus illud, quemadmodum totum esset unius ejusdemque simplicis naturæ, ita totum prorsus ejusdem cum hyperbola naturæ esse deberet, ac proinde ab hac nuspiam posset recedere: namque illarum curvarum, quarum diversa est natura, nulli arcus continui, utcunque exigui, possunt penitus congruere, sed tantum ad se se quantumvis accedere, se se tangere, secare. Atqui dictum crus* TXY *profecto non est totum ejusdem cum hyperbola naturæ: hæc enim cum asymptoto sua convenire nuspiam potest, dictum crus autem rectam* AB *in puncto* K *secat, & circa eandem varie contorquetur, cum tamen hæc esse deberet ipsius asymptotus, si esset crus accurate hyperbolicum. Ergo, si curva virium ponatur esse simplex, uniformisque naturæ, sequitur, mutuam quorumvis duorum materiæ punctorum gravitationem non posse esse* accurate *in ratione reciproca duplicata distantiarum mutuarum, sed* ad sensum *duntaxat*, & proxime. *Alia est quæstio, an curva virium tota necessario pro simplici, uniformisque naturæ habenda sit, nec possit citra manifestum absurdum dici, vires materiæ puncti per intervallum* AS *prorsus alia lege, per aliam algebraicam formulam exprimenda, agere, quam per reliquum intervallum* SB, *in quo jam stricte attractio universalis, auctis distantiis continenter decrescens regnat.*

turri existentis $= d$. Ejusdem gravitas, seu vis acceleratrix, in superficie terræ erit $= \frac{1}{D^2}$, in turri autem $= \frac{1}{d^2}$. Hinc, quoniam altitudo turris respectu radii terræ tam parva quantitas est, ut sit ad sensum $D^2 = d^2$, ejusdem corporis vis acceleratrix non erit sensibiliter minor in turri, ac sit in superficie terræ: consequenter nec pondus ejusdem (seu vis acceleratrix in massam propriam ducta) erit sensibiliter minus in turri, quam in superficie terræ, sed insensibiliter duntaxat. At in vertice altissimi cujuspiam montis potest jam vis acceleratrix corporis (adeoque etiam pondus) ita esse minor, ac sit ad ejusdem montis pedem, ut differentia subtilioribus ope penduli observationibus notari etiam possit: si nempe tanta sit altitudo montis, ut D^2 jam sensibiliter minus sit, quam d^2. Sic Cl. Condamine observavit, pendulum suum in monte Pichincha, 750 hexapedas alto, intra certum tempus pauciores absolvisse oscillationes, ac intra idem tempus absolverit in ipsa terræ superficie: unde hoc modo ratiocinari licet. Si numerus oscillationum in monte peractarum sit $= N$, & peractarum in superficie terræ $= n$; erat $N^2 : n^2 = Vl : vL$ (269. *cor.* 2.): seu cum idem utrobique pendulum fuerit adhibitum, erat $N^2 : n^2 = V : v$. Hinc ob $N^2 < n^2$, erat etiam $V < v$. Hoc est, in monte minor erat gravitas penduli, quam in superficie terræ.

Schol. Corporum quoque intra terræ viscera existentium gravitas, versus terræ centrum progrediendo, continenter magis, ac magis decrescit: quia continenter major & major telluris portio supra ea eminet, à qua in partem, centro Telluris oppositam trahuntur.

315 II. Experimentis accurate institutis compertum est, spatia à gravibus ex alto libere labentibus, æqualibus tempusculis confecta progredi, ut numeros impares 1, 3, 5 &c. seu ita, ut spatium 2.do tempusculo confectum, triplum sit spatii, primo æquali confecti, 3tio quintuplum &c. *Ratio* est. Nam spatia æqualibus tempusculis motu uniformiter accelerato confecta dicto modo debere progredi, ostensum est n. 217. *cor.* 2: motum autem gravium, ex alto libere labentium, debere ad sensum uniformiter accelerari, sic declaro. Tunc motus (non impeditus) acceleratur uniformiter, quum vis acceleratrix est constans (215. *cor.*): atqui ea in lapsu gravium profecto ad sensum constans est. Si enim corporis à centro terræ distantia dicatur d, massa terræ m; vis acceleratrix ejus corporis est $= \frac{m}{d^2}$ (310). Jam m est constans: at neque d^2 variatur sensibiliter intra exiguum illud spatium, quod cadendo emetitur corpus, dum in eo hujusm. experimenta capiuntur: ergo vis quoque acceleratrix ad sensum constans sit, oportet. Est autem spatium, quod grave intra 1″ libere labendo emetitur, circiter $= 15$ ped. paris (*a*)

(*a*) *Istud ex oscillationibus penduli hoc modo potest determinari. Ex proportione hac*, $t : g = p : 2.d$ (269. annot. *IV.*) *eruitur tempus* g, *quo percurreretur lapsu libero dupla longitudo penduli, seu spatium* $= 2l$. *Hoc eruto dic: Tem-*

Coroll. Eandem ob rationem motus gravium sursum projectorum uniformiter retardari debet; quod itidem experimentis consonum est.

316 III. Omnia corpora, densitatis utcunque inæqualis, in tubo, ex quo aer ope antliæ pneumaticæ extractus sit, seu in vacuo, ut dici solet, *Boyleano* eadem celeritate ruunt. e. g. In tubi longioris parte superiore suspendatur frustum auri, & pluma levissima: ea, si extracto prius aere simul demittantur, intra idem tempus decidere observabuntur. *Ratio* est. Cum enim singula plumæ elementa iisdem prorsus viribus urgeantur ad lapsum à tellure, quibus singula auri, aereque maxima ex parte extracto absit motus resistentia, quæ vel respectu plumæ sit sensibilis; non est, cur lapsus plumæ debeat lapsu auri tardior adparere. Et sane ex ipsa vis acceleratricis definitione (308) patet, eam à corporis attracti majore vel minore massa minime dependere.

317 IV. Corpora terrestria vi suæ gravitatis tendunt ad sensum versus Telluris centrum. *Ratio* est. Quia si terra esset perfecte sphærica, simulque saltem in æqualibus à centro distantiis homogenea; sic traheret omnia hæc corpora, ac si suo in centro tota collecta, compenetrataque esset: consequenter tunc omnia hæc corpora accurate versus telluris centrum ferrentur. Cum ergo figura telluris, ut ut non sit sphærica, multum tamen accedat ad sphæricam, deinde in quavis fortuita punctorum distributione ad massæ homogeneitatem plurimum accedatur; nunc quoque terrestria hæc corpora circiter versus telluris centrum ferantur, oportet.

Coroll. Patet ergo, cur directiones gravitationis duorum corporum sibi satis propinquorum sint ad sensum inter se parallelæ. Quia nempe si eæ continuari concipiantur, nonnisi circa Telluris centrum alicubi convenient; duæ autem id genus convergentes rectæ, quæ sibi sat propinquæ sunt, & tamen si producerentur, nonnisi post ingens spatium convenirent, sunt ad sensum parallelæ.

Schol. Cartesius gravitatem corporum terrestrium à vorticoso æthereæ substantiæ circa Tellurem motu repetiit. Nempe varios excogitavit æthereæ materiæ vortices, quorum unius centrum Sol, alterius Terra &c. occupet. Dum ergo, inquit, ejus e. g. vorticis, qui circa terram ab occasu in ortum volvitur, particulæ rotantur; vim quandam centrifugam concipiunt, qua à centro vorticis, adeoque etiam terræ, recedere, & in summam ejusdem vorticis superficiem eluctari nituntur. Quia vero corpora illa, quæ particulis ad motum minus aptis constant, minorem concipiunt vim centrifugam, ait ea versus centrum vorticis debere à subtiliore materia detrudi, adeoque gravitatem quandam sibi extrinsecam nancisci. At ut alia præteream, in hypothesi hac vis

---

pore g conficitur à gravibus libere decidentibus spatium $= 2l$; ergo tempore $1''$ ab iisdem gravibus lapsu libero quantum spatii conficietur? At quadrata temporum erunt hac in proportione accipienda, cum spatia motu uniformiter accelerato confecta, sint ut quadrata temporum (217); id est, ponendum erit $g^2 : 2l = 1''^2 :$ x. Prodibitque pro Climate Parisiensi spatium gravibus intra $1''$ conficiendum, seu $x = 15$ ped. 1 dig. 2. lin. & tantillo majus.

centrifuga, orta ex conversione materiæ vorticis, deberet corpora minore vi centrifuga pollentia urgere versus centrum sui motus circularis. Tab. VI. Fig. 73. e. g. In (*Fig.* 73) sit AB axis terræ circa quem convertatur vortex ætheris. Adsumamus duas ætheris portiones, unam in H, alteram in L sitam. Quemadmodum circulos parallelos describunt suo motu duæ hæ portiones, ita etiam parallelis quibusdam viribus centrifugis HG & LK nitentur recedere à centris eorum circulorum, quos motu suo describunt; consequenter etiam directionibus parallelis HC & LM deberent detrudere ea corpora, quæ ambiunt. Hinc gravia extra Æquatorem sita non deberent versus terræ centrum niti, sed versus ejusdem axem, & figura marium non deberet esse ad sensum sphærica, sed cylindrica: id quod experimento mamachainæ virium centralium oculis ipsis subjici potest. Impleatur enim globus vitreus circiter ad $\frac{3}{4}$ partes altitudinis suæ aqua, cui copiosa suberis concisi frusta innatent. Si globus circa suum axem celeriter in gyrum agatur; frusta suberis, prævalente aquæ vi centrifuga, trudentur versus globi axem, ita ut non in sphæram, sed in cylindrum conformentur.

318 *Obj. contr. Prop.* 1.*mo* Juxta statutam n. 313 legem attractionis universalis, è duobus corporibus ex eadem altitudine simul demissis illud deberet celerius decidere, cujus massa esset minor: atqui istud experientiæ adversatur; ergo phænomena gravitatis terrestris non consentiunt cum statuta lege attractionis universalis. *Prob. maj.* Secundum dictam legem globus terraqueus eandem vim attrahentem exereret in iisdem distantiis in utrumque corpus adsumptum; ergo *Prob. cons.* Si è duabus massis eadem vi impellas unam horizontaliter, qua alteram; majori celeritate feretur massa minor: ergo similiter.

℞. *N. maj.* Ad prob. D. *ant.* Secundum dictam legem &c. hoc est, globus terrestris in iisdem distantiis eandem vim exereret in quodlibet elementum massæ minoris, quam exereret in elementum quodlibet massæ majoris *C. maj.* hoc est, eandem motus quantitatem imprimeret massæ minori, quam majori *N. ant.* & *cons.* Ad ult. prob. *D. ant.* Si é duabus massis eadem vi &c. id est, si eadem motus quantitate impellas unam, qua alteram, majori celeritate feretur massa minor C. *ant.* Si eandem celeritatem indas singulis unius partibus, quam singulis, alterius, celerius feretur massa minor *N. ant.* & *cons.*

Si diversis massis æquales motus quantitates imprimantur; celeritates, quæ massis impulsis inde obveniunt, sunt in ratione reciproca earundem massarum impulsarum, ac proinde eo major est celeritas obveniens, quo minor fuerit massa impulsa, uti demonstravimus n. 198. *cor.* At in lapsu libero corporum aliter se se res habet: cum enim tellus omnia materiæ puncta in iisdem distantiis æqualiter attrahat; singula massæ minoris elementa prorsus eundem acquirunt singulis momentis impetum versus Telluris centrum, quem acquirunt singula elementa massæ majoris. Unde jam patet imprimis, non eandem motus quantitatem imprimi à Tellure massæ utrique, sed majori majorem, minori minorem: nam quantitas motus æquatur massæ in celeritatem ductæ. Patet deinde, utramque massam ex eādem altitudine intra idem tempus debere decidere, nisi aeris resistentia variationem inducat (316).

Urgeb. Si quodlibet elementum massæ minoris prorsus eadem vi urgeretur versus Telluris centrum in iisdem distantiis, qua quodlibet elementum majoris; duo ejusdem voluminis globi, alter aureus, chartaceus alter, ex eadem altitudine demissi eodem tempore deberent decidere; atqui contrarium testatur experientia.

℞. D. *maj.* Eodem tempore deberent decidere, si ruant in medio resistente, ut in aere, aqua &c. N. *maj.* Si absit resistentia medii C. *maj. sic dist.. min.* N. *cons.* Si duo id genus globi in aere ruant, eandem uterque persentiscet resistentiam medii: cum enim eorundem volumina ponantur esse æqualia, aereæ quoque columnæ, quas labendo loco movere debent, æquales sint, oportet. Jam vero eandem aeris resistentiam ille utique globus vincet citius, qui majorem habuerit motus quantitatem, ac proinde cujus massa fuerit major: cum ergo uterque globus ex eadem altitudine eodem tempore debeat decidere, si absit resistentia medii; accedente resistentia medii ille decidet citius cujus massa major exstiterit.

Schol. Quodsi tamen uterque duorum id genus globorum satis densus fuerit, e. g. unus aureus, ferreus alter; eodem ad sensum tempore decident etiam in aere ex eadem altitudine, ut ut unus altero sensibiliter densior sit. Nam respectu corporum satis densorum, ex altitudine non nimis magna ruentium, resistentia aeris ad sensum evanescit, perindeque se res habet ad sensum respectu uniuscujusque eorum (ut ut re ipsa unum altero densius sit) ac si omnis resistentia aeris abesset. Cum ergo semota aeris resistentia omnia corpora ex eadem altitudine eodem tempore debeant decidere; etiam in libero aere duo sat densa corpora, ut ut unum altero densius sit, eodem ad sensum tempore decidant, est necesse. Aliter se res habet, si e corporibus simul demissis unum quidem sit satis densum, at non item alterum: tunc enim respectu hujus alterius resistentia aeris erit notabilis, non item respectu prioris. Dixi autem, resistentiam aeris evanescere ad sensum respectu corporum satis densorum, *ex altitudine non nimis magna ruentium.* Cum enim resistentia aeris, ceteris paribus, crescat ut quadratum celeritatis corporis in eo moti (125), celeritas autem corporis ex alto ruentis continenter augeatur; clarum est, resistentiam aeris respectu corporis ex nimia altitudine ruentis, utcunque densum illud sit, debere tandem evadere notabilem. Unde etiam fit, ut motus gravium libere labentium, post confectum spatium satis magnum cesset accelerari: quia tunc ob nimiam corporis ruentis celeritatem resistentia aeris ea jam est, quæ pene tantum imminuat celeritatem ejusdem corporis, quantum eam auget continuata actio vis acceleratricis.

319 *Obj. 2do.* Si gravitas terrestris sequeretur legem universalis attractionis, in reciproca duplicata distantiarum ratione agentis, lapis ex apice turris demissus deberet adhærere turri & non ruere in terram, quia ob minorem à turri, quam à centro terræ distantiam, fortius deberet attrahi à turri, quam à terra. *3tio.* Saltem id sequeretur, corpora penes vastam turrim libere decidentia debere describere diagonalem, non autem ruere deorsum-perpendiculariter. Corporis enim A (*Fig.* 72) penes vicinam turrim ruentis gravitatem in eandem turrim referat recta AB, ejusdem in terram gravitatem recta AC, juxta leges compositionis *Fig.* 72.

motuum, deberet utique corpus illud completo parallelogrammo ABDC diagonalem AD motu suo describere. 4.*to* Quoniam in hac theoria terrestria corpora etiam in Lunam & Solem gravitant, eadem notabiliter leviora esse deberent, Luna & Sole in Meridiano simul existentibus, quam sint iisdem astris in horizonte constitutis. Cum enim horum astrorum massæ simul sumptæ massam terræ plurimis vicibus superent; in theoria hac admittendum videtur, fore, ut illa corporum terrestrium gravitatem opposita sua attractione plurimum imminuant, quum ad Meridianum adpellunt.

Ad *Obj.* 2. ℞. *N. sequ.* Nam attractio universalis non est in sola reciproca duplicata ratione mutuarum distantiarum, sed simul in directa simplici massæ attrahentis (313). Eo ipso autem facile patet, gravitationem lapidis in turrim esse insensibilem comparate ad gravitationem ejusdem in terram. Facilioris enim calculi gratia, loco id genus turris adsumamus sphæram ejusdem cum terra densitatis, cujus radius æquetur $\frac{1}{10}$ parti ejus milliaris, cujusmodi 4000 continentur in radio terræ. Radius terræ dicatur R, radius adsumptæ sphæræ sit r; erit $R : r = 4000 : \frac{1}{10} = 40000 : 1$. Jam si gravitas lapidis in terram sit $= V$, & in adsumptam sphæram $= v$; juxta dictam attractionis legem erit $V : v = \frac{R^3}{R^2} : \frac{r^3}{r^2} = R : r$ (312): seu erit $V : v = 40000 : 1$, Hoc est, vis attractiva sphæræ comparate ad vim tractivam terræ est, ut 1 ad 40000, adeoque in consortio hujus est omnino insensibilis.

Ad *Obj.* 3. ℞. Verum est re ipsa, quod adseritur. Si enim corpus A delabens, à vicina turri vel monte attrahatur vi AB, à Tellure vero vi AC; motu suo diagonalem AD describet. Advertendum tamen est: tunc incursuram in sensus hanc à perpendiculari AC declinationem, quum vis AB = DC fuerit notabilis comparate ad vim AC: si autem in triangulo ADC basis DC comparate ad latus AC evanuerit; AD cum AC ad sensum congruet, adeoque corpus perpendiculariter per AC ruere videbitur.. Atque hinc est petenda ratio, cur ad radicem montis Chimboraco (quod Condaminius & Bouguerius observarunt) pendulum 7 circiter minutis secundis declinaverit versus montem à perpendiculo. Nempe gravitatio penduli in magnum hunc montem comparate ad gravitatem in terram totam non evanescit ita, ut ejus effectus nulla ratione possit observari. At quum corpus penes quodcunque ædificium, aut communis magnitudinis montem delabitur; vis AB, quæ illud urgebit ad latus, prorsus evanescet ad sensum comparate ad AC; uti paulo superius ostendimus.

Ad *Obj.* 4. ℞. Inito calculo compererunt post Newtonum Cl. PP. Le Seur, & Jacquier, aliique, vim Lunæ & Solis simul, quæ in Objectione adducitur, summum esse ad vim gravitatis terrestris ut 1. ad 2032890, adeoque esse in minori ratione, quam sit unitas ad duos milliones. Unde patet, ea actione nequaquam posse induci sensibilem variationem in pondus corporis. Neque enim tota e. g. Solis in nostratia hæc corpora actio imminuit eorundem in terram gravitatem, sed ea duntaxat differentia, qua ea à Sole tunc, dum iste Meridianum nostrum attingit, fortius attrahuntur, quam attrahantur, corpora in terræ centro sita. Id quod

uberius patebit ex iis, quæ de theoria Lunæ, & æstus marini dicentur.

320 Porro reliquis Object. solvendis *Nota* I. Ex universali attractione prorsus non sequitur fore, ut corpora per horizontale planum sparsa mutuo se se attrahendo in cumulum unum abeant. Cum enim gravitas corporis in eum globum, cujus radius sit æqualis $\frac{1}{10}$ parti ejus milliaris, cujusmodi 4000 continentur in radio terræ, ad ejusdem corporis in terram gravitatem sit, ut 1: 40000 (319. *in resp ad Obj.* 2.); profecto ejusdem in minora corpora gravitatio longe adhuc minor erit, tametsi ab iisdem exiguo intervallo distiterit. Unde facile patet, tam esse debilem mutuam in se se corporum terrestrium gravitationem, ut ejus efficientiam minimus adfrictus, exigua plani, per quod corpori progrediendum esset, elevatio, aut etiam aeris resistentia elidat.

321 II. Ex eo, quod generalem attractionem è phænomenis eruamus, tum rursus phænomena singularia ex attractionis generalis lege deducamus, non bene objiciunt nobis quidam Cartesianorum, nos idem per idem explicare. Non enim explicat ille idem per idem, qui primum per analysim è phænomenis generales naturæ leges eruit, ac tum deinde per eas leges, jam stabilitas, vimque certorum principiorum obtinentes, particularium phænomenorum rationem reddit. Secus enim hi ipsi Adversarii fateantur, oportet, à se idem per idem explicari, dum interrogati, cur corpus A nunquam adduci possit, ut eundem cum B locum occupet, pro ratione impenetrabilitatem adducunt: nam impenetrabilitatem nonnisi ex ejusmodi phænomenorum collectione, cujusmodi est istud, quod nunc explicant, potuerunt pro generali corporum omnium proprietate statuere.

Ut autem responsi vis uberius pateat, recole hic eam argumentandi rationem, qua universalem attractionem è phænomenis eruimus. Scilicet vide imprimis num. 307, ubi probatum est, bina quælibet elementa (saltem eorum corporum, quæ regio Planetarum, Cometarumque continet) majoribus intervallis sejuncta, in se mutuo gravitare: deinde vide n. 313, ubi probatum est, mutuam quorumvis binorum materiæ punctorum gravitationem esse in ratione reciproca duplicata distantiarum mutuarum. Hæ argumentationes evincunt existentiam *universalis attractionis*, utpote quæ non aliud est, quam mutua quorumvis binorum elementorum gravitatio, ita pendens ab eorumdem distantiis mutuis, ut sequatur reciprocam duplicatam earumdem distantiarum rationem: qûo quidem argumentandi modo analytice stabilita attractio universalis, non video, cur ad phænomena particularia synthetice explicanda adplicari nequeat; nisi forte imperfectam illam *à priori* philosophandi rationem, quam num. 6. descripsimus, Newtonianæ *à posteriori* argumentandi methodo (7) mirabili gustu præferendam putes.

§. II.

De inæqualitate gravitatis in variis terræ locis.

322 Gravitatem corporum terrestrium diversam esse sub diversis ab Æquatore latitudinibus, nimirum crescere versus polos, decrescere autem accedendo ad Æquatorem hodie certum jam est. Nam observationibus accuratione summa repetitis compertum est, *pedem horarium*, seu longitudinem penduli ad minutum

secundum oscillantis ab Æquatore versus polos accedendo crescere continenter (*a*). Sic Bouguerius eam deprehendit sub ipso æquatore esse $= 3$ ped. $7\frac{21}{100}$ lin. Mairanus Parisiis sub latit. 48 grad. 50 min. $= 3$ ped. $8\frac{57}{100}$ lin. Maupertuisius Pelli sub lat. 66. grad. 48. min. $= 3$ ped. $9.\frac{27}{100}$ lin. Unde sic ratiocinari licet. Si formula penduli pro Parisiis exprimatur magnis literis, pro Cayenna insula parvis; est $T^2 : t^2 = Lv : lV$ (269): est vero in præsenti casu $T^2 = t^2$, quia utrobique adsumitur pes horarius; ergo est etiam $Lv = lV$, ac proinde $V : v = L : l$. Hinc ob $L > l$, est quoque $V > v$. Hoc est, gravitas corporum major est Parisiis, quam in Cayenna insula. Eodem modo patet, gravitatem corporum majorem esse Pelli, quam Parisiis.

323 Causa gravitatis, ab æquatotore versus polos progrediendo crescentis, jure repetitur à telluris motu *vertiginis*, quo ea circa suum axem quotidie convertitur. Nam imprimis hunc in tellure motum, stante universali attractione agnoscendum omnino esse, sequ. Dissert. videbimus: deinde ex eo motu consequi debere, ut gravitas comporum minima sit sub æquatore, tum versus polos accedendo continenter crescat, sic declaro. Sit arcus Aa (*Fig.* 81) pars æquatoris terræ; AB sit turris supra terræ superficiem eminens, in cujus apice B sit mobilis quispiam lapis collocatus. Intra exiguum quodpiam tempus, intra quod ea turris è positione AB ob telluris motum vertiginis abeat in *Fig.* 81.

(*a*) *In hujus rei notitiam primus fortuito devenit Richerus, qui jussu Regis Christianissimi anno* 1672 *in Cayennam insulam, sub zona torrida sitam, observationum astronomicarum causa profectus, advertit, horologium suum oscillatorium, quod Parisiis ad minutum secundum oscillabat, illic lentius jam oscillare, ita ut singulis diebus* 148 *oscillationibus pauciores absolveret, quam absolvere solitum fuerit Parisiis. Quo ex phænomeno cum ille collegisset, gravitatis vim in insula Cayenna minorem esse debere, quam in Urbe Parisiensi; rem uberius discutiendam censuit. Quare accuratione summa definivit longitudinem penduli simplicis, ibi oscillationem quamlibet intra minutum secundum absolventis, eamque mensuram plurimis observationibus confirmatam æri incidit, ac secum Parisios detulit: ubi observationibus iterum diligentissime institutis invenit, ejusdem penduli, quod in insula Cayenna ad singula minuta secunda oscillabat, longitudinem augeri debere Parisiis integra linea, & præterea quarta parte lineæ, ut maneat isochronum, seu ut Parisiis quoque singulas oscillationes singulis minutie secundis absolvat. Idem deinde alii complures clarissimi Viri, ut Hallejus prope æquatorem, Maupertuisius in Laponia &c. repetitis experimentis confirmarunt. Neque potest dici, pendulum illud Cayennense, à Richero æri incisum, ideo duntaxat debuisse prolongari Parisiis, quod per iter frigore contractum fuerit. Newtonus enim l.* 3. Princip. Propos. 20 *ex certis observationibus infert, vicissitudinibus caloris & frigoris non potuisse in longitudine ejus penduli majorem produci differentiam, quam quæ æquet* $\frac{1}{6}$ *lineæ partem, ac proinde residuam observatæ differentiæ partem omnino variatæ gravitati esse adscribendam.*

positionem *ab*, lapis ille cum apice ejusdem turris describet arcum B*b*: quia vero vis tangentialis BC, quam interea concipit, eundem à semita B*b* abducere nititur, consequens est, partem gravitatis lapidis impendi debere elidendo huic nisui vis tangentialis, ab eodemque pariter elidi. Nempe quoniam, si sola vi tangentiali BC ageretur lapis ille, eum eadem vis tangentialis interea ab orbita circulari removisset intervallo *b*C; concipi potest, in vi illa tangentiali latere quandam vim centrifugam *b*C, cui elidendæ pars gravitatis impendi debeat, ut lapis ille in arcu circulari B*b* permaneat. Quodsi ergo id genus vis centrifuga est in æquatore maxima, & eo semper minor & minor, quo magis ac magis ab æquatore versus polos acceditur; palam est, stante telluris motu vertiginis minimam esse debere vim gravitatis *efficacem* in æquatore, & eo semper majorem, ac majorem, quo magis ad polos acceditur: quia pars nativæ gravitatis, quæ à vi centrifuga eliditur, maxima erit in æquatore, & eo semper minor, ac minor, quo magis ac magis ab æquatore versus polos acceditur. Esse vero maximam vim centrifugam in æquatore, eamque magis semper ac magis versus polos decrescere, dum demum in ipsis polis penitus evanescat, sic conficio.

Fig. 73. Sit AB (*Fig.* 73) axis terræ, circa quem ea quotidie convertatur. Corpus quodpiam sub æquatore e. g. in H constitutum motu diurno describet circulum circa centrum C, cujus radius sit = CH: aliud corpus in L constitutum eodem diurno motu describet circulum priori parallelum, sed jam minorem, cujus centrum erit in M, radius = ML. Porro in utroque hoc circulari motu concipi poterit quædam vis centrifuga, cujusmodi in Fig. 81 est *b*C: & quoniam illa semper ab eo centro conatur abducere corpus, circa quod istud circulum describit; vires centrifugæ punctis H & L respondentes quibusdam rectis HG & LK inter se parallelis exprimantur, oportet. Quodsi ergo semper fuerit HG: LK = HC: LM, patebit, vim centrifugam in æquatore esse maximam, eamque magis semper ac magis versus polos decrescere, dum in ipsis polis penitus evanescat. Esse vero semper HG : LK = HC : LM, facile patet.

Cum enim vis centrifuga æqualis sit vi centripetæ, ad ipsam elidendam necessariæ; in adsumptis duobus circulis, quemadmodum vires centripetæ, ita etiam centrifugæ sunt ut $\frac{C^2}{R} : \frac{c^2}{r}$ (280). Jam uterque motus circularis imprimis est æquabilis (279), deinde uterque eodem prorsus tempore absolvitur; eodem enim tempore describitur circulus minor à puncto L, quo circulus major à puncto H: ergo in iis circulis celeritates sunt ut ipsa spatia percurrenda (204. *cor.*) Porro spatia percurrenda sunt ipsæ circulorum peripheriæ integræ, hæ autem sunt in ratione suorum radiorum: itaque celeritates in dictis circulis sunt ut ipsi radii. Hinc iisdem vires centrifugæ (loco celeritatum substituendo radios) sunt ut $\frac{R^2}{R} : \frac{r^2}{r}$, seu sunt ut R : r. Hoc est, stat, HG: LK = HC : LM.

324 At eo etiam ex capite crescit gravitas corporis versus polos, quod sub æquatore vis centrifuga HG directe opponatur gravitatis directioni HC, extra æquatorem autem aliquem angulum CLK compre-

hendat cum eadem, & quidem eo minorem semper ac minorem, quo magis acceditur ad polos. Unde patet, ob diurnum telluris motum duplici ex capite evenire, ut tanto minus imminuatur à vi centrifuga gravitas corporum terrestrium, quanto propius ad polos acceditur: imprimis quia dicta vis centrifuga, accedendo versus polos continenter decrescit, ita ut in pollo nulla sit; deinde quia semper minus & minus adversatur directioni gravitatis.

325 Newtonus è velocitate motus vertiginis inito calculo infert, sub æquatore vim centrifugam, ac proinde etiam decrementum gravitatis, ad ipsam gravitatem esse ut $1:289$, ac proinde illam esse hujus partem $\frac{1}{289}$. Experimenta quidem ope pendulorum successu temporis facta evincunt, hoc gravitatis versus polos accrementum esse majus quam istud sit, quod Newtonus calculo eruit, at hoc mirandum non est. Newtonus enim suo in calculo adsumpsit Tellurem ejusdem ubique densitatis, quod tamen re ipsa utique non subsistit. Certe sub æquatore propter calores perpetuos omnia corpora rariora sunt, quam ad polos, ubi continua hyems, rigensque gelu regnat; est præterea valde verisimile, prope æquatorem esse cavernas subterraneas, & crebras, & magnas, ut indicant frequentissimi terræ motus: facile vero patet, etiam ex hujusmodi causis aliquantum crescere gravitatem versus polos.

CAPUT QUARTUM.

De projectione gravium.

§. I.

De projectione gravium terrestrium.

326 PROPOSITIO. Projiciatur quodcunque grave terrestre A (*Fig.* 75) quacunque directione AL, quæ cum gravitatis directione AK aliquem angulum KAL comprehendat; ponamus autem hæc tria adesse: 1) ut corpore illo de loco in locum translato, e. g. ex A in M, directiones gravitatis maneant inter se parallelæ; 2) ut vis gravitatis uniformiter acceleret motum; 3) ut aer, aliudve medium nullam inducat in motum variationem. Corpus illud motu suo describet quandam curvam parabolicam AMN. Ponamus enim tempusculo quodam effectum vis projectilis esse $=$ AD, & gravitatis $=$ AF: corpus duobus æqualibus id genus tempusculis sola vi projectili ob suam inertiæ vim ex A perveniret in E, ita ut sit AE $= 2$ AD; sola autem gravitatis vi ex A pertingeret in K, ita ut literis T & t ea tempora designantibus, quibus spatia AF, & AK percurruntur, sit AF : AK $= T^2 : t^2$ (217). Itaque completis parallelogrammis A D M F & AENK, idem corpus in fine primi tempusculi erit in M, in fine 2.di in N: hoc est, intra illa duo tempuscula motu composito describet lineam AMN; quam imprimis fore curvam, patet ex n 210; deinde fore parabolicam, sic ostendo. Fig. 75.

Ex ipsa figuræ constructione patet, esse KN $= 2$ FM; est enim KN $=$ AE $= 2$ AD, & FM $=$ AD: cum

ergo etiam tempus t, quo abscisa AK vi gravitatis percurreretur, sit ex hypothesi duplum temporis T, seu ejus, quo percurreretur abscisa AF; est FM : KN = T : t, adeoque $FM^2 : KN^2 = T^2 : t^2$. Seu ob AF : AK = $T^2 : t^2$, est AF : AK = $FM^2 : KN^2$. Hoc est, curva AMN est ejusmodi curva, in qua abscissæ AF, AK &c. sunt ut quadrata semiordinatarum sibi respondentium; quod curvæ parabolicæ proprium est (*Sect. Conic.* 97). Nempe AK est diameter parabolæ (*Sect. con.* 89), & rectæ FM, KN, ad tangentem AL parallelæ, sunt *ordinatæ* diametri AK (*Sect. con.* 96).

327 Tres illæ conditiones, quas in demonstratione propositionis adsumpsimus, reapse in motu gravium oblique projectorum accurate non obtinent. Nam imprimis directiones gravitatis corpore de loco in locum translato non nisi ad sensum sunt inter se parallelæ; deinde motus etiam gravium libere labentium ad sensum duntaxat est uniformiter acceleratus (315): denique vim projectilem corpori impressam aeris resistentia aliquantum imminuit constanter. Nihilominus tamen hi dictarum conditionum exigui defectus non efficiunt, ut corporis non adeo magna celeritate projecti motus à parabola sensibiliter discrepet. Quod ipsum oculis exhiberi potest hoc experimento: erigatur verticaliter quæpiam tabula GSEN (*Fig.* 74.), adnexum habens canalem excavatum TPA, cujus pars extrema PA sit horizonti parallela. Imponatur ei canali globulus gravis in T, noteturque in plano horizontali punctum N, in quo ille planum istud feriat, dum per canalem decurrens ex eodemque in A erumpens libere decidit. Determinetur in ea tabula crus parabolicum ACMN, cujus vertex sit A, axis AK horizonti normalis, ultima ordinata KN: tum in aliquot intermediis punctis C, M, &c. figantur annuli è filo ferreo ita, ut globulus, siquidem motu suo crus illud parabolicum describit, per eos annulos libere transire queat. Parata hunc in modum tabula, quotiescunque in T globulum canali imposueris; is sibi relictus per omnes eos annulos transibit, horizontemque in N feriet: manifesto utique indicio, ejus semitam à crure parabolico ad sensum non discrepare.

Fig. 74.

Coroll. Igitur lapis oblique projectus, aqua è fistula ad horizontem inclinata prosiliens &c. describunt arcus ad sensum parabolicos.

Schol. Quoniam resistentia medii, in quo movetur corpus, ceteris paribus est ut quadratum velocitatis corporis moti (125); vel sola magnitudo velocitatis, qua corpus terrestre projicitur, efficere potest, ut vis projectilis ne ad sensum quidem maneat æquabilis, consequenter ut semita corporis in aere progredientis etiam ad sensum discedat tantisper à parabola. Hinc monet Cl. la Caille *Mechan.* n. 444. in balistica omnino habendam esse rationem aeris, resistentis motui globorum, è machinis bellicis vi nitrati pulveris accensi ejectorum. Est autem *Balistica* ars globos è tormentis, fistulis ferreis &c. ejiciendi, datumque scopum feriendi, huic innixa fundamento, quod corpora oblique projecta describant curvam saltem ad sensum parabolicam.

§. II.

De projectione duarum massarum, in se se mutuo gravitantium.

328 PROPOSITIO I. Si duæ massæ A & B (*Fig.* 76) mutuo in se se

gravitantes projiciantur in plagas oppositas celeritatibus AF & BK, parallelis, massarumque reciprocis, ita ut literis A & B massas designantibus sit AF : BK = B : A; earundem massarum commune gravitatis centrum constanter immotum manebit. *Prob.* Quoniam mutuæ massarum vires prorsus nullam mutationem inducunt in statum centri gravitatis (196), in præsente casu sufficit dispicere, quisnam sit status ejusdem centri gravitatis spectatis solis viribus projectilibus AF & BK. Concipiamus ergo his solis moveri adsumptas massas. Ducantur rectæ AB & FK: ajo punctum intersectionis C fore commune gravitatis centrum dictarum massarum tam initio adsumpti tempusculi, quam etiam in ejusdem fine. Loquamur primum de initio tempusculi. Quoniam recta AB initio dicti tempusculi connectit particularia massarum centra; si est AC : CB = B : A, punctum C est commune gravitatis centrum initio tempusculi (191); stare vero dictam proportionem, facile patet. Nam in triangulis FAC & KBC anguli ad A & B sunt æquales, utpote alterni ob rectas AF & BK ex constr. parallelas; at etiam anguli verticales ad C æquantur inter se: igitur triangula illa sunt similia, statque in illis: AF : BK = AC : CB. Cum ergo sit ex constr. AF : BK = B : A, est etiam AC : CB = B : A. Porro in iisdem triangulis similibus est etiam FC : CK = B : A; ergo idem punctum C est commune gravitatis centrum etiam in fine adsumpti tempusculi. Quod quia de aliis quoque singulis id genus tempusculis æque ostendi potest; commune gravitatis centrum in adsumpto casu ne quidem à viribus projectilibus turbatur, consequenter immotum manet.

329 PROPOSITIO II. Eædem massæ A & B in se invicem gravitantes, inque plagas oppositas celeritatibus AF & BK parallelis, ac massarum reciprocis projectæ, circa immotum illud gravitatis centrum C dato quovis tempore similes curvas describent. Adsumatur enim quodcunque tempusculum infinite parvum, intra quod effectus virium mutuarum sint AG & BH, effectus vero virium projectilium sint AF & BK. Completis parallelogrammis AFDG & BKEH, massæ in fine adsumpti tempusculi erunt in punctis D & E; ac proinde intra idem tempusculum describent arcus infinite parvos AD & BE. Jam arcus hi pro rectis lineolis haberi possunt; adeoque triangula ADC & BEC sunt rectilinea: sunt vero hæc triangula inter se similia. Cum enim sit AC : CB = B : A, & DC : CE = B : A (191); est etiam AC : CB = DC : CE; hoc est, in iis latera, quæ æquales ad C angulos comprehendunt, sunt proportionalia, quod non nisi similibus triangulis est proprium. Hinc etiam latera AD & BE sunt inter se proportionalia, & similiter posita. Porro eadem argumentandi ratione evincitur, altero quoque æquali tempusculo ab adsumptis massis id genus latera infinite parva percurri, quæ sibi proportione respondeant, similiterque posita sint: idem est de tempusculo 3.tio 4.to &c. Itaque dato quovis tempore totidem latera infinite parva percurret massa A, quot massa B, eritque primum illius latus cum primo hujus, 2.dum cum 2.do &c. similiter positum, ac proportionale: ex quibus similes curvas enasci necesse est (*Geom.* 117.).

330 PROPOSITIO III. Si duæ massæ A & B (*Fig.* 77) mutuis in se se viribus tendentes, projiciantur in partes oppositas quibuscunque velocitatibus AF & BK, quæ neque congruant cum directione virium, ne- *Fig.* 77.

que sint parallelæ & massis reciproce proportionales; massæ illæ describent circa commune gravitatis centrum curvas similes: at idem centrum non manebit immotum, sed progredietur cum toto systemate via recta æquabiliter. Ducantur enim rectæ AB & FK, jungentes massarum centra in iis positionibus, quas massæ illæ obtinerent ope harum celeritatum (semotis viribus mutuis) in principio & fine cujuspiam infinitesimi tempusculi: eædem rectæ AB & FK secentur in punctis C & H ita, ut tam unius, quam alterius segmenta sint massis reciproce proportionalia; tum per C agatur recta DE, parallela & æqualis rectæ FK, ita ut sit CE = HK & CD = HF. Ductis rectis AD & DF item BE & EK, duæ vires projectiles in quatuor alias resolventur: nempe AF in AD & DF, BK vero in BE & EK.

Jam ex quatuor his viribus binæ DF & EK sunt parallelæ & æquales ad eandem partem, ob rectas DE & FK ex constr. æquales & parallelas. Binæ aliæ, nempe AD & BE imprimis tendunt, ut patet, in partes oppositas: deinde sunt inter se parallelæ, simulque massis reciproce proportionales, quod sic declaro. In triangulis ADC & BEC est imprimis ex constr. AC: CB = B: A; deinde est pariter ex constr. DC: CE = B: A. Stat ergo AC: CB = DC: CE; præterea anguli ad C sunt æquales, adeoque dicta triangula sunt inter se similia (*Geom.* 157.) Hinc ergo consequitur jam 1) angulos ad D & E esse æquales, adeoque rectas AD & BE esse inter se parallelas; 2) esse AD: BE = AC: CB (*Geom.* 156), seu quoniam est ex constr. AC: CB = B: A, esse AD: BE = B: A, hoc est, vires AD & BE esse massis reciproce proportionales.

Porro quoniam celeritates parallelæ & æquales ad eandem partem, comparativos massarum motus prorsus non turbant; ope harum posteriorum celeritatum AD & BE describent massæ illæ circa commune gravitatis centrum curvas similes, haud aliter, quam de viribus AF & BK (*Fig.* 76) fuerimus num. præc. locuti: vires vero DF & EK, parallelæ ad eandem partem & æquales, efficient, ut centrum commune gravitatis ad eam partem moveri incipiat; quod proinde movebitur uniformiter in directum (196. *cor.*3.), totumque systema ad eam plagam, ad quam eædem vires parallelæ tendunt, progredietur.

Coroll. Ex his intelligi potest id quoque, cujus meminimus n. 183: quomodo nempe fieri queat, ut dum in fusione metalli, binæ quæcunque particulæ, mutuis in se se viribus agentes, sibi occurrunt non accurate in eadem linea recta, sed tamen admodum vicinæ, altera penes alteram non transvolet, sed circa quodpiam centrum celerrime in gyrum volvantur.

DISSERTATIO QUARTA.

DE CORPORIBUS COELESTIBUS.

CAPUT PRIMUM.

De corporibus totalibus generatim.

§. I

De partibus mundani systematis, & de sphæra cœlesti.

331 *Systema mundi* est corporum totalium (ut sunt Sol, Terra, &c.) hoc universum constituentium collectio, certaque dispositio. Dividuntur autem corpora totalia in stellas fixas, & errantes. *Stellæ fixæ* sunt, quæ mutuas inter se distantias, ac positiones conservant: earum numerus est pene incredibilis, uti & intervallum, quo à nobis sejunguntur: luce gaudent propria, veluti totidem Soles. *Errantes stellas* ex adverso eas nuncupamus, quæ neque inter se, neque comparate ad fixas servant eundem situm, & distantiam, sed continenter variant. Hæ longe viciniores sunt nobis, quam stellæ fixæ: unde etiam longe uberiorem possumus habere notitiam harum, quam stellarum fixarum.

332 Errantes stellæ dividuntur in *planetas* & *cometas.* Cometa in cœlo rarius adparet: eum à planetis immensa quædam atmosphæra secernere solet, quæ fumi cujusdam instar nucleum ambiens, in partes à Sole aversas longo ductu protenditur.

333 *Planetæ* tribui solent in primarios & secundarios. Pro *primariis* hi sex habentur ab Astronomis hodiernis: *Mercurius* ☿, *Venus* ♀, *Tellus* ♁, *Mars* ♂, *Jupiter* ♃, & *Saturnus* ♄: qui omnes circa Solem ☉ convertuntur, hoc eodem ordine ab ipso disjuncti; ita nimirum, ut ei vicinissimus sit Mercurius, tum sequatur Venus, post hanc Tellus &c. Planetæ *secundarii* vocantur illi, qui circa primarios gyrantur continenter, suntque veluti satellites eorundem. Numerantur autem decem, nempe: *Luna* ☽ telluris comes, quatuor Jovis, & quinque Saturni satellites. Atque horum 17 corporum (videlicet Solis, sex primariorum planetarum, & decem secundariorum) congeries vocatur *systema planetarium.*

334 Jam quando è tellure cœlum contemplamur, confingimus nobis immensam quandam sphæram, cujus centrum nos ipsi occupemus; atque ad hujus sphæræ superficiem referimus astra omnia. Cœlestis hæc sphæra adparet nobis circa duo quæpiam fixa puncta P & *p* (*Fig.* 80) Fig 80.
veluti circa quosdam cardines, ab ortu ad occasum æquabiliter converti, & 24 circiter horis integram revolutionem absolvere. Duo illa fixa

puncta vocantur *poli mundi*: quorum is, qui nobis conspicuus est, ut P, *arcticus* vel *borealis*, alter vero *p*, *antarcticus*, vel *australis* nuncupatur. Recta P*p*, quæ polos connectit, *axis mundi* audit.

335 Astronomi, quo facilius determinent motus, positionesque astrorum, varios concipiunt in sphæra cœlesti circulos, eosque dividunt in majores, & minores. *Circuli majores*, seu, ut vocantur, *maximi* commune cum sphæra cœlesti centrum habent, adeoque eandem sphæram in duo hemiphæria dividunt: *circuli minores* eandem in duas partes inæquales partiuntur. Majores sunt: Æquator, Ecliptica, Meridianus, Horizon &c. Minores: duo tropici, duo polares.

336 *Æquator* est circulus maximus Æ*æ* à mundi polis P & *p* ubique 90 gradibus distant: sphæram dividit in hemisphærium boreale ÆP*æ*, & in australe Æ*pæ*.

337 *Ecliptica* est circulus maximus E*e*, quem sol motu proprio ab occasu in ortum singulis annis describere videtur. Is æquatorem oblique intersecat sub angulo ÆTE, graduum $23\frac{1}{2}$ circiter. Duo intersectionis puncta vocantur *æquinoctialia*, propterea, quod sole in iis existente dies ubique locorum sit æqualis nocti: puncta autem E & *e*, quæ maxime recedunt ab æquatore, *solstitialia* audiunt. Duo circuli Z*z*, Z*z*, eclipticæ E*e* paralleli, & ab eadem utrinque 8 vel 9 gradibus distantes, comprehendunt fasciam quandam, quæ *Zodiacus* nominatur. Porro ecliptica in 12 æquales partes dividitur, quas Astronomi per totidem diversos stellarum circa eandem positarum manipulos, seu *constellationes*, designare solent, vocantque *signa Zodiaci*. Ea his versibus exprimuntur:

♈ ♉ ♊ ♋ ♌ ♍
Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo.

♎ ♏ ♐ ♑ ♒ ♓
Libraq. Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces.

Sex priora signa sunt *borealia*; sex posteriora *australia*; singula per 30 gradus extensa. Porro series eorundem ab occasu versus ortum est computanda. Hinc etiam, dum planeta motu proprio ex ariete in taurum, ex tauro in geminos &c. adeoque ab occasu versus ortum fertur, dicitur *directus*, item dicitur ferri *secundum signorum seriem*: quod si autem videatur motu contrario ab ortu in occasum moveri, e. g. à geminis ad taurum; dicitur *retrogradus*, item dicitur ferri *contra signorum seriem*.

338 Circuli maximi, qui per mundi polos transeunt, vocantur meridiani, e. g. PÆ*pæ*P. Si per quemcunque locum S (*Fig.* 79.) in superficie terræ situm ducatur recta ZSN, quæ per terræ centrum T transeat, sphæræque cœlesti occurrat in punctis Z & N; punctum Z est *verticale* loci S, diciturque arabico vocabulo *Zenith*; N vero ejusdem loci *Nadir* adpellatur. Unde patet, tam Zenith quam Nadir, aliud respondere uni loco, aliud alteri. Meridianus, qui per cujusdam loci Zenith & Nadir transit, ejusdem *loci meridianus* dicitur: nominis origo inde est, quod Sol ad cujusdam loci meridianum appellens, eidem loco meridiem adferat.

Fig. 79.

339 Sit locus S in terræ superficie (*Fig. ead.*) habeatque zenith in Z, nadir in N. Circulus HT*h*, cujus poli sint in Z & N, centrum vero cum telluris centro T congruat, est *horizon rationalis*, seu *verus* loci S: circu-

lus vero FS*f*, cujus centrum sit S, poli vero Z & N, dicitur ejusdem loci S. *horizon sensibilis* seu *adparens*.

Coroll. 1. Igitur horizon sensibilis est parallelus rationali, mutuaque ipsorum distantia est æqualis radio terræ. Unde cum radius terræ evanescat comparate ad immensam illam distantiam, qua stellæ (sola fere Luna excepta) à nobis sejunguntur; respectu earum horizon sensibilis cum rationali congruit.

Coroll. 2. Cum horizontis poli sint in Zenith & Nadir; sequitur, singula horizontis puncta á punctis his constanter 90 gradibus distare. Hinc quemadmodum Zenith & Nadir, ita & horizon diversis locis diversus respondet.

Schol. Recta, in qua planum horizontis sensibilis & planum meridiani loci se se intersecant, *linea meridiana* dicitur. Hæc in speculis astronomicis rite determinari, magnique usus esse solet. e. g. Ejus ope hoc modo innotescit momentum temporis, quo Sol adpellit ad meridianum. Speculæ cujusdam astronomicæ linea meridiana sit recta S*m*, meridianus vero PZ*p*NP: circulus iste cum recta S*m* erit in eodem plano, eritque id planum *verticale*. In muro speculæ ducitur recta So, quæ sit in eodem plano verticali cum dicto meridiano, lineaque meridiana; in ejusque puncto quopiam *o* murus pertunditur. Ubi Sol Meridianum attigerit; centrum lucidi puncti, à Sole in speculam per foramen *o* irrumpentis cadet in meridianam lineam, verumque meridiem adnunciabit. Quo cognito, Astronomus ea accuratione, quæ ad determinanda observationum deinde instituendarum tempora est necessaria, horologium suum dirigere poterit.

340 Inter minores circulos præcipui sunt duo tropici, & duo polares; omnes æquatori paralleli. *Tropici* sunt EB & D*e* (*Fig.* 80), qui per puncta solstitialia E & *e* transeunt. Is qui est in boreali hemisphærio, ut EB, vocatur *tropicus cancri*, alter vero *tropicus capricorni*. Unde quemadmodum solstitialia puncta, ita etiam tropici, $23\frac{1}{2}$ circiter gradibus distant ab æquatore (337). Circuli *polares* sunt I*i* & R*r*, à polis totidem gradibus distantes, quot gradibus tropici ab æquatore. *Fig.* 80.

§ II.

De globo geographico.

341 Hactenus descripti cœlestes circuli solent ad telluris quoque superficiem transferri: unde etiam in superficie terræ concipimus æquatorem, tropicos &c, cœlestibus illis circulis respondentes. Nempe terra tota comparate ad immanem illam cœlestem sphæram, in cujus centro nos esse imaginamur, instar exigui puncti haberi potest: unde tuto concipimus, omnium ejusdem sphæræ maximorum circulorum plana per ipsum Terræ centrum T transire. Hinc circulus *mn*, in quo planum cœlestis æquatoris Ææ superficiem terræ intersecat transeundo per centrum T, est æquator terrestris, & iis, qui terrestrem hunc circulum calcant, cœlestis æquator perpendiculariter videtur imminere. Eodem modo determinantur ceteri circuli maximi terrestres. Quod vero ad minores circulos attinet: si e. g. ex polaris antarctici puncto R ducatur ad terræ centrum recta RT; ii, qui in *f* habitant, zenith habent in R, ac proinde sub polari circulo habitant: pariter si ex *r* ducatur recta *r*T, habitantes in *g* directe subjecti sunt eidem polari circulo. Unde patet, circulum *fg* esse polarem antarcticum

terrestrem. Idem est de reliquis minoribus circulis.

342 Ut sidera in globo cœlesti, & terrestria loca in geographico determinari queant; tam his, quam illis sua statuitur latitudo. *Latitudo* sideris est arcus circuli maximi, per eclipticæ polos ducti, inter sidus illud & eclipticam interceptus. *Longitudo* sideris est arcus eclipticæ inter arietis initium, & circulum maximum, per sidus illud & eclipticæ polos transeuntem, interceptus, & secundum signorum seriem numeratus.

343 Latitudo, & longitudo loci terrestris solet *geographica* nuncupari. Porro *geographica latitudo* loci est arcus meriadiani loci, inter æquatorem & locum illum interceptus: latitudo dicitur borealis, vel australis, prout locus respectu æquatoris jacet ad boream vel austrum. *Longitudo geographica* loci est arcus æquatoris à primo meridiano usque ad meridianum loci versus orientem numeratus. Nempe ex omnibus meridianis unum ad arbitrium selectum adpellant Geographi *meridianum primum*: plerumque autem solet esse is, qui transit per insulam *Ferri*, quod apud Gallos lege statutum est pro omnibus geographis.

Schol. Cognita longitudine, latitudineque geographica loci, facile est eum in globo geographico, vel mappis invenire. Quippe tam in illo, quam in his semper habentur delineati æquator, meridianique plures, transeuntes per adnotatos æquatoris gradus, item circuli paralleli æquatori, inter se æquidistantes, uti sunt in Fig. 78 circuli *or*, *tv*: quorum ope hoc modo detegitur in mappa

Fig. 78.

vel globo locus quispiam, e. g. cujus latitudinem borealem scio esse 20 graduum, longitudinem vero grad. 10. Referat globum geographicum sphæra PÆP*æ*: æquator terrestris sit Æ*æ*, meridianus primus PÆ*æ*, occasus solis sit versus Æ, ortus versus *æ*. Cum adsumpti loci longitudo sit 10 graduum; is jacebit alicubi sub arcu PA*p*, per 10.mum æquatoris gradum ab Æ versus orientem numeratum transeunte: deinde, quia ejusdem latitudo est borealis, 20 graduum; jacebit etiam sub circulo *t v*, æquatori parallelo, per 20.mum meridiani gradum ab æquatore numeratum transeunte. Locus ergo adsumptus erit in *x*, seu in concursu arcus PA*p* cum parallelo *tv*.

344 Propositio. Latitudo geographica loci est æqualis altitudini poli supra horizontem. Si enim adsumamus locum *t* (*F. ead.*). cujus horizon sit H*k*; ejusdem latitudo erit arcus Æ*t*, & poli supra horizontem elevatio = HP. Jam vero esse Æ*t* = HP, sic declaro: imprimis æquator à polo distat quadrante, adeoque arcus ÆP est 90 graduum (336); deinde etiam locus *t* undique quadrante distat à suo horizonte, consequenter etiam arcus *t* H est 90. grad. (339 *cor.* 2.) Est adeo ÆP = *t*H: ergo subtrahendo arcum *t*P, utrique communem, remanebit Æ*t* = HP.

Coroll. 1. Quod si ergo nota sit elevatio poli pro aliquo loco, innotescit etiam latitudo geographica loci ejusdem.

Coroll. 2. Quo magis recedit quispiam locus ab æquatore versus polum, eo majorem habet elevationem poli. (*a*).

(*a*) *I. Ex methodis, quibus elevationem poli determinare potest Astronomus pro eo loco, in quo commoratur, hæc est una. Adsumitur stella polaris* S, *quæ quia polo arctico admodum vicina est, exiguum circulum* S*m describit motu suo*

§. III.

De causis, verum astrorum locum comparate ad nos perturbantibus.

345 Dum sidus quodpiam contemplamur, illud nobis adparet ita moveri, ac si ipsam cœlestis sphæræ, cujus centrum occupare nobis videmur, cavitatem raderet, quamvis ab ea longissime sit remotum: unde enascitur divisio loci sideris in physicum, & opticum. *Physicus* est, in quo sidus reipsa existit. Locus *opticus* est illud in cava sphæræ cœlestis superficie puncum, quod sidus quasi eripit spectatori, ac obtegit, adeoque ad quod punctum refertur sidus à spectatore. Dividitur locus opticus in verum & adparentem. *Verus* est, quem determinat recta ex centro terræ per sidus usque ad superficiem sphæræ ducta, seu per quam oculus in centro terræ positus referret sidus ad superficiem sphæræ: unde locus verus solet etiam *geocentricus* nominari. Sic in *Fig.* 82 centrum terræ sit T; locus opticus verus stellæ S est sphæræ punctum *m*. Locus opticus adparens, seu *visus* ejusdem sideris est punctum *n*, in quo terminatur recta O*n*, ex oculo O, in superficie terræ constituto, per sidus illud ducta. Unde altitudo quoque sideris supra horizontem est duplex; vera, & adparens. *Veram* metitur angulus HT*m*, ac proinde arcus *Tab. VII. Fig. 82.*

---

diurno, neque occidit unquam nobis, e. g. horizontem H*h habentibus. Ope quadrantis astronomici, quod sequ. §pho in* annot. *breviter describemus, determinatur ejus minima ab horizonte distantia* H*m*, *item maxima* HS. *Si illa ab hac subtrahatur, acquiritur arcus* SP*m*: *hic bifariam divisus dat arcum* P*m*. *Denique si arcus* P*m addatur ad* H*m*, *obtinetur poli* P *supra horizontem elevatio* HP.

II. Longitudo geographica loci definiri potest, si cœleste quodpiam phænomenon e. g. eclipsis Lunæ, aut immersio satellitis in umbram Jovis, observetur ab uno in eo loco, cujus longitudo quæritur, e. g. Tyrnaviæ, & simul ab alio in quopiam alio loco, cujus longitudo jam nota sit, e. g. Parisiis. Si enim dum e. g. eclipsis Lunæ inchoatur, Tyrnaviæ sit e. g. hora 4.ta, Parisiis vero hora 3.tia; hoc modo ratiocinari licet: ex observatione phænomeni patet, tunc quum Tyrnaviæ est hora 4.ta, esse Parisiis horam 3.tiam; ergo Sol à meridiano Tyrnaviensi integræ horæ arcum habet emetiendum, donec attingat meridianum Parisiensem. Jam vero Sol intra horam conficit 15 gradus, quia intra 24 horas conficit 360 gradus: ergo Tyrnavia 15 gradibus est orientalior, quam sint Parisii. Cum ergo longitudo geographica numeretur à primo meridiano versus orientem; si longitudini Parisiorum adjiciantur 15 gradus, acquiritur longitudo geographica Urbis Tyrnaviensis. Reapse 1. h. 55″ citius eveniunt id genus phænomena Tyrnaviæ, quam Parisiis, ut Astronomicæ Observationes docent: cui tempori in diurno solis motu respondent 15 gradus, 14′. Itaque hæc quantitas est reapse addenda geographicæ Parisiorum longitudini, quæ ab insula Ferri computata, est = 19 grad. 53′, 30″. Quo facto acquiritur accurata Urbis Tyrnaviensis longitudo geographica, estque = 35 grad. 7′, 30″.

Atque ex his intelligere licet, quanam ratione possint Astronomi longitudines, latitudinesque geographicas eorum locorum, quæ ipsis adire licet, ex observationibus illic institutis eruere, iisque erutis globum terrestrem, seu geographicum, & veras mappas conficere.

Hm, inter verum locum opticum & horizontem rationalem interceptus. Altitudo *adparens* est arcus Kn, inter locum adparentem *n*, & horizontem sensibilem interceptus (*a*).

346 Locum astrorum geocentricum comparate ad nos in telluris superficie positos tria cum primis perturbare solent: nimirum parallaxis, refractio luminis, & aberratio luminis. *Parallaxis*, seu angulus *parallacticus* e. g. sideris S (*Fig. ead.*) est angulus OST, quem radii visuales, alter ex centro terræ, alter ex oculo spectatoris, in superficie terræ existentis, per idem sidus ducti comprehendunt. Unde cum vera ejus sideris à zenith distantia sit = Z*m*, & tamen illud ob parallaxim suam à spectatore O referatur ad *n*, parallaxis deprimit locum sideris versus horizontem, & à zenith removet.

347 Propositio. Distantia sideris à spectatore, se habet ad radium terræ, ut sinus veræ distantiæ sideris à zenith, ad sinum parallaxeos. Nam in triang. OST, est OS : OT = sin. ang. OTS : sin. ang. OST (*Geom.* 204).

Coroll. 1. Igitur dato terræ radio, siderisque parallaxi, inveniri potest sideris à spectatore distantia. Invento enim per observationem astronomicam angulo ZOS, seu adparente sideris à zenith distantia, invenitur angulus deinceps positus SOT: hoc autem invento, si præterea sciatur parallaxis OST, utique innotescit etiam ang. OTS: hinc in proport. superius allata tres posteriores termini noti erunt, ac proinde etiam primus inveniri poterit.

Coroll. 2. Manente eadem sideris à spectatore O distantia OS, eo minor est parallaxis OST, quo minus distat sidus à zenith Z; ita ut maxima sit parallaxis horizontalis, & sidere ad zenith deveniente penitus evanescat, rectis OS & TS jam tunc penitus congruentibus. Hinc ne vocabulo *parallaxeos* vaga notio subsit, Astronomi, dum cujuspiam sideris parallaxim sine alio addito nominant, semper *horizontalem* intelligunt: quam illi ex observationibus suis, certis methodis eruere, ac determinare solent.

Coroll. 3. In proportione superius posita, si manente 2.do & 3.tio termino primus augeatur, ultimum imminui debere clarum est: hoc est, ceteris paribus, eo minor est sideris

(*a*) *Adparentes siderum altitudines, quæ calculorum astronomicorum basi sunt, hac ratione possunt determinari. Circuli quadrans* ABC (Fig. 83), *cujus arcus* BDC *in gradus & minuta divisus est, ita statuitur, ut filum* AP *pondere* P *tensum, adeoque verticale, ejus limbum radat. Deinde ita vertitur idem quadrans, ut sidus* S, *cujus altitudo observanda est, ope tubi, qui quadrantis lateri,* AC *affigi solet, oculo in* C *adplicito videri possit, adeoque ut puncta* S, A, C *sint in eadem linea recta. Arcus* BD, *quem quadrantis latus* AB, *& filum verticale* AP *intercipiunt, exprimet altitudinem sideris; quod sic declaro. Per punctum* A *ducatur planum* H*h*, *horizonti parallelum; tuto habebitur illud pro horizonte sensibili. Deinde directio fili* PA *concipiatur produci, dum terminetur in sphæræ cælestis puncto* Z: *punctum istud erit loci* A *zenith. Hinc angulus* HAZ *erit rectus* (339 cor. 2): *est ergo ang.* HAZ = BAC, *seu* HAS + SAZ = BAD + DAC; *adeoque angulos verticales* SAZ *&* DAC, *inter se æquales, subtrahendo, est ang.* HAS = BAD. *Hinc sideris* S *supra horizontem altitudo* HS *totidem graduum, minutorum est, quot in arcu* BD *reperiuntur.*

parallaxis, quo illud magis à nobis distat, & contra. Hinc cum Lunæ parallaxis observetur omnium esse maxima, ea ceteris omnibus sideribus vicinior terræ sit, est necesse; & ex adverso, stellas fixas, quoniam parallaxi sensibili carent, enormi à nobis intervallo sejunctas esse patet.

Schol. Parallaxis, de qua hactenus egimus, *diurna* dicitur, ut discernatur ab *annua*, quæ est mutatio loci sideris, quam annuus telluris in orbita sua motus inducit, e. g. Sole in T existente sit PQOP annua telluris orbita. Tellure in P existente spectator terrestris referet sidus *x* ad *r*; dum vero post sex menses Tellus in O extiterit, idem sidus ab eodem spectatore referetur ad *s*: erit adeo sideris illius parallaxis annua = ang. O*x*P.

Fig. 84. 348 Oculus spectatoris sidus S (*Fig.* 84) contemplantis sit in terrestris superficiei puncto O: BcA sit extima superficies atmosphæræ, terram ambientis. Radii lucidi Sc, S*v*, S*m* à sidere S in terram projecti, nequaquam perveniunt linea recta usque ad ipsam terræ superficiem O*tn*; sed, uti videbimus in Phys. Part. quam primum extimam terrestris atmosphæræ superficiem attingunt in punctis c, *v*, *m*, illico viam suam incurvare incipiunt, inque densiorem semper ac densiorem atmosphæræ partem devenientes, perpetuo cursum deflectunt secundum cursus curvarum cO, *vt*, *mn*: hoc est, *refractionem* patiuntur. Unde oculus O non per radium S*v*, qui directe versus illum projicitur à sidere, videt idem sidus, sed per radium curvum ScO. Porro oculus ex lege visionis locum objecti lucidi semper æstimat juxta ultimam directionem subeuntis radii, ac proinde juxta ultimam curvæ ScO tangentem OX. Hinc spectator sidus S refert ad X, aberrationemque visionis, ex luminis refractione oriundam metitur angulus rectilineus SOX.

Coroll. Igitur refractio locum sideris attollit supra horizontem, adeoque effectum parallaxis effectui contrarium gignit.

349 Si, dum radius luminis à sidere ad nos successive propagatur, interea spectatoris oculus sufficienti celeritate moveatur; oritur *aberratio luminis*. Nempe recta CA (*Fig.* 85) referat celeritatem luminis à sidere C in oculum A propagati; celeritatem autem oculi interea progredientis referat recta AB: tum ducta recta CD, ad AB parallela & æquali, puncta A & D per rectam AD connectantur. Celeritas CA resolvi potest in CD & DA; & quoniam pars CD, parallela & = AB, communis est etiam oculo A, spectator nonnisi partem alteram DA sentiet: qui proinde radium CA directione DA venire existimabit, adeoque stellam C ad D referet. Aberrabit ergo ipsius visio, & mensura hujus *aberrationis* erit angulus CAD. *Fig.* 58.

Coroll. 1. Quo minor fuerit recta CD = AB comparate ad CA, eo minor erit aberrationis angulus CAD; ita ut si CD evanescat comparate ad CA, evanescere debeat etiam angulus CAD, latere DA cum CA ad sensum congruente. Igitur, quo minor fuerit celeritas oculi comparate ad celeritatem luminis, eo minor erit aberratio; & quum evanuerit celeritas oculi comparate ad celeritatem luminis, aberratio quoque luminis evanescet.

Coroll. 2. Omnis ea celeritas, quam oculus noster habere potest, dum in superficie terræ de loco in locum transimus, omnino evanescit comparate ad immanem luminis celeritatem, uti in Part. Phys. visuri sumus: aberratio ergo luminis in hujusm. transla-

tionibus oculorum nostrorum ad sensum nulla est. Quodsi tamen tellus reapse movetur circa Solem motu annuo; motus hic oculo nostro cum Tellure communis parit aberrationem sensibilem: nominatim parit aberrationem = 20″ tunc, quum angulus CAB, quem directio luminis cum di rectione moti oculi continet, fuerit rectus: id quod Astronomi, Bradleyo duce, calculo inito eruunt.

Schol. Exstant tabulæ astronomicæ, quæ pro qualibet sideris altitudine exprimunt effectum parallaxeos, refractionis &c. atque ope hujusm. tabularum solent Astronomi suas corrigere observationes, ut verum sideris observati locum determinent.

CAPUT SECUNDUM.

De theoria motus astrorum.

§. I.

Quænam sit vera motus astrorum theoria?

350 Plerique Veterum existimabant astra omnia circa Tellurem quiescentem in circulis concentricis moveri. At nec inter Veteres deerant (ut Philolaus, Aristarchus &c.) qui systema hoc (quod à *Ptolemæo* Philosopho Alexandrino *Ptolemaici* nomen sortitum est) rejiciendum putarent, censerentque, astra omnia, ipsam adeo Tellurem volvi circa Solem, in centro Universi quiescentem. Sententiam hanc progressu temporis pene abolitam resuscitavit Nicolaus Copernicus, Torunæ in Borussia natus, Varmiensis in Polonia Canonicus, vir Astronomiæ peritissimus, & 30 annorum labore ita excoluit, ut clarissimos Astronomos, Physicosque, nactus fuerit sectatores.

351 His vero potissimum capitibus continetur systema Copernicanum. *1mo.* Copernicus Solem ponit quiescere in centro universi, ac circa eum moveri proxime Mercurium, tum Venerem deinde Terram, Martem, Jovem, denique Saturnum. *2do* Lunæ orbitam adsignat circa terram. *3tio.* Stellæ fixæ aut nullum, aut prorsus exiguum motum habent in hoc systemate: quarum (uti & Solis) diurnus motus *adparens* duntaxat est, á motu vertiginis, quo Tellus quotidie circa suum axem converti ponitur, oriundus. Systema hoc exhibet Figura 88.va *Fig. 88.*

352 Tycho de Brahe, Eques Danus, Astronomus clarissimus, novum excogitavit systema, quod refert Figura 86.ta Nempe censet Tycho, terram in centro universi quiescere, & circa eam revolvi imprimis Lunam in orbita *aa*, tum Solem in *bb*, denique stellas fixas in *hh.* Reliquis planetis non terram, sed Solem statuit pro centro, ita ut soli vicinissima sit orbita mercurii *cc*, hanc sequatur Veneris orbita *dd*, ultra hanc Martis *ee*, tum Jovis *ff*, deniqus Saturni *gg.* *Fig. 86.*

353 Postremum systema est Cl. Isaaci Newtoni, qui ex kepleri legibus (304) universalem planetarum in se se gravitatem detexit, proque præcipua cœlestium motuum causa statuit. Hæc autem sunt præcipua capita theoriæ Newtonianæ. *1.mo* Singuli cœlestes globi (saltem qui in regione planetarum, cometarumque existunt) in se se mutuo gravitant, in ratione reciproca duplicata mutuarum distantiarum *2.do* Planetæ omnes primarii, ipsa adeo Tellus nostra, revolvuntur circa Solem in orbitis ellipticis, ad circulos proxime accedentibus, ita ut singularum ellipsium focum alterum Sol ad sensum quiescens occupet. Ordo autem planetarum idem ille

est, quem Copernicus statuit (351). 3.*tio* Luna circa Terram, quatuor satellites circa Jovem, & quinque alii circa Saturnum moventur in orbitis ellipticis, à circulo parum aberrantibus; quarum focum alterutrum primarii planetæ occupent: nempe focum orbitæ lunaris terra; orbitarum, in quibus satellites Jovis incedunt, Jupiter &c. Lunaris tamen orbita variis, iisque sub sensus cadentibus mutationibus obnoxia est; id ipsum exigente, uti videbimus, gravitatis theoria. 4.*to* Causam horum motuum repetit Newtonus ab universali gravitate, & vi quadam projectili, quæ à Deo planetis ipso mundi exordio impressa fuerit. 5.*to* Tellurem vult quotidie æquabiliter converti circa suum axem motu vertiginis, idque intra 23 horas, 56′ 4″. Atque ab hoc Telluris motu repetit diurnum siderum motum, quem proinde ait esse non nisi *adparentem*.

354 Jam ex his systematis Ptolemaicum aperte adversatur Astronomiæ. Ut enim alia taceam, juxta hoc systema Mercurius, & Venus perpetuo infra Solem circa Terram gyrari deberent; cum tamen constet ex observationibus Astronomorum, Planetas illos circa Solem revolvi. E reliquis amplectendum esse Newtonianum, sequ. Propositiones palam facient.

355 Propositio I. Motus periodici Planetarum, Cometarumque duplici vi peraguntur, videlicet vi gravitatis universalis, agentis in ratione reciproca duplicata distantiarum, & vi projectili. *Prob.* Hoc adserendo, ejusmodi causa adsignatur motibus planetarum, & cometarum, quæ *vera* est, quæve phænomenis explicandis sufficit; ergo (10). *Prob.* 1. *memb. ant.* Nam imprimis omnes Planetæ, & Cometæ in se se mutuo gravitant (305) & quoniam curvas lineas describunt circa centrum sui motus, præter vim gravitatis etiam vi quadam projectili agantur, oportet: deinde mutuam eorundem gravitationem esse in ratione reciproca duplicata distantiarum, ostendimus n. 313. *Alterum ant. memb.* patebit in sequentibus ex miro phænomenorum cum hac theoria consensu, qui ob argumenti amplitudinem nequit hoc loco totus sub unum conspectum dari, sed per partes proponendus est. Ut tamen consensus ille jam nunc ex aliqua parte eluceat; videamus, quonam successu Newtonus, aliique conati sint, Cometarum motus è theoria gravitatis derivare.

356 Newtonus postquam vidisset planetarum motus cum theoria gravitatis universalis apprime consentire, investigare statuit, an non etiam motus Cometarum (qui prius censebantur nulla certa lege adstricti esse) non secus ac Planetarum ex eadem gravitatis theoria derivari possent. Collegit autem ex observationibus, si cometa in ellipsi incederet, hanc esse debere admodum excentricam, seu compressam: hinc, quoniam ellipseos admodum compressæ arcus, vertici vicinus, cum parabola ad sensum congruit (*Sect. con.* 78); calculi facilioris gratia (utpote quem in orbita elliptica computanda fere penitus inaccessum esse vidit) posuit cometam, cujus orbitam investigandam sumpsit, in arcu parabolico inflectere suum circa Solem cursum, atque arcum hunc parabolicum adgressus est juxta theoriam attractionis universalis determinare. Nempe in Fig. 87 *t* tellus, S Sol, *o c b a r d* via cometæ determinanda, MN arcus circuli maximi in sphæra cœlesti. Si cometa sit in *c*, refertur à nobis per rectam *tc* ad K, in *b* existens ad F &c. *Fig.* 87.

adeoque loco veri arcus sui *c b a* &c. videtur nobis percurrere cœlestis sphæræ arcum KFD &c. Jam determinatis in sphæra cœlesti per accuratas observationes cometæ locis K, F, D, inquisivit Newtonus in arcum parabolicum *o c b a r d*, qui rectas *t*K, *t*F &c. ea lege secet, ut areæ *c s b*, *b s a* &c. quas radius vector circa solem verrit, proportionales sint iis temporibus, quibus verruntur, & præterea eam habeant magnitudinem, quam requirit gravitas cometæ, comparata cum planetarum gravitate nobis cognita: facile enim patet, has conditiones adesse debere in eo arcu, quem cometa describit, siquidem eadem gravitatis lege, qua planetæ, circa solem revolvitur. Hæc quoque investigandi ratio satis ardua est, sed Newtonus superatis omnibus difficultatibus eo demum pervenit, ut ex tribus solis observationibus dictum arcum parabolicum definiverit.

Jam postquam id genus orbita *o c b a r d* ex tribus observationibus eruta est, facile determinantur loca in sphæra cœlesti, ad quæ referetur à spectatore terrestri cometa sequentibus temporibus, siquidem is reapse in ea orbita incedit. Cum enim in adsumpta hypothesi cometa debeat circa Solem areas verrere temporibus proportionales; inito calculo innotescit, intra quod tempus debeat verrere aream *a s r*, vel *r s d* &c, seu quando debeat is cometa esse in punctis *r*, *d* &c. adeoque nobis adparere in L, N &c. Quæ loca si cum locis observatis congruant, theoriam adsumptam confirmant; sin minus, evertunt. Porro methodo hac eo cum successu determinavit Newtonus viam celleberrimi cometæ, qui Viennensem obsidionem non ita multo antecessit, adparuitque primum mense Novembri anni 1680, tum sequentibus mensibus Decembri, Januario, Februario, ac Martio (ut omnia ejus loca calculo eruta omnino congruerint cum iis locis, quæ toto eo tempore cometa ille occupare fuit ab Astronomis observatus. "Pergebat (inquit ipse Newtonus *l. 3. Princ.*) »hic Cometa per signa fere novem »à Virginis scilicet 12.mo gradu ad »principium geminorum...... & nulla alia exstat theoria, qua cometa »tantam cœli partem motu regulari »percurrat. Motus ejus fuit maxime inæquabilis: nam circa diem »20.mum Novembris descripsit gradus circiter 5 singulis diebus: dein »motu retardato...... spatio dierum »15 cum semisse descripsit gradus »tantum 40; postea autem motu »iterum accelerato descripsit gradus »fere 5 singulis diebus, antequam »motus iterum retardari cœpit: & »theoria, quæ motui tam inæquabili per maximam cœli partem probe respondet, quæque easdem observat leges cum Theoria Planetarum, & cum accuratis observationibus Astronomorum accurate congruit, non potest non esse vera."

357 Hallejus, perculsus tanto illius Cometæ cum theoria gravitatis universalis consensu, collegit observationes omnes, quas obtinere potuit Cometarum, usque ad sua tempora accurate observatorum, quos invenit 24; tum juxta Newtoni theoriam pro unoquoque determinavit viam ex aliquot observationibus, visurus, an reliqua loca observata congruant cum arcu à se determinato: deprehendit autem, omnium omnino vias cum theoria Newtoni consentire. Idem experti sunt Astronomi, qui post Halleji obitum visorum cometarum orbitas ad calculum revocarunt. "Nulla observatio è tam multis ins-

»titutis post inventam, evulgatamque theoriam ipsi adversata est; »quod quidem casu accidisse, nemo »sibi sanus facile persuadebit." Boscov. *in annot. ad Lib. IV. Bened. Stay.* Recole etiam verba P. Jacquier n. 313 adlata.

358 Propositio II. Pro annuo Telluris circa solem motu gravia pugnant argumenta. Quatuor adducemus argumenta, quorum priora duo evincunt, stante attractione universali, annuum Telluris circa Solem motum omnino esse admittendum: duo posteriora etiam contra attractionis impugnatores vim habent. *Arg. 1.mum.* Si. sol & terra in se se mutuo gravitant, & simul sol circa terram revolvitur; eum in sua orbita gravitas in terram retineat, oportet. Sit hæc solis gravitas $= V$, massa $= M$; eadem pro terra parvis literis exprimantur. Ob reactionem actioni æqualem erit $VM = vm$, adeoque erit $V : v = m : M$. Hoc est, tot vicibus majori vi rapietur terra in Solem, quam Sol in terram, quot vicibus major est massa solis, quam sit terræ. Jam vero illa hanc millies & millies superat, uti suo loco videbimus; ergo terra quoque millies & millies fortius rapitur in solem, quam sit ea vis, quæ hunc in orbita sua continet. Hinc nisi vis projectilis indita fuisset terræ, quæ ejus ad solem accessum impediat; ea cum sole jam hactenus conjungi debuisset. Quodsi autem terræ quoque vis quædam projectilis indita est; globi hi curvas similes describent circa commune gravitatis centrum (330); quod quia prope centrum solis cadit (191), terra circa solem, non hic circa illam gyrari debebit. Nisi ergo attractionem universalem negare velis, terram circa solem motu annuo revolvi agnoscas, est necesse.

359 *2.dum* Cum sol adpareat moveri circa terram motu annuo; reapse vel Sol movetur circa terram, vel hæc circa illum: atqui stante universali gravitate Sol nequit moveri circa terram; ergo siquidem universalis gravitas admittenda est, terræ quoque circa solem motus annuus admittatur, oportet. *Prob. min.* Si quicunque duo planetæ viribus centralibus acti A & B describant suo motu ellipses circa tertium C, tanquam focum; demonstratur, in iis inter se collatis quadrata temporum periodicorum necessario esse debere, ut sunt cubi mediarum ab eodem C distantiarum (*a*). Jam vero

(*a*) *Istud esse necessarium consectarium, si stare ponantur vires attractivæ, reciprocam duplicatam distantiarum sequentes, facile patet. Si enim tempus periodicum dicatur* T, *&* *ellipseos semiaxis major sit* $= A$, *vis centripeta cuicunque ellipseos puncto* P (Fig. 66) *respondens vocetur* V; *est semper* $V = \frac{A^3}{SP^2 \times T^2}$ Fig. 66. (290. in annot.). *Porro media planetæ à foco cum centro virium congruente distantia æquatur semiaxi majori* (285); *igitur si media illa distantia vocetur* D; *loco* A *ponendo* D, *est* $V = \frac{D^3}{SP^2 \times T^2}$ *Hinc, si præterea sit* $V = \frac{1}{SP^2}$ *est* $\frac{1}{SP^2} = \frac{D^3}{SP^2 \times T^2}$. *unde prodit generatim esse* $T^2 = D^3$, *ac proinde in duabus quibusvis id genus ellipsibus esse* $T^2 : t^2 = D^3 , d^3$.

Sol, si circa terram volvitur, juxta primam Kepleri legem describit circa eam, tanquam focum, ellipsim: cum ergo certum sit, Lunam quoque in ellipsi gyrari circa terram, tanquam focum; si solis tempus periodicum sit = T, media distantia à terra = D, & eadem parvis literis pro luna exprimantur, stante gravitate universali esse deberet, $D^3 : d^3 = T^2 : t^2$. Jam Sol à terra minimum 23700 semidiametris terrestribus distat, uti suo loco videbimus, media Lunæ ab eadem terra distantia est circiter 60 semidiametrorum terrestrium: sol 365 diebus circiter videtur orbitam suam percurrere, luna vero diebus 27. Hinc in proportione posita literis numeros substituendo, stare deberet circiter, $(23700)^3 : (60)^3 = (365)^2 : (27)^2$; quod tamen à vero longissime omnino aberrare, periclitanti patebit. Ex adverso, si tellus cum quocunque planeta circa solem incedente conferatur, in iis dicta proportio deprehenditur. Rursus ergo patet, annuum terræ circa solem motum cum attractione universali connexum esse, ita ut hac agnita eum quoque agnoscere sit necesse.

360 3.*tium* Astronomi proxime elapsi seculi notabiles variationes annuas adverterunt in omnibus fixis, quas vocare cœperunt *aberrationem fixarum*: cumque causam earum ignorarent, in operationibus subtilioribus nonnisi magna cum cautela sunt usi stellis fixis; ne scilicet ejusm. incogniti motus in errorem aliquem ipsos inducerent. " Verum cum D. » Moulineux & D. Bradley has va» riationes maxima accuratione sibi » sumerent determinandas (verba » sunt Cl. La Caille *Astron.* num. 384), » posterior tandem veram causam » physicam hujus motus adpa» rentis detexit, regulasque condi» dit, ut ejus ratio in observationi» bus fixarum habeatur. " Nempe vidit Bradleyus, ex astronomicis quibusdam observationibus, quas nos in Phys. Part. de successiva luminis propagatione acturi referemus, etiam abstrahendo mentem à theoria universalis attractionis, non immerito inferri annuum telluris circa solem motum, successivamque luminis propagationem, ei celeritati conjunctam, ut lumen ab astris ad nos propagatum circiter quadrante horæ peragret diametrum orbitæ telluris. Itaque investigare statuit, utrum aberratio fixarum ex annuo telluris motu, successivaque luminis propagatione derivari non posset: ac imprimis generalem illam *aberrationis* theoriam statuit, quam nos n. 349. breviter exposuimus, tum eum motum, qui vulgo Soli adsignatur, Telluris circa Solem se se gyrantis esse posuit, & rationem, quam hæc telluris celeritas haberet ad celeritatem luminis, determinavit; demum determinata hac tabulas condidit, quæ luminis à stellis fixis propagati aberrationem pro qualibet oculi comparate ad fixas positione referrent. Atque felici omnino successu. Illico enim patuit, omnes id genus mutationes locorum in stellis fixis evanescere, observationesque exacte sibi consentire, si hæ juxta Bradleyi tabulas corrigantur; manifesto utique indicio, veram id genus discrepantiarum causam à Bradleyo detectam esse, ac proinde terram circa Solem annuo motu omnino circumagi.

361 *Arg.* 4.*tum* est mirus consensus theoriæ hujus Newtonianæ cum iis phænomenis, quorum explicatio in desperatis habenda est, si tellurem quiescere, ac proinde attractioni universali non esse obnoxiam ponas. Ac 1) audiamus Dechales in suo

Mundo Mathem. tom. 4. *Astron. l.* 6. *prop.* 55. de Ricciolo sic loquentem: "P. Ricciolus, licet ab hypothesi »Copernicana esset valde alienus, »eamque pro viribus fuisset insecta»tus; nullas tamen tabulas aptare »potuit, quæ mediocriter observatio»nibus responderent, nisi secundum »systema terræ motæ, quamvis inusi»tata advocasset subsidia, epicyclos»que mutabiles, perpetuoque incre»mento & decremento obnoxios, va»rieque ad Eclipticam inclinatos ad»hibuisset. Unde in sua *Astronomia* »*Reformata*, in qua tabulas motuum »cœlestium accuratissimas, omnibus»que observationibus accomodatas se »daturum promiserat, in hypothesim »terræ motæ relabitur.") 2 Inæqualitates in motu lunari, in quibus omnibus ad legem quandam constantem revocandis frustra desudarunt ante Newtonum Astronomi, deprehenduntur (quatenus calculum instituere licet) manifesta consectaria esse attractionis universalis inter Lunam, Terram, & Solem. " Atque hinc nonnisi »postquam à Newtono demonstratum »est, vera theoriæ satellitum ele»menta dependere à gravitate mutua »Solis, planetæ primarii, & ejus sa»tellitis; tabulæ construi cœperunt, »calculis motuum lunarium accura»tioribus utiles." La Caille *Astr.* 678 Idem est de præcessione æquinoctiorum, & quam Astronomi *nutationem axis terrestris* vocant, hincque pendentibus quibusdam adparentibus astrorum motibus, primum post excultam melius Astronomiam detectis; quæ omnia, nonnisi posita Telluris in Lunam & Solem gravitatione Newtoniana; possunt ad calculum cum successu revocari, explicarique. Quodsi autem Tellus gravitationi huic obnoxia est, eam circa solem debere volvi argumentum 1.mum & 2.dum evincit.

362 Quicumque autem Telluri motum annum attribuit; eidem diurnum quoque circa suum axem vertiginis motum attribuat, oportet. Quippe in statuenda motus astrorum theoria nonnisi methodo indirecta, & *per attentationem* possumus progredi; hæc autem evincit terræ motum vertiginis: utpote quo admisso videbimus exacte sibi consentire phænomena, non item negato illo. Ejusmodi vertiginis motum detexerunt jam Astronomi etiam in Sole, Jove, Luna, &c. Porro lubeat videre, quomodo unica projectione & motus hic vertiginis, & etiam tangentialis velocitas ad annuam orbitam necessaria. Terræ indi potuerit. BMHN (*Fig.* 91) sit planum verticaliter situm cujuspiam circuli; indatur ipsi motus BD = AB, cujus directio cum eodem plano congruat. Vis hæc BD resolvatur in BG, cujus directio per centrum *c* transeat, & in BF, ad BG normalem, adeoque tangentialem. Clarum est, parte BG planum illud progressurum uniformiter in directum: at pars BF quamlibet particulam B conabitur à circulo abducere per tangentem; hinc accedente vi centripeta, quæ par sit elidendo huic effectui vis BF, quælibet particula B circulum directione BM describet circa centrum *c*, fere uti de funda circumacta locuti sumus n. 286 in *Schol.* Hoc est, planum illud progredietur directione BG, simulque motu vertiginis rotabitur. Quodsi jam sphæra quæpiam concipiatur tota dividi in ejusmodi plana inter se parallela; cuilibet plano idem, quod plano BMHN, evenire poterit: ac proinde unico motu sphæræ impresso effici poterit, ut ea sphæra & progrediatur in directum, & etiam motu vertiginis circumagatur.

Tab. VII. Fig. 91.

Coroll. Quoniam decrescente an-

gulo DBG vis tangentialis BF=GD decrescit, evanescente evanescit; vis BD eo casu, quo in ipsum centrum c dirigeretur, nullum induceret motum vertiginis. Cum ergo mutuæ attractiones globorum totalium, e. g. Solis & terræ, saltem ad sensum in centra ipsorum tendant; motus vertiginis in globis totalibus vi mutuarum attractionum saltem ad sensum non turbantur.

363 His pertractatis patet jam Newtonianam theoriam ceteris systematis anteponendam esse: ex systemate Copernici retinendum quidem esse planetarum ordinem, tellurisque motus; at figuras orbitarum habendas pro ellipticis, omnesque motuum cœlestium vicissitudines ex universalis gravitatis lege esse derivandas.

§. II.

Communia Planetarum phænomena, nec non dierum, noctiumque vicissitudines &c. in systemate Newtoniano explicantur.

364 I. Planetæ omnes primarii circa Solem revolvuntur. Quod, qua ratione fieri possit, ut elucescat, concipiamus primo lunæ & terræ imprimi celeritates in partes oppositas, quæ cum directione virium mutuarum aliquos angulos contineant, neque tamen sint parallelæ, & massis reciproce proportionales: accedente mutuarum virium actione globi hi describent curvas similes circa commune gravitatis centrum, simulque progredietur id centrum in directum uniformiter (330). Accedat jam Sol: iste viribus suis attractivis turbabit statum dicti communis centri Lunæ & Terræ, idemque centrum præcedentem suum motum cum novo componet, & curvam versus Solem cavam describet. Quodsi autem Sol quoque in partem oppositam vi quadam projiciatur; Terra & Luna pro uno corpori haberi poterunt, quod in communi ipsorum gravitatis centro collectum sit, Sol autem pro altero: adeoque systema Terræ & Lunæ, item Sol curvas similes describent circa commune omnium trium corporum centrum gravitatis. Quodsi jam reliqui planetæ, Mercurius, Venus, Jupiter &c. in plagas varias ordine projiciantur; hi quoque omnes circa commune omnium gravitatis centrum circumagentur. Quia tamen commune hoc centrum haud procul aberit à centro Solis, tum ob enormem solaris massæ magnitudinem, quæ omnium planetarum massas simul sumptas plurimum superat, tum etiam, quia nunquam evenit, ut omnia ea corpora respectu solis versus eandem plagam jaceant; solis motus poterit haberi pro nullo ad sensum: systema vero Terræ & Lunæ, nec non reliqui planetæ circa ipsum in orbitis diversæ magnitudinis circumagentur.

Schol. Moveatur planeta in ellipsi AEBD (*Fig.* 69), cujus focum S sol occupet. Vertex A, in quo positus planeta maximam habet à foco S distantiam, vocatur *apsis summa*, item *aphelium*; vertex B, in quo planeta minimam habet ab eodem Sole distantiam, est *apsis ima*, item *perihelium*. *Tab. VI. Fig. 69.*

Tab. VII. Fig. 89. 365 II. Quamvis autem re ipsa tellus moveatur circa solem, nihilominus sol videbitur nobis circa terram in ecliptica incedere. Nam circulus AB in *Fig.* 89 referat eclipticam; ellipsis *adcb*, à circulo parum discrepans referat annuam telluris orbitam, in eodem cum ecliptica plano sitam, cujus alterum focum *s*, à centro *o* parum distantem Sol occupet. Si tellus in æquinoctiali puncto *d* extiterit, Solem *s* referemus per rectam *ds* ad ♈: progrediente tellure ex *d* versus *a* secundum signorum seriem, sol videbitur moveri ab ♈ versus ♋, itidem secundum signorum seriem, ita ut tellure perveniente ad *a*, seu infra ♑, sol adpariturus sit in ♋ per rectam *as*, & sic porro.

Coroll. Igitur sole per signa borealia adparenter progrediente, terra reapse movetur infra signa australia, & vicissim.

Schol. Quod ab æquinoctio verno ad autumnale 8 diebus plus numeremus, quam ab isto ad illud ratio est; nam imprimis tellus ab æquinoctio verno transeundo ad autumnale conficit orbitæ suæ partem *dab*; transeundo autem ab autumnali ad vernum partem *bcd*. Jam cum centrum orbitæ ellipticæ sit in *o*, recta vero *bd* per focum *s* transeat, pars *dab* est major parte *bcd*; igitur jam longiori tempore indigeret tellus ad arcum *dab* percurrendum, quam ad arcum *bcd*, etiamsi cetera essent paria: at præterea in arcu *dab* lentius incedit, quam in arcu *bcd*, quia illic magis elongatur à sole, quam hic, celeritas autem corporis viribus centralibus acti, est in ratione reciproca perpendiculi, è centro virium in tangentem demissi (274).

366 III. Planetarum orbitæ sunt ellipticæ; quæ tamen nonnunquam varias etiam ad sensum vicissitudines patiuntur, perturbanturque. Nempe vi projectili, & centripeta, reciprocam duplicatam distantiarum à centro virium rationem sequente, potest describi ellipsis, cujus focus cum eodem centro congruat (278). Porro planetæ mutuis actionibus suis turbant quidem orbitas suas mutuo, nec sinunt eas esse accurate tales, quales essent, si jam unus eorum, jam alter cum Sole, circa commune centrum seorsim circumagerentur; sed tamen ob ingentem Solis massam hæc mutua actio in planetis primariis non habebit sensibilem rationem comparate ad actionem solis, quæ planetas illos in orbita retinet; nisi id genus planetæ sint ipsi quoque ingentis massæ, & sibi simul nimiopere vicini reddantur. Tum enim vero sensibiliter etiam motus suos perturbabunt mutuo, quod in Jove & Saturno usuvenire, n. 306 diximus.

367 IV. Planeta ita incedit in orbita sua, ut ejus axis situ ad sensum parallelo progrediatur. *Ratio* est. Nam imprimis vis projectilis parallelum axis situm non turbat, ut patet: at eundem neque vis gravitatis turbabit. Hujus enim directio ad sensum dirigitur in ipsum Planetæ centrum (312. *Schol.*): ac proinde non est, cur notabiliter validius agat in unam axis partem, quam in alteram. Eo ipso autem ejusdem axis situ ad sensum parallelo progredi potest.

368 V. Planetæ in suo circa Solem cursu jam adparent directi, jam retrogradi (337. *Schol*), imo aliquando adparent stare, ut ut omnes re ipsa semper sint directi. Id inde provenit, quod planetæ reliqui non eodem tempore absolvant orbitas suas, quo tellus suam. e. g. Sit in *Fig.* 92 ABCD telluris orbita proxime circularis, sole in S exis- F. 92

tente; *a b c d* referat partem orbitæ martis, FPH arcum sphæræ cœlestis. Quoniam tempus periodicum martis majus est, quam terræ; is eo tempore, quo terra ex A in B translata fuerit, transibit e. g. ex *a* in *b*; ac proinde adparebit directus: quippe tellure in A existente is à nobis referetur ad sphæræ cœlestis punctum F; tellure vero ad B translata, adparebit nobis esse in H, adeoque videbitur arcum FH secundum signorum seriem decurrere. Quum tellus ex B ad C, mars ex *b* in *c* transit; eum nos referimus rursus ad H per rectam C *c*: tunc ergo mars stare videtur nobis. Denique postquam tellus ex C in D, mars ex *c* in *d* transit; is per rectam D*d* refertur à nobis ad P; consequenter regredi videtur per arcum HP contra signorum seriem.

369 VI Omnes stellæ quotidie circa mundi axem ab ortu versus occasum convertuntur, ita ut stella fixa intra 23. h. 56′, 4″ absolvat integram conversionem suam, Sol autem intra 24 horas. Hic motus est adparens duntaxat, è motu vertiginis, quem tellus circa suum axem intra 23 h. 56′, 4″ absolvit, oriundus. Nempe hoc motu quilibet nostrum intra dictum tempus describit circulum æquatori parallelum circa axem terræ *ot* (*Fig.* 80), idque ab occasu in ortum. Jam vero juxta Opticæ principia prorsus eodem modo fiunt impressiones in oculos nostros ab objectis externis, sive nos in plagam aliquam moveamur illis quiescentibus, seu illa quiescentibus nobis in plagam oppositam moveantur: hinc quoniam nos diurnam conversionem nostram non advertimus (eandem objectis extra nos positis, motuque illo carentibus attribuimus, sed in oppositam plagam. Omnia itaque corpora extra tellurem posita debent nobis videri, motu contrarió versus occidentem ferri, describereque circulos æquatori parallelos, eosque eo minores, quo id genus corpora ab æquatore cœlesti versus polos majorem declinationem habuerint; ita ut adparentes hujusmodi circuli in solis duobus polis sint nulli. Debent autem adparere, intra idem tempus absolvere integrum circulum, intra quod nos absolvimus conversionem integram versus orientem, si tamen corpora illa ceteroquin quiescant, ut stellæ fixæ: si autem ea corpora vel reapse habent motum aliquem versus orientem, ut planetæ, vel saltem debent aliquo alio ex capite videri, versus orientem ferri; motus hic augebit tempus integræ conversionis diurnæ. e. g. Sol debet intra annum integram eclipticam ab occasu versus ortum adparenter percurrere, adeoque singulis diebus fere integrum gradum absolvere (365). Hinc si ponamus Solem hoc temporis momento esse in meridiano nostro, ac proinde rectam è centro terræ ad centrum Solis ductam transire per meridianum nostrum terrestrem; post 23 h. 56′, 4″ absolvet quidem meridianus noster terrestris motu terræ vertiginis integram suam revolutionem; Solem tamen nondum cernemus iterum in nostro meridiano, quia is interim uno fere gradu versus ortum debuit adparenter progredi: ut adeo aliquot adhuc minutis tellus motum suum vertiginis continuare debeat, priusquam Solem rursus in meridiano nostro cernamus. Atque hinc jam intelligi potest, cur dies *solaris* sit = 24 h. adeoque major *sidereo*, seu diurna stellarum fixarum conversione, quæ est = 23 h. 56′, 4″.

Tab. VI. Fig. 80.

Coroll. Ex his intelligere licet, cur intra 24 horas semel in ortu sit

Sol, semel in meridiano, semel in occasu. Nempe semper dimidia cœlestis sphæræ pars patet oculis nostris, ita ut ad 90 gradus circumquaque pertingat visus noster: itaque dum motu vertiginis acti eum comparate ad Solem acquirimus situm, ut ab eo distemus 90 gradibus, is nobis conspicuus fit; at nulla objecta infra ipsum posita possumus adhuc conspicere, utpote magis, quam 90 grad. à nobis distantia: necessario ergo adparet nobis Sol esse in horizonte, oririque. Dum nos motum vertiginis prosequimur, semper nova & nova sphæræ pars infra Solem depressa videtur ad horizontem adpellere, Solque supra eundem in plagam motui nostro oppositam, seu versus occidentem magis ac magis emergere. Quum eum jam situm obtinemus, ut linea recta ex oculo nostro in Solem ducta per ipsum meridianum nostrum transeat; tum enim vero adparet nobis Sol attigisse meridianum nostrum. Denique dum post meridiem ita jam recedimus à Sole, ut ab eo distemus 90 gradibus; ultra eum nulla jam cœli portio est nobis conspicua, consequenter Sol est in horizontis occidentali parte, paullo post penitus occubiturus.

Schol. Quo facilius intelligantur sequentia phænomena, hæc probe notanda sunt. 1) Circulus ille, qui illud telluris hæmisphærium, quod radiis solaribus illuminatur, ab altero umbræ immerso secernit, *terminator lucis* vocatur, estque ad sensum circulus terræ maximus. 2) Fig. 80. Sit Sol in quocunque eclipticæ puncto E (*Fig.* 80), connectaturque ejus centrum cum terræ centro T per rectam ET: superficiei terrestris punctum v, per quod recta illa transit, ac proinde cui Sol directe imminet, deinceps compendii gratia vocabimus *punctum Soli subjectum.* Jam clarum est, illuminatam terræ partem ab eo terrestris superficiei puncto, cui sol perpendiculariter imminet, quaquaversus ad æqualem distantiam, nempe ad 90 gradus porrigi; igitur punctum soli subjectum à terminatore lucis undique 90 gradibus distet, est necesse.

370 VII Dum Sol adparet nobis ingredi signum arietis, vel libræ; per totum orbem dies nocti æqualis est. Imo ii, qui sub æquatore habitant, toto anno æqualem nocti diem habent. Ut *ratio primi* pateat; in eo ipso globo geographico, quo Tychonici utuntur, determinemus *terminatorem lucis* pro eo die, quo Sol signum arietis ingreditur. Ut vero iste pro dato die determinari queat, videndum prius est, quantum, & quam in partem declinet ab æquatore terrestri punctum Soli subjectum; quæ quidem declinatio ea ipsa est, quæ est Solis ab æquatore cœlesti. Itaque, cum dicto die sol sit in æquatore cælesti, punctum quoque soli subjectum erit in æquatore terrestri. Hinc cum & æquator à polis, & punctum Soli subjectum à terminatore lucis undique 90 gradibus distet; eo die terminator lucis per ipsos terræ polos transit. Colloca ergo globum geographicum ita, ut ejus poli attingant fixum illum circulum, quem Tychonici *horizontem* nominant: horizon iste referet ea die terminatorem lucis, discernetque illuminatum hemisphærium ab obscuro. Jam si globum hoc modo collocatum circumegeris circa suum axem, ut diurnum telluris motum tibi repræsentes; videbis à quolibet terrestris superficiei puncto dimidium circulum diurnum supra terminatorem lucis in hemisphærio illuminato, dimidium infra eundem in obscuro peragi; hoc est,

videbis, ubique noctem dici æqualem esse debere. Nempe omnes diurni circuli sua centra in ipso telluris axe habent: cum ergo hac die axis telluris in ipso plano terminatoris lucis sit; cujuslibet circuli diurni centrum erit in ipso plano terminatoris lucis: consequenter cujuslibet circuli diurni pars dimidia supra, altera vero pars dimidia infra terminatorem lucis sit, est necesse.

Ratio 2.di est. Nam sub æquatore habitantium diurnus circulus est ipse æquator terrestris, adeoque circulus maximus; terminator quoque lucis est circulus maximus: duo autem circuli maximi se se intersecantes, semper bifariam se se dividunt; igitur dimidius ipsorum circulus diurnus semper infra, dimidius supra terminatorem lucis sit oportet.

371 VIII. Dum sol ab ariete versus cancrum progreditur, 1) dies in boreali hemisphærio noctibus longiores sunt, in australi breviores. 2) In hemisphærio boreali dies continenter crescunt in australi decrescunt.

Ut ratio horum in globo reddi queat, adsumamus aliquem eorum dierum, quibus sol ab ariete versus cancrum progreditur, & pro eodem determinemus terminatorem lucis. Hic ut determinari queat, sciendum prius est, quotnam gradibus declinet sol ea die ab æquatore. Ponamus eam declinationem die adsumpto esse 10 graduum: totidem gradibus declinabit etiam punctum soli subjectum ab æquatore terrestri versus polum borealem. Cum ergo punctum istud à terminatore lucis undique 90 gradibus distet, & eodem puncto existente in æquatore terminator lucis per ipsos polos transeat (*præc.*); clarum est, nunc terminatorem lucis pariter 10 gradibus debere infra polum borealem deprimi, & ex altera parte supra australem attolli. Quodsi ergo globum ita collocaveris, ut polus borealis supra fixum circulum (seu Tychonicorum horizontem) 10 gradibus emineat; circulus ille pro adsumpto die determinatorem lucis referet. Hoc determinato *rationem 1.mi* facile perspicies. Si enim globum circumegeris; videbis jam nunc, arcus, quos motu diurno in parte illuminata conficiunt singula superficiei terrestris puncta, in hemisphærio boreali sita, majores esse arcubus in parte obscura confectis; contrarium autem accidere punctis ad australe hemisphærium pertinentibus: hoc est, videbis, dies in hæmisphærio boreali majores esse noctibus, in australi minores. Nempe quoniam centra diurnorum circulorum sunt in ipso telluris axe; hoc casu centra illa cum ipso telluris axe attolluntur supra terminatorem lucis in hemisphærio boreali, in australi autem deprimuntur.

Ratio 2.di est. Quia quo magis Sol recedit ab æquatore cœlesti, eo magis recedit etiam punctum Soli subjectum à terrestri æquatore: ergo eo magis deprimitur terminator lucis infra polum borealem, simulque supra australem attollitur; consequenter eo major diurni circuli arcus eminet in dies supra terminatorem lucis in boreali hemisphærio, in australi autem eo minor.

Coroll. Ex his patet, tunc boreales incolas habere maximum diem, & simul australes minimum, cum Sol adparet esse in tropico cancri, adeoque cum tellus est in tropico capricorni; ex adverso tunc illis minimum, his vero esse diem maximum, quum sol tropicum capricorni attingit.

Schol. Quænan sit dato die declinatio solis, ac proinde etiam puncti soli subjecti ab æquatore, hoc modo

inveniri potest. In dicto horizonte fixo adnotari solet, quonam in signo, & quoto ejus gradu sit Sol quavis anni die: unde inveniri potest locus Solis in ecliptica. Hic locus adducatur ad fixum meridianum, & in hoc numerentur gradus, inter locum illum Solis & æquatorem intercepti.

372 IX. Dum Sol à cancro versus æquatorem regreditur, dies in hemisphærio boreali continenter decrescunt, in australi autem crescunt; idque ita, ut eodem Sole ultra æquatorem versus capricornum progrediente, jam dies in boreali hemisphærio minores sint noctibus, in australi autem majores. *Ratio 1.mi* est. Tunc enim etiam punctum Soli subjectum regreditur versus æquatorem terrestrem, ac proinde terminator lucis semper minus & minus deprimitur infra polum borealem. Eo ipso autem arcus circulorum diurnorum supra terminatorem lucis in boreali hemisphærio continenter decrescere, in australi autem crescere debent, uti globum rite collocatum contemplanti patebit.

Ratio 2.di est. Quia sole ultra æquatorem versus capricornum progrediente, etiam puncti Soli subjecti ab æquatore declinatio est australis: ergo terminator lucis, qui ab hoc puncto ubique 90 gradibus distat, supra borealem polum attolli, & infra australem deprimi debet. Hinc prorsus eædem erunt jam nunc dierum vicissitudines in hemisphærio australi, quæ erant in boreali tunc, dum Sol in parte boreali versabatur, & contra. Recole n. *præc.*

Schol. Si in machinula axi globi adnexus fuerit circulus in 24 partes divisus cum indice, uti fit in tabulis horologiorum; determinata pro dato die terminatoris lucis positione facile determinatur pro quodlibet loco, quamdiu sit eo die sol illic conspicuus.

373 X. Sole prope alterutrum polum versante, terminator lucis diu bene depressus manet infra eum polum: adeoque incolæ polo illi sat vicini complures suas diurnas conversiones absolvunt, quin immergantur in umbram; ii vero, qui opposito polo sat vicini sunt, complures integras suas in umbra infra terminatorem lucis absolvunt. Hoc est illi diutissime, e. g. duabus, tribus &c. hebdomadis, aut etiam mensibus omni nocte carent, hi autem die. Sed hæc, & alia similia inspectio globi, rite determinato pro data anni die lucis terminatore, clariora reddet.

§. III.

Solvuntur objectiones, quibus propositio n. 355 pertractata impeti solet.

374 *Obj. 1.mo* Si astra ponantur urgeri vi gravitatis, agentis in ratione reciproca duplicata distantiarum; non obstante vi projectili consequens est fore, ut ea in Solem ruant: ergo motus astrorum à dicta gravitate, vique projectili repeti non potest. *P. ant.* Vis illa projectilis deberet sensim extingui, solaque vis gravitatis remanere; sed si ita &c. ergo. *P. maj.* Vis gravitatis semper adversaretur aliqua ex parte vi projectili, quia hæc vires semper sub aliquo angulo concurrerent; ergo ex vi projectili continenter quidpiam decerperetur: eo ipso autem vis illa projectilis sensim deberet extingui, solaque gravitas remanere. *Confirm.* In hac theoria stellis fixis non tribuitur ulla vis projectilis; ergo saltem illæ deberent decidere in Solem.

℞. *N. ant.* Ad prob. *Neg. maj.* Ad hujus prob. *C. ant D. cons.* Ergo ex vi projectili continenter &c. hoc est,

quolibet exiguo tempusculo ex ea tangentiali vi, quæ cum gravitatis directione angulum aliquem comprehendendo novam pro sequenti tempusculo vim tangentialem generat, pars aliqua deperditur; sed tamen ita, ut nova illa tangentialis vis, quæ interea generatur, possit esse etiam major, quam fuerit præcedens integra C. *cons.* ita ut nova id genus tangentialis vis semper debeat esse minor integra vi tangentiali proxime præcedente *N. cons.*

Tab. VI. Fig. 69. Ut ratio distinctionis pateat, sit planeta inquocunque orbitæ suæ puncto M (*Fig. 69*), in quo persentiscat vim projectilem, seu tangentialem MN, & vim gravitatis MI. Ex duabus his viribus, completo parallelogrammo MNOI enascitur vis composita MO: atque hæc vis composita agit vim tangentialem sequente tempusculo; si enim vis gravitatis cessaret in O, corpus sequente tempusculo abiret per tangentem vi OQ = MO uniformiter in directum. Porro evenire potest, ut diagonalis MO evadat etiam major, ac fuerit MN. imo istud evenire debet, quotiescunque vires centrales sub angulo acuto concurrunt (275).

Ad Confirm. *C. ant. N. cons.* Nam imprimis non constat, num pertingat gravitas universalis ad stellas fixas, an non, deinde etiamsi pertingeret; gravitas stellarum fixarum in Solem, ob enormem illarum ab isto distantiam, prorsus exigua esset, cujus effectus à terræ incolis in tanta distantia vix post complura annorum millia posset observari.

375 *Objic. 2.do* Planetarum orbitæ sunt ellipticæ, & primarii quidem planetæ revolvuntur in ellipsibus, quarum focum alterum Sol occupet: atqui non possent in hujusmodi ellipsibus revolvi, si agerentur vi gravitatis, agentis in ratione reciproca duplicata distantiarum, quod sic declaro. Incedat planeta in ellipsi AEBD circa Solem S (*F. ead.*) tanquam focum. Is ab apside summa A usque ad imam B semper magis & magis accedit ad Solem S, natura ellipseos istud exigente, ita ut à Sole primum in B incipiat recedere: cui tamen recessui repugnare videtur natura gravitatis, reciprocam duplicatam distantiarum à Sole sequentis; nam ea gravitas deberet esse maxima in B, adeoque in B cumprimis deberet impedire recessum planetæ à Sole.

℞. Quamvis gravitas in B sit maxima; quia tamen ibi celeritas planetæ major est, quam quæ requireretur ad circulum cum gravitate illa, ut ut magna, radio SB describendum, simulque vires hæ sub angulo recto SBK concurrunt, planetam à foco S recedere est necesse, uti n. 277 demonstratum fuit.

Urg. 1. Ex his sequeretur, in apside ima B (*Fig. ead.*) majorem esse efficacitatem celeritatis in planeta à Sole abducendo, ac sit gravitatis in eodem versus Solem retrahendo: atqui istud dici non potest. *Prob. min.* Sit apsidis summæ distantia à centro virium duplo major, quam sit distantia apsidis imæ, seu sit AS = 2 BS. Celeritas in B erit ad celeritatem in A, ut AS: BS, adeoque ut 2: 1 (274); & quoniam vis gravitatis ponitur sequi reciprocam duplicatam rationem distantiarum gravitas in B erit ad gravitatem in A, ut $AS^2 : BS^2$, adeoque ut 4: 1. Hoc est, celeritas in B est tantum duplo major, quam sit in A, gravitas vero in B est quadruplo major: ac sit in A, Unde sic jam argumentor. In apside summa A gravitatis simplæ major est efficacitas in planeta versus Solem adducendo, ac sit efficacitas celeritatis simplæ in eodem

à Sole removendo; dum enim planeta ab apside summa digreditur, jam accedit ad Solem: ergo à potiori in apside ima B, gravitatis quadruplæ major esse deberet efficacitas in planeta versus Solem adducendo, ac sit efficacitas celeritatis duplæ in eodem à Sole removendo.

℞. C. *maj.* N. *min.* Tum concessis iis, quæ argumentationi præmittuntur, in subjecta argum. C. *ant.* N. *cons.* Hæc enim argumentatio tunc solum haberet vim, si celeritatis in planeta à Sole removendo efficacitas in apside ima tantum duplo major esset, ac sit in summa, adeoque si *regula aurea* simplex hic locum haberet: at celeritatum, quæ apsidibus respondent, efficacitates in planeta à Sole removendo non sunt in eadem ratione, in qua sunt ipsæ celeritates, sed sunt ut quadrata celeritatum divisa per distantias à centro virium. Hinc si celeritas in A sit $= C$, ejus efficacitas $= E$, celeritas autem in B sit $= c$, hujus efficacitas $= e$; est $E : e = \frac{C^2}{AS} : \frac{c^2}{BS}$, seu, cum sit $AS : BS = 2 : 1$, & $C : c = 1 : 2$, est $E : e = \frac{1}{2} : \frac{4}{1}$; adeoque est $E : e = 1 : 8$. Unde patet, argumentationem in *consequente* contentam huic æquivalere: in apside summa gravitas simpla superat contrariam celeritatis efficacitatem $= 1$; ergo à potiori in apside ima gravitas quadrupla superare potest contrariam celeritatis efficacitatem $= 8$: cujusmodi argumentatio vitiosa utique est.

Porro dictam celeritatis in apside efficacitatem esse ut quadratum ejusdem celeritatis, divisum per distantiam à centro virium, sic ostendo. Cum in apside celeritas cum gravitate sub angulo recto concurrat (282); ad circulum illic inchoandum non aliud deest, quam requisita ad illum cum hac determinata celeritate describendum gravitas: quæ proinde si adesset, circulus re ipsa inchoaretur, adeoque efficacitas hujus celeritatis in æquilibrio esset cum efficacitate contraria id genus gravitatis; in circulo enim nec vis centripeta centrifugæ, nec hæc illi unquam prævalet. Ergo efficacitas celeritatis in apside æquatur illi gravitatis vi, quæ necessaria esset ad circulum illic cum celeritate illa inchoandum: atqui gravitatis vis ad circulum inchoandum requisita, est ut quadratum celeritatis divisum per radium, seu per distantiam à centro virium (280); ergo etiam celeritatis efficacitas in apside in hac eadem ratione sit, est necesse.

Urg. 2. Si in apside ima planeta viribus B*d* & B*f* actus describat arcum B*e*; efficacitatem celeritatis, seu vim centrifugam exprimet recta *e d*, & vim centripetam recta B*f* = *e d*: ergo efficacitas celeritatis non est major contraria gravitatis efficacitate.

℞. *Dist. ant.* Vim centrifugam, sumptam pro celeritatis efficacitate removendi planetam à centro virium exprimet recta *e d*, *N. ant.* vim centrifugam, sumptam pro ea celeritatis vi, qua hæc removeret planetam ab orbita sua, si vis centripeta ab agendo cessaret, exprimet recta *e d*, *C. ant.* & *N. cons.*

Evenire potest, ut Planeta recedat à centro virium, tametsi orbitam suam non deserat; imo istud in orbita elliptica constanter evenit, quamdiu Planeta ab apside ima B ad summam A progreditur: quia nempe in toto hoc Planetæ ascensu major est vis tangentialis efficacitas in eodem planeta removendo à centro virium, ac sit contraria efficaci-

tas gravitatis. At eam vis tangentialis efficacitatem non recta *e d* exprimit: hæc enim illam duntaxat vis tangentialis, seu celeritatis efficacitatem *conditionatam* repræsentat, qua tangentialis vis planetam intra datum tempusculum ab orbita removeret, si vis centripeta ab agendo cessaret. (*a*).

Urg. 3. Si in apside ima major esset celeritas, quam quæ ad circulum illic inchoandum requireretur, in summa vero minor; sequeretur, alicui orbitæ puncto inter apsides sito eam determinate celeritatem respondere, quæ sufficiat ad circulum in eodem puncto inchoandum: ergo hoc in puncto inchoaret planeta circulum, atque ita non moveretur in ellipsi.

℞ C. *ant.* N *cons.* Nam ad circulum, præter determinatam celeritatis cum vi centripeta attemperationem, præterea requiritur, ut vires sub angulo recto concurrant; quod tamen extra apsides nuspiam obtinet: in ipsis apsibus adest quidem angulus rectus, at deficit requisita ad circulum celeritas. Ergo ellipticus Planetæ motus in circularem abire nequit.

376 *Obj.* 3.*tio* Si planeta vi gravitatis rationem reciprocam duplicatam distantiarum sequentis actus posset orbitam ellipticam habere; ejus orbita prorsus eandem haberet curvedinem in apside summa, quam habet in ima (282): atqui orbita planetæ dicta gravitatis vi acti non posset eandem curvedinem habere in apside summa, quam habet in ima; ergo planeta adhuc non posset orbitam habere ellipticam, si ageretur vi gravitatis agentis in ratione reciproca duplicata distantiarum. *Prob. min.* Sit, ut prius, distantia summæ apsidis à centro virium duplo major, quam sit imæ: in ima apside gravitas erit quadruplo major, quam in summa: atqui simpla gravitas nequit eandem curvedinem efficere, quam efficit gravitas quadrupla; ergo.

℞. C. *maj.* N. *min.* Ad prob. *D. maj.* in apside ima gravitas erit quadruplo major, quam in summa, ita tamen, ut celeritas in apside ima sit duplo major, ac sit in summa C. *maj.* secus N. *maj. D. etiam min.* Atqui simpla gravitas nequit eandem efficere curvedinem, quam efficit gravitas quadrupla, si gravitas quadrupla non concurrat cum celeritate duplo majore, ac sit ea, quæ cum gravitate simpla concurrit C. *min.* secus N. *min.* & *cons.*

Si orbitæ curvedines in apsibus examinare vis; æquales utrinque arcus infinitesimos AM & B*e* adsumas, oportet: adeoque nonnisi eos gravi-

(*a*) *Quæcunque sit ratio vis tangentialis ad centripetam; quamdiu tamen vires hæ sub angulo obtuso concurrunt, tamdiu semper recedit Planeta à centro virium* (276), *ac proinde tamdiu major est efficacitas vis tangentialis in Planeta removendo à centro virium, ac sit contraria efficacitas gravitatis, utcunque magnæ. Id verum est, si vis tangentialis in quopiam casu admodum parva esset comparate ad vim gravitatis; vis gravitatis intra exiguum tempusculum efficeret, ut obtusus ille angulus celerrime decrescat, inque acutum abeat: quo obtento jam Planeta ad centrum virium accedere deberet* (276). *Quando autem dictæ vires sub angulo recto concurrunt; Planeta recedit, vel accedit ad centrum virium, prout ejus celeritas major, vel minor est, quam quæ requireretur ad circulum cum eadem gravitatis vi describendum* (277).

tatum effectus inter se contendas, est necesse, qui iis temporibus respondent, quibus æquales illi arcus percurruntur. Adsumamus ergo æquales arcus AM, & B*e*. Completis parallelogrammis AGMF & B*def*, effectus gravitatis in arcubus AM & B*e* incurvandis rite repræsentantur per AF & B*f*: esse vero AF = B*f*, sic ostendo. Quoniam AF & B*f* sunt ejusmodi spatia, quæ à vi gravitatis seorsim agente, motu uniformiter accelerato percurrerentur, est AF: B*f* = $VT^2 : vt^2$ (216. *cor.* 2.). Est vero imprimis, uti rite objectum est, V: *v* = 1: 4; deinde, quoniam celeritas in apside ima est duplo major, quam in summa, est ex adverso tempus, quo arcus AM percurritur, duplo majus, ac sit illud, quo percurritur arcus B*e*, seu est T: *t* = 2 : 1, adeoque $T^2 : t^2 = 4 : 1$. Est ergo AF : B*f* = 1 × 4 : 4 × 1 = 4 : 4; ac proinde est AF = B*f*.

377 *Obj. 4.to* Lapis in superficie terræ oblique projectus, etsi duplici vi agatur, projectili & gravitatis, non describit tamen ellipsim; ergo neque planeta describet ellipsim e. g. circa Solem. *P. ant.* Describit parabolam (327. *cor.*); ergo non ellipsim.

℞. *D. ant.* Non describit ellipsim accuratam, eamque integram *C. ant.* non describit arcum proxime ellipticum *Neg. ant.* & *cons.* Etiam lapis oblique projectus ellipticum arcum inchoat, licet ob resistentiam aeris minus accuratum, ac astra, quæ (uti ex astronomicis observationibus colligitur) nullam sensibilem medii resistentiam persentiscunt. At ellipsis, quam corpus terrestre projectum describit, ob exiguam, quam ei possumus indere, vim projectilem admodum compressa est; ita ut paulo post terræ superficies illi occurrat, atque ita corpus ab ulteriore motu impediatur. Quodsi corpus terrestre ad magnam satis distantiam sublatum, sat magna velocitate projiceretur, abessetque notabilis resistentia medii; profecto illud constanter circa terram volveretur, uti modo Lunam volvi videmus.

Ad prob. *C. ant. N. cons.* Nam uti nunc dictum est, curva, quam corpus terrestre oblique projectum describit, semper est arcus ellipseos admodum compressæ, & quidem est arcus vel continens ipsam apsidem, vel ei vicinus: quod inde licet intelligere, quia apsis est ibi, ubi tangens cum directione gravitatis angulum rectum comprehendit; hujusmodi autem tangens reperitur certe in quolibet arcu terrestris corporis, sive oblique sursum, seu horizontaliter projecti. Hinc quoniam eo vicinior est focus apsidi, quo ellipsis est magis compressa (284); clarum est, arcus ellipticos à terrestribus corporibus describi solitos, alteri foco admodum esse vicinos, ab altero autem, qui nempe cum centro virium congruit, admodum distare. Ostendunt autem Geometræ (vide *Sect. Conic.* n. 78) id genus arcus ellipticos ad arcum parabolicum accedere plurimum: unde etiam Astronomi Cometarum in ellipsibus admodum compressis incedentium arcus perihelio proximos pro parabolicis habent, eosque juxta parabolæ theoriam ad calculum cum successu revocant. Possunt ergo hæc duo conciliari, ut arcus corporum terrestrium sint proxime elliptici, & simul parabolæ naturam æmulentur.

378 Pro reliquis Obj. solv. *Nota* I. Tametsi planetæ celeritas continenter crescat ab apside summa descendendo ad imam, quod radius vector cum tangente continenter angulum acutum contineat; quia tamen ab ima redeundo ad summam

dictus angulus est continenter obtusus, eadem celeritas, hic continenter decrescit (275). Iisdem autem gradibus decrescit hic, quibus illic crevit: quia in quibuslibet punctis æque altis hinc & illinc acceptis eadem est celeritas; cum perpendicula in tangentes demissa utrinque sint æqualia. Hinc quidquid in una parte accedit ad eam celeritatem, quam planeta in apside summa habuit, id totum in altera ellipseos parte eidem demitur; consequenter planeta, dum ad apsidem summam redit, eandem habet celeritatem, quam habuit, dum ex ea digressus fuit, proindeque ellipsim priori æqualem inchoat.

379 II. Si quis dicat, adlatis hactenus responsionibus non evinci, planetas dicta gravitatis vi actos debere moveri in orbitis ellipticis; ℞. ex eo præcise, quod gravitatis vis sequatur rationem reciprocam duplicatam distantiarum, omnino non sequitur, planetarum orbitas esse debere ellipticas: quippe hac gravitatis vi non sola ellipsis, sed aliæ quoque sectiones conicæ describi possunt. Boscovichius *Dissert. de motu corporis attracti in centrum immob.* ostendit, describendam esse determinate parabolam, si projectionis celeritas ea fuerit, quam corpus è loco projectionis usque ad centrum virium labendo acquireret, eadem semper vi centripeta perseverante, quam in loco projectionis habuit; si ea celeritas minor fuerit, ellipsim; si major, hyperbolam: denique ellipsim abituram in circulum, si celeritas projectionis ea determinate fuerit, quæ per dimidiam à centro distantiam libere labendo acquireretur, eadem vi centripeta constanter perseverante, & si simul vires sub angulo recto concurrerint. At neque nos ex ea gravitatis lege inferimus, planetarum orbitas esse debere ellipticas, sed ex observationibus astronomicis, juxta primam Kepleri legem (304), ab omnibus Astronomis receptam. Satis ergo hoc loco est, si stantibus planetarum orbitis ellipticis objectiones positas robore carere, allatis responsionibus declaremus.

Schol. Cartesius immensum quemdam ætheris vorticem confinxit, qui circa Solem rapidissime volvatur, planetasque circa eundem circumagat. At hypothesis hæc, cum attractione universali, reciprocam duplicatam distantiarum rationem sequente non cohærens, antiquata jam est. Adde, hujusmodi vorticem ne posse quidem esse circa Solem. Cum enim non pauci Cometæ ab ortu in occasum moveantur, descendantque in ipsam planetarum regionem; deberent in eodem loco duo contrarii vortices adesse: alter, qui Planetam ab occidente versus ortum, alter, qui Cometam ab ortu versus occasum agat; quo quid magis absonum fingi potest?

§. IV.

Solvuntur objectiones contra telluris motum.

380 *Obj. contra motum diurnum.* Si tellus motu diurno circa suum axem circumageretur, hæc consequi necesse esset. 1) Ædificia omnia corruerent: majori enim velocitate circumageretur, quam quæ iis possit imprimi ullo terræmotu, utcunque vehementi. 2) Corpora è superficie terræ deberent per tangentem evibrari in aera, non secus ac rota velociter circumacta lutum adhærens per aerem dispergit. 3) Globus è tormento verticaliter erecto sursum excussus, nunquam posset (contra ac experientia doceat) in ejusdem tor-

menti fundum recidere: cum tormentum interea, dum globus in aere versatur, è priori suo loco procul abriperetur. 4) Aves è nidis suis evolantes, eosdem non amplius possent reperire, utpote interea motu telluris procul à loco priori delatos. 5) In lacubus, fluviis continui fluctus esse deberent, quemadmodum experimur in aqua, quæ in aperto vase curru vehitur. 6) Terræ motus vertiginis variaret elevationem poli supra horizontem, sicut variat elevationem siderum, e. g. Solis, supra eundem horizontem.

℞. N. sequ. omnes. *Ad* 1. ajo: cum ædificia constanter versus telluris centrum gravitent; motu vertiginis non efficitur unquam, ut linea directionis extra basim cadat: non est ergo, cur ob eum motum ædificia corruere debeant. At terræmotus ita inflectunt ædificia, ut lineam directionis non raro extra basim exerrare cogant: quo casu lapsum consequi oportere patet ex n. 193. *Ad* 2. ℞. eam vim centrifugam, quam ex diurna telluris conversione concipiunt corpora, elidi vi gravitatis, qua ea versus ejusdem telluris centrum tendunt: imo ad eandem elidendam sufficere partem gravitatis. Unde hoc tantum consequi necesse est, ut corpora vi tangentiali, quam ex dicto vertiginis motu concipiunt, & vi gravitatis acta circulum describant, simulque partem nativæ suæ gravitatis deperdant. Recole n. 323. Ex adverso dum rota circumagitur, lutum ipsi adhærens concipit vim centrifugam, simulque non adest alia contraria vis, quæ illam elidere queat: non est ergo mirum, quod in aerem dispergatur.

Ad 3.*tium*, & 4.*tum* ajo: quoniam motus telluris est ipsi etiam ejus atmosphæræ communis; omnes situs, motusque comparativi in superficie terræ, aereque hanc ambiente eo prorsus modo debent evenire, quo evenirent, si communis ille motus prorsus abesset. Sic etiam si in magna quapiam navi, quæ celerrime per fluvium decurrat, in clauso quopiam cubili delitescas; quoniam totum illud cubile una cum incluso aere tecum motu communi fertur, nihil eorum, quæ objicis, in eo experiris: pila, quam forte sursum perpendiculariter jacis, eadem directione recidit; si forte mures in eo cubili delitescant, receptacula sua non perdunt, etsi ex iis escam quæsituri exeant &c.

Ad 5.*tum* quoque eadem est responsio. Si lacus & fluvii cum terra sibi subjecta, incumbenteque aere, eodem prorsus motu communi feruntur; prorsus non est ratio, cur hoc ex capite motus comparativi, sine quibus tamen fluctus, aut venti esse utique non possunt, exoriantur. Quod aqua, quæ in vase aperto curru vehitur, fluctuet, ratio est; quia inprimis pars una vasis sæpe aliquos acquirit motus, quos altera pars non æque in eandem exacte partem persentiscit, ut quum rotæ in aspero plano in diversos obices incurrunt: hinc etiam aquæ una pars unum, altera alterum motum persentiscit identidem, adeoque ad motus comparativos ob insignem mobilitatem suam facillime concitatur: deinde etiam aer aquam adlambens, quoniam non eodem cum aqua motu fertur, aliquos in eandem motus comparativos inducere potest.

Ad 6.*tum* ℞. *N. sequ.* Sit enim loci t (*Fig.* 78) horizon Hh, adeoque elevatio poli $=$ HP; consideremus autem solum vertiginis motum loci t. Quoniam æquator terrestris ita subjectus cœlesti est, ut totus in hujus plano sit; locus t, quum circumagitur circa mundi axem Pp, que- *Fig.* 78.

madmodum ab æquatore terrestri, ita etiam à cœlesti semper uno eodemque graduum numero distat. Cum ergo elevatio poli sit semper æqualis latitudini loci, seu distantiæ ab æquatore (344); sicut latitudo loci, ita elevatio quoque poli, non obstante motu vertiginis, constanter eadem perseveret, oportet. Aliter se res habet cum Sole, aliisque sideribus, extra polos sitis. Hæc enim omnia, tellure circa suum axem circumacta, debent adparenter in contrariam partem moveri: suas ergo à nobis, consequenter etiam ab horizonte nostro distantias continenter varient, est necesse.

381 *Obj. contra motum annuum.* Si tellus motu annuo ab occasu in ortum moveretur; 1) saltem motu hoc deberet variari elevatio poli supra horizontem, quod sic *probo*. Sit *Æœ* (*Fig.* 90) æquator cœlestis, P*p* axis mundi, *m r n o* orbita telluris. Dum tellus ex *o* versus *m* vadit, quilibet nostrum hoc telluris motu continenter recedit ab æquatore cœlesti *Æœ*, simulque accedit ad polum P: ergo quilibet nostrum continenter aliam & aliam poli elevationem deberet nancisci. *Prob. cons.* Si in superficie terræ vel paucis milliaribus recedamus ab æquatore terrestri versus polos; jam novam nanciscimur poli supra horizontem elevationem: ergo similiter. 2) Stellæ fixæ, quæ e. g. ad polum arcticum sitæ sunt, notabiliter majores deberent adparere, tellure ad cancrum pertingente, quam adparerent eadem tellure existente in capricorno; atqui nullam id genus variationem experimur; ergo. *Prob. maj.* Opticæ principium est, corpora eminus conspecta eo minora debere adparere, quo fuerint remotiora, & contra; ergo. 3) Nos eum motum aliqua ratione perciperemus, uti sentimus nos moveri, dum curru vehimur. 4) Globus versus ortum è tormento excussus longius ferretur, quam ferretur tunc, quum ejus directio tenderet versus occasum; nam versus ortum explosus duplici motu ferretur, scilicet motu telluris, & eo, quem à nitrato pulvere nancisceretur. Imo 5) globus tormento versus occasum explosus, re ipsa versus ortum moveretur, & nonnisi adparenter versus occasum, nam totum ejus motum, quem à nitrato pulvere versus occasum nanciscitur, elideret longe major telluris motus contrarius: ergo fieri non posset, ut ædificia, respectu tormenti versus occidentem sita, ejusdem tormenti ictibus dirui queant.

Tab. VII. Fig. 90.

℞. *Ad* 1.*mum N. sequel.* Ad prob. *D. ant.* Quilibet nostrum recedit ab æquatore cœlesti *Æœ* insensibiliter *C. ant.* sensibiliter *N. ant.* & *cons.* Ad prob. *C. ant. N. cons.* Dispar ratio est. Nam in systemate telluris motæ, non secus ac in systemate quiescentis, constanter unus idemque cœlestis arcus *Æœ* (*Fig. ead.*) imminet ad sensum æquatori terrestri ita, ut cum hoc in eodem plano sit, ac proinde iis, qui hunc calcant, sit verticalis: ergo cujuslibet terrestris loci zenith, etiam in systemate telluris motæ, non secus ac quiescentis, constanter totidem gradibus, minutis distat ad sensum ab æquatore cœlesti, quot gradibus, minutis distat locus ipse ab æquatore terrestri; consequenter elevatio poli supra horizontem in systemate telluris motæ non secus ac quiescentis, pro quolibet terrestri loco totidem graduum, minutorum sit, oportet, quot gradibus, minutis locus ille ab æquatore terrestri sejungitur (344). Eo ipso autem clarum est, etiam in systemate telluris motæ debere elevationem poli variari respectu ejus, qui suam ab æquatore terrestri dis-

tantiam variat, non item respectu ejus, qui in eadem ab æquatore terrestri distantia perseverat.

Quod autem etiam in systemate telluris motæ, non secus ac quiescentis, constanter unus idemque cœlestis arcus *Ææ* debeat ad sensum imminere æquatori terrestri, ita, ut cum hoc in eodem plano sit, ac proinde terrestrem æquatorem calcantibus sit verticalis, sic declaro. Quoniam axis terræ in orbita annua *m r n o* situ parallelo progreditur (367), etiam æquatoris terrestris situs *m*, *r*, *n* &c. erunt omnes inter se paralleli; adeoque cœlestes quoque circuli *Ee*, *Ææ*, *Bb*, qui cum æquatore terrestri diversis anni temporibus in eodem plano sunt, inter se paralleli sint, oportet. Jam ut omnia phænomena rite sibi cohærere queant, indirecta *per attentationem* progrediendi methodo (13) jure adserimus, eam esse cœli amplitudinem, stellarumque fixarum à nobis distantiam, ut respectu ejus evanescat ad sensum tota telluris orbitæ annuæ diameter *mn*=EB. Itaque totus cœlestis arcus EÆB instar unius duntaxat puncti, & tota cœlestis fascia, circulis parallelis *Ee* & *Bb* comprehensa, instar unius circuli *Ææ* nobis adpareat, est necesse. Hinc linea recta, è centro terræ per terrestrem æquatorem ducta, & usque ad sphæram cœlestem protensa (quam quolibet anni tempore in aliquo dictæ fasciæ cœlestis puncto debere terminari clarum est) semper in uno eodemque circulo *Ææ* adparet nobis terminari: hoc est, quolibet anni tempore unus idemque circulus *Ææ* est ad sensum æquator cœlestis, terrestri æquatori ita imminens, ut hunc calcantibus sit constanter verticalis. Eodem modo ostenditur, etiam iis, qui e. g. tropicos aut polares circulos terrestres calcant, non obstante annuo telluris motu, constanter eosdem circulos cœlestes debere ad sensum esse verticales.

Ad 2.dum ℞. *N. maj.* Ad prob. *D. ant.* Opticæ &c. Hoc est, si ad remotum corpus ita accedas, ut accessus ille notabilis omnino sit comparate ad intervallum, quo prius distabas ab eodem corpore, id corpus debet majus adparere tibi, quam prius *C. ant.* Si accessus ille sit insensibilis comparate ad dictum intervallum *N. ant.* ℣ *cons.* Ea autem est stellarum fixarum à nobis distantia, respectu cujus tota diameter ejus orbitæ, quam tellus annuo motu percurrit, instar puncti habenda sit; ac proinde ab iisdem, non obstante annuo telluris motu, constanter eodem ad sensum intervallo sejungimur. *Neque dicas*: incredibilem esse tantam fixarum à nobis distantiam. Probato enim telluris motu, hæc tanta universi amplitudo (quæ alioquin non repugnat, imo infinitam DEI Majestatem vehementer commendat) admittenda omnino est, ut omnia cœlorum phænomena rite sibi consentiant. Adde, ne Adversarios quidem posse negare, enormem esse fixarum à nobis distantiam; cum eas videant parallaxi carere. Unde magis adversatur captui nostro id, quod ipsi admittunt, scilicet à stellis fixis quotidie re ipsa percurri enormes illos circulos, quorum radii sint ipsæ earundem ab axe mundi distantiæ.

℞. *Ad 3.tium* Motus nobis cum tellure communis prorsus nullos alios motus comparativos inducit in nos, quam quod radii lucis ex astris in oculos nostros illabentes continenter alium & alium locum occupent in oculi fundo. Hi autem motus comparativi non sufficiunt ad id, ut moveri nos advertamus; cum

hæc in oculi fundo variatio evenire possit, etiamsi quiescentibus nobis astra in partem oppositam moverentur. Sic etiam, si quis in aliqua navi positus omnes omnino directiones navi impressas reciperet, neque unquam pedem extra eam figeret; is sane facile sibi persuaderet, se cum navi stare immotum, & corpora omnia extra navim posita moveri in partem oppositam. Porro persuasio hæc tanto esset firmior, quanto major esset navis: nam tunc eo plura essent undique corpora, quæ comparate ad ipsum perpetuo eundem situm obtinerent; proindeque homo ille eo magis in errore suo confirmaretur. Quid igitur mirum, si ingentem hanc, quam incolimus, navim nostram quiescere, astra vero omnia in oppositam partem moveri, siquidem solos sensus nostros consulamus, arbitremur.

Ad 4.*tum* ajo: si de motu comparativo sit sermo, idem fore, sive hac, seu illa directione excutiatur globus; cum motus communis nullam inducat in motus comparativos mutationem: quodsi autem de motu absoluto sermo sit, ajo globum, quacunque directione excussum, semper tantummdo versus ortum progressurum, quemadmodum ille, qui in navi per fluvium celerrime decurrente, ex prora versus puppim lente progreditur, re vera secundum fluvii cursum descendit. Hinc

Ad 5.*tum C. ant.* at *N. cons.* Quo enim majori vi exploditur globus versus occidentem, eo majorem motus communis partem perdit, adeoque eo segnius movetur versus orientem: igitur eo majori vi possunt in illum incurrere ædificia versus occidentem sita, integroque communi Telluris motu versus eundem ortum progredientia. Eo ipso autem patet, eandem prorsus ruinam consequi debere in ejusmodi ædificiis, sive tellurem quiescere, sive moveri ponas.

Schol. Astronomi, Physicique hodierni, qui theoriæ Newtonianæ addicti sunt, hunc Sacræ Scripturæ textum Jos. c. 10. *Sol contra Gabaon ne movearis & Luna contra vallem Ajalon; steteruntque Sol & Luna, donec ulcisceretur se gens de inimicis suis* &c. ajunt non esse ita in sensu literali accipiendum, ut existimandus sit DEUS, verbis his terræ quietem, & solis motum voluisse nobis revelare, sed voluisse phrasi hac, ad vulgi captum, loquendique modum accomodata, memoriæ prodere miraculum illud, quod ad Josue preces accidit; quod quidem insigne fuisse agnoscas, oportet, sive tellurem quiescere, sive moveri censeas. Nempe constat, Scripturam in rebus naturalibus captui vulgi se accomodare; & jam in *Logica* adnotavimus hæc S. Augustini verba: "non legitur in Evangelio Dominus dixisse: »mitto vobis Paraclitum, qui vos »doceat de cursu solis & lunæ: »Christianos enim facere volebat, »non mathematicos." Et sane Josue, tametsi motum telluris cognitum habuisset, non alia tamen locutione potuisset uti, ac fuerit usus: risui enim suorum exposuisset se se, dicendo: *terra contra Gabaon ne movearis*, & miraculum haud fuisset ad vulgi, de terræ quiete non dubitantis, captum accomodate expressum his verbis: *stetitque terra.* Sic etiam Astronomi hodierni, ut ut theoriam Newtonianam ex animo amplectantur, non modo in sermone vulgari utuntur hujusmodi phrasibus: *Sol oritur*, *occidit*, *meridianum attingit*; sed etiam in ephemeridibus suis: ut nimirum communi hominum usui se se accomodent, receptasque loquendi formulas non deserant. Pariter huic textui: *Deus firmavit orbem ter-*

ræ, qui non commovebitur. Ps. 92. aliisque similibus ajunt longe alium subesse sensum, quam qui telluris motui, sive annuo, seu diurno advertetur. Quodsi SS. Patrum auctoritatem, motui Telluris contrariam, iisdem objicias; illud Vincentii Lirin. in *Commonit.* reponunt: *Antiqua Sanctorum Patruum consensio non in omnibus Divinæ Legis quæstiunculis, sed solum in Fidei regula magno nobis studio & investiganda est, & secuenda.*

CAPUT TERTIUM.

De sole & stellis fixis.

§. I.

De sole.

382 Solem esse vastum quendam globum maxima ex parte inflammatum, dubitari non potest. Ac imprimis convexitatem solaris superficiei proxime globosam satis evincunt observationes telescopiis institutæ, item phænomena macularum solarium, de quibus paulo post sermonem instituemus: deinde Solem esse maxima ex parte inflammatum, vel inde patet, quod tellurem nostram illuminet, calefaciat; quod suis radiis, ope vitri aut speculi collectis, terrestria hæc corpora inflammet, fundat, in cineres redigat. Hæc enim esse manifesta ignis vehementissimi indicia, quis non videt?

383 Ex parallaxi Solis inferimus, eum longe inferiorem esse stellis fixis, utpote parallaxi carentibus; at quoniam ea parallaxis est exigua, simul inferimus, eundem à nobis ingenti omnino intervallo distare: quo enim minor est horizontalis parallaxis sideris, eo sidus illud magis à tellure distat, & contra (347. *cor.* 3.). Jam horizontalem solis parallaxim plerique recentiores Astronomi, potissimum post observationes Cailii ad Caput Bonæ spei censuerunt esse proxime secundorum $10\frac{1}{2}$; donec é recentissimis anni 1769 observationibus transitus Veneris ante discum Solis patuisset, eam omnino minorem esse novem secundis, sed tamen octo secundis majorem. Cel. D. Maximilianus Hell, Universitatis Vindobonensis Astronomus Cæsareo-Regius, ex dictis anni 1769 observationibus, præsertim ex sua Wardœhusiensi, collata cum remotissima Taitensi Domini Green deducit, horizontalem solis parallaxim in mediocri à Tellure distantia esse $= 8'', 70$, ac proinde esse $= 8'', 7$, ita ut nec unica centesima unius secundi negligatur. Qua cognita, mediocris distantia solis à tellure in semidiametris terrestribus determinari potest (347. *cor.* 1.), estque juxta calculum ejusdem D. Hell. $= 23738$ semidiam. terrestr.

384 Ex eadem parallaxi eruitur, diametrum telluris ad diametrum solis esse proxime, ut 1 : 110, 459. (*a*). Hinc cum volumina sphærarum

---

(*a*) *Sit enim* OQPO (Fig. 82) *tellus, sol sit in* x. *Tellus ex sole videretur sub angulo* OxP: *est vero hic angulus æqualis duplæ parallaxi horizontali solis, uti n* 346 *recolenti facile patet. Ergo si tellus ad eam ab oculo spectatoris distantiam removeretur, quanta est solis mediocris distantia à nobis, diameter telluris adpareret spectatori sub angulo duplo majori, ac sit horizontalis solis mediocriter à nobis distantis parallaxis, adeoque adpareret sub angul.* $= 17'', 4$. *Diameter* Fig. 82.

sint ut cubi diametrorum, vel radiorum; volumen telluris est ad volumen Solis circiter, ut unitas ad cubum numeri 110, 459.

385 In Solis disco telescopiis inspecto notantur maculæ quædam irregularis figuræ, quas Astronomi *maculas solares* nominant. Has primus in sole detexit P. Cristophorus Scheinerus anno 1611 Ingolstadii, & eos, qui postea hanc ei gloriam ademptam volebant, egregie refutavit in libro, quem *Rosa Ursina* inscripsit. Vide, si lubet, P. Hauser *Elem. Philos. tom. 8.vum n.* 136. Hæc autem sunt cumprimis, quæ in maculis solaribus observantur. *1.mo* Quædam solares maculæ in ipsa nobis conspicua Solis parte repente oriuntur, ac veluti erumpunt; quædam in eadem subito evanescunt: non raro per gradus quosdam crescunt, aut decrescunt, alias celerrime dissipantur: non raro plures in unam concrescunt. *2.do* Aliquando plures, aliquando pauciores observantur; interdum nullæ. *3.tio* Quælibet, quæ diutius perdurat, deprehenditur integram periodum circa Solem intra 27 dies absolvere. *4.to* Aliquæ ipsarum dimidio sui temporis periodici sunt conspicuæ, altero dimidio latent; ita nimirum ut $13\frac{1}{2}$ diebus cernantur: aliis $13\frac{1}{2}$ diebus conspectui nostro subducantur: aliæ majori temporis sui periodici parte latent in adversa Solis parte, quam versentur in disco nobis conspicuo. Sic observavit Kirchius maculam, quæ 12 diebus visa fuit, & 15 latuit. *5.to* Constanter observantur lentius ferri circa disci margines, adparentque contractiores, quam circa medium. *6.to* Dum ab uno limbo transeunt ad alterum, interdum rectas lineas describunt, interdum curvas, easque nunc ad hanc, nunc ad aliam plagam inflexas. *7.mo* Præter nigricantes maculas aliæ quoque conspiciuntur in sole, quæ reliqua disci parte lucidiores sunt, solentque *faculæ* nominari.

386 Ex his colligere licet, maculas Solis non esse corpora à Sole distincta, quæ circa illum planetarum instar revolvantur, sed esse potius quasdam solaris massæ partes atras, flammis fere destitutas. Certe phænomena illa, quæ primo loco adlata sunt, de planetis mundo coævis, qui sint totidem satellites Solis, rite quidem philosophando explicari haud possunt. Porro possunt maculæ solares, saltem aliquæ, esse fumus quidam spissa fuligine permistus, ac è Solis massa ad aliquam distantiam sublatus: possunt aliæ esse partes ipsius solaris nuclei exustæ, ac instar scoriæ in ingentem molem excrescentes; vel etiam permanentes partes Solis, reliquis montium instar magis stantes, quæ utut plerumque fluido igneo tectæ sint, aliquando tamen per ejusdem fluidi agitationem & fluxum varium flammis fere destituantur, nobisque conspicuæ fiant.

387 Jam quod ad adlata phænomena attinet, *1.mum* & *2.dum* explicatione non indiget. Ex *3.tio* rite inferimus, Solem circa suum axem

autem solis mediocriter à nobis distantis adparet sub angulo 32′, 2″=1922″. *Cum ergo veræ diametri duorum globorum cœlestium ab oculo spectatoris æquidistantium sint in ratione diametrorum adparentium; vera telluris diameter est ad veram solis diametrum, ut* 17″, 4: 1922″, *seu utrumque hunc numerum per* 10 *multiplicando, ut* 174: 19220, *adeoque proxime, ut* 1: 110, 459.

motu vertiginis constanter converti, regularemque macularum motum esse communem ipsis cum tota solis massa. Ut 4.*ti* ratio pateat, sit in Fig. 93 AB discus Solis, spectator terrestris in O. Si macula extra discum posita orbitam quandam *a b g c* &c. percurrat; non adparet in disco Solis, nisi quum versatur in arcu *a b*, quem tangentes OA & OB intercipiunt: poterit adeo fieri, ut minore temporis periodici parte sit nobis conspicua macula, majore autem lateat. Quodsi autem is arcus proxime exæquet semicirculum, & tanto tempore lateat macula, quanto est conspicua; id indicio erit, maculam illam in ipso Solis disco hærere.

Tab. VIII. Fig. 93.

5.*tum* Phænomenon aperte indicat, solis corpus esse globosum. Maculæ quippe globi circa axem conversi eminus conspectæ juxta leges Opticæ non aliter possunt adparere. Ratio 6.*ti* est. Nam ex legibus Opticæ, circulus ab oculo satis remotus, & in eodem plano cum oculo existens, instar lineæ rectæ adparet: ergo iis temporibus, quibus tellus in orbita sua annua eam positionem obtinet, ut oculus spectatoris terrestris cum æquatore solis in eodem plano sit, etiam æquator solis ei instar lineæ rectæ adpareat, oportet. Hinc etiam viæ macularum, utpote æquatori solis parallelæ, dictis temporibus instar rectarum linearum debebunt adparere. At in qualibet alia telluris positione, æquator solaris aut attollitur supra oculum, aut infra eundem deprimitur, utpote cujus planum inclinatum est ad planum orbitæ telluris: atque hinc profluit, quod viæ macularum jam hac, jam illac inflexæ adpareant. Quod ad 7.*mum*, seu ad faculas attinet: fieri potest, ut ipsa exhalationum materia flammas concipiat, dum supra solem elevata est, atque ita nobis faculas circumsitis partibus lucidiores exhibeat; fere sicut fulgura inter nigricantes nubes emicant: hoc tamen discrimine, quod in solari nube copiosius pabulum sit, quo flamma diutius nutriatur, & conservetur. Boscovichius faculas censet esse lumen ipsius dici solaris, quod per nubes perruptas, veluti per quasdam rimulas vividius transpicitur.

Schol. Ceterum tametsi tota macularum solarium periodus nobis adpareat absolvi 27 dierum spatio; Astronomi tamen inito calculo ostendunt, integram solis conversionem reapse nonnisi 25 $\frac{1}{2}$ diebus confici: ex eo nempe principio, quod adparens macularum motus componatur ex motu vero ipsius solis circa axem & ex adparente motu axis solis circa axem eclipticæ.

§. II.

De stellis fixis.

388 Quid stellæ fixæ sint, jam n. 331 dictum est: earum à nobis distantia enormis omnino est. Etenim nullæ observationes etiam subtilissimæ detegunt ullam fixarum parallaxim, etiam annuam: eodem modo adparent in remotissimis etiam, & è diametro oppositis orbitæ terrestris, seu *orbis magni* punctis; adeoque tota diameter hujus orbis, quæ æqualis est duplæ solis à tellure distantiæ, evanescit, punctique instar habenda est comparate ad id intervallum, quo fixæ à nobis sejunguntur. Refert nihilominus Boscovichius *in annot. ad l.* 1. *de Def. Solis*, & *Lunæ*, Dominum Maskelyne, & Astronomum & Geometram egregium, annuam parallaxim Sirii (quæ fixa uti reliquis est lucidior,

ita semper vicinior etiam credita est) ex 18 observationibus Cailli, ad Caput Bonæ spei habitis à se deductam, æqualemque 15 secundis proposuisse anno 1760 Regiæ scientiarum Societati Londinensi. Hinc
Tab. VII. Fig. 82. si in Fig. 82 annua telluris orbita sit OQPO; Sirius x; juxta D. Maskelyne angulus OxP est $=15''$, adeoque ang. OxT, qui eam Sirii parallaxim exprimeret, quam observarent duo spectatores, alter in puncto O, alter in orbitæ centro T existent, est $=7\frac{1}{2}$ secund. Qua quidem ex parallaxi, juxta eundem Boscovichium inito calculo invenitur distantia Sirii à nobis esse semidiametrorum orbis annui, sive distantiarum Terræ à Sole 27502. Quanta igitur erit ejusdem Sirii distantia, si ut alii Astronomi sentiunt, vel minorem, vel etiam nullam sensibilem parallaxim annuam habeat? quanta item erit distantia illarum fixarum, in quibus nullam deprehendi parallaxim sensibilem, Astronomi consentiunt?

389 Ex enormi hac stellarum fixarum distantia patet, eas proprio fulgere lumine. Si enim eæ, non secus ac planetæ, lumen suum à Sole acciperent; tam vivaciter lucere omnino non possent: cum jam Saturnus planetarum remotissimus valde palleat, qui tamen soli millenis vicibus vicinior est, quam sint stellæ fixæ.

390 Numerus fixarum est omnino ingens. La Caille, dum esset ad promontorium Bonæ Spei, definivit loca decem millium fixarum, conclusarum tropico Capricorni, quæ telescopio duorum pedum videri possint. Longioribus telescopiis, in quamcunque cœli plagam ea dirigantur, in immensum plures stellæ adparent ubique; præsertim ea fascia, quæ via lactea, seu *galaxia* nuncupatur: ut adeo candor fasciæ hujus ab innumerabili stellarum illic collectarum multitudine repetendus videatur. Porro ut tantus fixarum numerus memoria facilius retineatur, Astronomi totam cœlestem sphæram in certos stellarum manipulos dividunt, quos *constellationes*, aut *asterismos* nominant. Hujusmodi constellationes, præter 12 signa zodiaci sunt e. g. Orion, Cetus, Ursa major, Ursa minor &c. Ut autem stellæ illæ fixæ, quarum collectio constellationem quampiam constituit, ipsæ quoque facilius dignoscerentur; earum quæpiam reliquis majores suis rursus nominibus insigniuntur ut est stella *Rigel* in Orione: aliæ à situ denominantur, quem in figura constellationis obtinent, e. g. cor Leonis: aliæ denique literis græcis exprimuntur.

391 Quænam sit vera magnitudo fixarum, omnino incertum est. Aliæ quidem adparent majores, minores aliæ; unde etiam hoc ex capite in septem classes dividi solent, ita nimirum, ut quæ luce præcellunt, vocentur stellæ *primæ magnitudinis*, deinde *secundæ*, quæ paulo minori splendore fulgent, & ita porro usque ad septimum numerum: neque tamen licet inferre, eam stellam esse majorem altera, quæ splendidior est; cum vivacitas luminis non à sola stellæ magnitudine, sed etiam ab intervallo, quo illa sejungitur à nobis, dependeat, neque constet nobis, an non longe magis distet à nobis ea, cujus debilius est lumen, ac distet ea, quam majori luce fulgere videmus. Cassinus censet massam Sirii esse ad massam Solis, ut 1000000 : 1; Boscovichius ait, admodum esse probabile, alias fixas esse minores, alias majores Sole.

Schol. Ex hactenus dictis patet,

stellas fixas pro totidem solibus esse habendas. Et forte eæ solem nostrum in eo quoque æmulantur, quod ipsæ etiam suos habeant planetas, quibuscum circa commune gravitatis centrum revolvantur. "Vix credibi»le est, inquit Cl. P. Jacquier, »DEUM tot Soles in remotissimis »locis solitarie locasse, nullaque »proximiora iis adjunxisse corpora, »quæ horum luce & calore foveant»tur. Cum enim DEUS Sapientissi»mus nihil frustra creaverit, proba»bilissimum est, Solem unumquem»que suo quoque planetarum agmi»ne adornari, qui circa hos soles, »diversis periodis, ad diversas dis»tantias, lunis quoque suis stipati »revolvuntur."

392 In lumine fixarum observatur tremor quidam, & scintillatio vivacissima, quæ in planetis non æque advertitur. Phænomeni rationem esse petendam ab atmosphæræ nostræ vaporibus trementibus, & continenter agitatis, quarum exiguis portionibus pariter exiguæ fixarum adparentes diametri teguntur identidem, & cellerrime reteguntur per vices, vel inde patet, quia prope horizontem, ubi nimirum densiores sunt vapores, longe major observatur scintillatio, quam ubi satis jam adsurgunt fixæ supra horizontem: planetæ quoque, etsi plerumque non scintillent, si tamen cœlum sit satis vaporosum, tremulo quodam lumine subsultant. Adde, hac ratione facile patere, cur stellæ fixæ plus scintillent, quam planetæ; item cur fixarum quoque scintillatio evanescat, si per telescopium aspiciantur. Nempe ratio 1.mi est, quia fixarum adparentes diametri prorsus exiguæ sunt, ita ut per telescopium (quod spurios, distortosque refractionibus radios submovet) instar lucidi puncti adpareant. Itaque radii, qui ab iis in exiguum pupillæ nostræ foramen propagantur, minimis vaporum portionibus interpositis identidem intercipi, ac veluti præcidi possunt. Planetarum vero adparentes diametri sunt majores: adeoque tametsi exigui vaporis interpositione pars aliqua radiorum intercipiatur; reliquus tamen discus adhuc sufficit ad lumen satis clare & sine sensibili interruptione in oculos reflectendum: ut adeo tunc solummodo debeat notabilis esse planetarum scintillatio, quum major fuerit copia vaporum in atmosphæra. Ratio. 2.di est. Nam latior est in telescopio vitri objectivi apertura, quam sit pupillæ nostræ; ita ut tametsi minima vaporis portio possit identidem intercipere radios illos, qui à stella in pupillam inermis oculi nostri pertinent, non tamen possit eos etiam, qui per vitri objectivi aperturam in telescopium irrumpunt. Hinc oculus quoque, cui telescopium adplicatur, sat copiosam stellæ lucem continenter percipit, ac proinde scintillationem sentire non potest.

393 Quædam inter fixas dicuntur *nebulosæ*, quod tenuem quandam lucem habeant nebulæ instar circumfusam: omnium celeberrima est, quam in gladio Orionis Hugenius primus detexit. Earum aliquæ telescopiis inspectæ deprehenduntur esse congestus quidam stellarum minimarum, quæ oculo libero nequeunt discriminari, sed instar viæ lacteæ candorem non interruptum exhibent. Unde licet conjicere, eas etiam, quæ neque per telescopium aliter adparent, quam instar candoris continui esse meram stellarum conglobatarum congeriem, sed quibus discriminandis, nec ea quidem telescopia, quæ adhuc habemus, sufficiant.

394 Mutationes quasdam obser-

varunt in stellis Astronomi.) 1 Stellæ nonnullæ, quæ à Veteribus notatæ erant, non amplius videntur: aliæ vero prius non visæ comparent, ac veluti nascuntur, quæ *novæ stellæ* nuncupari solent.) 2 Stellæ quædam exstinguuntur, tum post certam periodum rursus conspicuæ fiunt, atque ita per vices jam latent, jam cernuntur, neque sunt ejusdem constanter magnitudinis. Hæ speciatim *stellæ mutabiles* vocantur. Celebris est illa, quæ in *collo ceti* videtur. Hæc intra 11 circiter menses suam periodum absolvit, ita ut intra hoc tempus octo circiter mensibus lateat, reliquis conspicua sit, sed varia magnitudine.

395 Jam quod attinet ad causas hujusmodi mutationum, nihil à Physicis hactenus adferri potuit præter quasdam conjecturas. Fortasse stellæ aliquæ sunt obnoxiæ maculis, quæ sint solaribus similes, at his multo majores, plures, & diuturniores; vel forte alio etiam ex capite magnum suæ lucis decrementum quandoque capiunt, uti Vesuvius noster non semper eodem modo ardet. Quodsi se ita habet; intelligi aliqua ex parte potest quarundam stellarum interitus, & exortus aliarum. Hoc quippe stante evenire poterit, ut stella, quæ prius conspicua fuit, jam non effundat tantam luminis copiam in oculos nostros, quanta ad ipsam discernendam necessaria esset; aut contra. Fortasse aliquæ lentissima quadam circa proprium axem conversione diu lucidam sui partem, tum deinde perennes quasdam maculas nobis obvertunt, priori illa parte lucida nonnisi post longissimum tempus reditura. Stellæ illæ, quæ speciatim *mutabiles* vocantur, fortasse magnam superficiei suæ partem constanter igne, saltem notabili orbatam habent, præterea tempore non adeo magno absolvunt integram circa suum axem conversionem.

CAPUT QUARTUM.

De Planetis generatim; tum speciatim de Planetis primariis.

§. I.

De Planetis generatim.

396 Planetæ sunt rotunda & opaca corpora, Solis lumine collustrata. Ac imprimis eorum figuram esse globosam, observationes aperte docent: ut ut motus vertiginis, quo eos constanter converti dicemus, eandem non sinat esse perfecte sphæricam, sed ad polos nonnihil compressam. At neque de opacitate planetarum possumus dubitare. Nam de tellure constat experientia quotidiana: de Luna ex ejusdem eclipsibus patebit. Mercurius & Venus, dum ante Solis discum transeunt, instar nigerrimæ rotundæ maculæ adparent; manifesto utique argumento, eos propria luce carere. Mars, tametsi rotundus adpareat, dum inter illum & Solem tellus interponitur; in quadraturis tamen non habet illuminatum totum eum discum, quem nobis obvertit, sed fere præfert speciem, qua Luna triduo aut quatriduo ante vel post plenilunium conspici solet: quod evidens esse signum opaci globi, ex sequentibus adparebit. Jupiter, & Saturnus umbram projiciunt in partem à Sole aversam, quam ingressi satellites ipsorum conspectui nostro repente subducuntur. Denique ipsi satellites, dum ante discum prima-

riorum transeunt instar nigrarum macularum adparent.

397 In Venere, Marte, & Jove complures maculæ conspiciuntur ope telescopii, quas in Luna ob vicinitatem inermi etiam oculó discernimus: ex quibus conjicimus, planetas constare partibus multum dissimilibus, quarum aliæ magis, aliæ minus sint aptæ ad lucem, quam à Sole accipiunt, reflectendam. Porro è motu macularum colligunt Astronomi, planetas circa axem ab occassu versus ortum converti. Quem quidem motum etiam Saturno, & Mercurio, item satellitibus convenire suadet analogia, quamvis in iis maculæ observari nequeant. Tempora periodica hujusmodi conversionum per observationes definita hæc sunt: in Jove 9 horarum, 56′, in Marte 24 hor. 40′; in Venere 23 hor. 20′; Luna autem motu menstruo circa suum axem convertitur. In Sole esse dierum $25\frac{1}{2}$, & in Tellure 23 hor. 56′, 4′, jam alias diximus.

398 Planetarum à Sole distantiæ in *relativas* & *absolutas* tribui solent. *Relativas* ille scit, qui scit edicere, quanam in ratione sit unius planetæ à sole distantia ad distantiam alterius ab eodem Sole: *absolutas* autem ille novit, qui novit edicere, quotnam miliaribus, aut semidiametris terrestribus unusquisque planeta à Sole distet. Jam quod ad relativas *mediocres* planetarum á sole distantias attinet: si telluris à sole distantia mediocris ponatur esse = 100000; est Mercurii = 38710, Veneris = 72333, Martis = 152369, Jovis = 520098, Saturni = 954007. Hine, quoniam è parallaxi Solis innotuit absoluta telluris ab eodem Sole distantia (383); facile jam est ceterorum quoque planetarum primariorum absolutas à Sole distantias determinare: scilicet hanc instituendo proportionem: uti se habet telluris à Sole ditantia relativa ad absolutam, ita se habet e. g. Martis à Sole distantia relativa ad absolutam. Vide, si lubet, Cl. Christ. Mayer *Expos. de transitu Veneris ante discum Solis* n. 25.

399 Constat ex Optica, veram planetæ diametrum esse in ratione composita diametri adparentis, & distantiæ ab oculo spectatoris. Hinc cognita distantiarum ratione determinatisque adparentibus diametris, (*a*) etiam verarum diametrorum ratio innotescit. Hac comperta, voluminum quoque ratio obtinetur, saltem circiter: volumina quippe sphærarum sunt ut cubi diametrorum. Diametros planetarum adnotabimus inferius, ubi de iisdem speciatim agemus. Quod autem ad massas eorundem attinet: generatim notandum est, in iis duntaxat globis cœlestibus posse rationem massarum detegi, qui circa se habent alium veluti Satellitem, uti habet Sol primarios Planetas, Terra Lunam &c. Nempe si massa sideris satellite gaudentis sit = M, mediocris distantia satellitis ab eodem sidere

---

(*a*) *Adparentes planetarum diametri determinari possunt ope instrumenti illius, quod Astronomi adpellant* micrometrum. *Sunt in hoc instrumento bina fila parallela, quæ ope cochleæ ad se admoveri, & à se invicem removeri possunt. Includitur instrumentum telescopio ita, ut fila in eo loco sint, in quo efformatur imago objecti. Admotis ad se invicem filis ita, ut planetæ discum includant, & utrinque veluti radant, adparens ejusdem planetæ diameter innotescit.*

sit $= D$, tempus periodicum $= T$; est generatim $M = \frac{D^3}{T^2}$ (*a*). Adeoque in duobus sideribus satellites habentibus est $M : m = \frac{D^3}{T^2} : \frac{d^3}{t^2}$. Hoc est, generatim massæ duorum quorumvis systematis nostri siderum satellite gaudentium sunt ut cubi mediocrium distantiarum satellitum, divisi per quadrata temporum periodicorum eorundem satellitum. Hinc cum Mercurius, Mars, & Venus satellite careant; eorum massæ nequeunt determinari: potest ex adverso massa Solis, Terræ, Jovis, & Saturni e. g. Cum circa terram Luna, circa Solem inter reliquos planetas primarios Mars revolvatur; est massa terræ ad massam Solis, uti est cubus mediocris distantiæ Lunæ à terra, divisus per quadratum temporis periodici ejusdem Lunæ, ad cubum mediocris distantiæ Martis à Sole, divisum per quadratum temporis periodici ejusdem Martis. Porro massis & voluminibus determinatis determinantur etiam densitates; cum densitas sit generatim in ratione composita ex directa massæ & inversa voluminis (102. cor. 1.).

§. II.

De planetarum phasibus, & eclipsibus.

400 Quotiescunque duo quipiam planetæ eum inter se situm obtinent, ut à nobis ad eandem zodiaci plagam referantur; dicuntur esse *in conjunctione*: *in oppositione* autem, cum eorum in zodiaco loca, ad quæ à nobis referuntur, dimidio à se invicem circulo, seu 180 grad. distant. Sic quum Luna inter Tellurem & Solem interponitur; tam Lunam, quam Solem ad eandem zodiaci plagam referimus; ac proinde aimus globos illos esse in *conjunctione*: quum autem Tellus interponitur inter Solem & Lunam, dimidio circulo distant à se invicem ea zodiaci loca, quorum unum Sol, alterum Luna videtur nobis occupare; hoc itaque casu sidera illa sunt in *oppositione*. In utroque hoc casu dicitur Luna esse in *syzygiis*; in *quadraturis* autem, dum ejus in zodiaco locus 90 gradibus distat à loco Solis.

401 Ex diversa planetarum comparate ad Solem & tellurem positione oriuntur *phases*, seu varia partis illuminatæ comparate ad nos incrementa & decrementa. Expendamus

---

(*a*) *Volvatur enim satelles circa suum primarium* S (Fig. 66) *in ellipsi* PBLP, *cujus alteruter focus sit in* S. *Vis gravitatis satellitis in suum primarium sit* $= V$, *ejusdem tempus periodicum* $= T$, *semiaxis major ellipseos* $= A$, *&* *massa primarii* $= M$. *In quolibet orbitæ puncto* P *erit imprimis* $V = \frac{M}{SP^2}$ (313), *erit deinde* $V = \frac{A^3}{SP^2 \times T^2}$ (290. in annot. IV.). *Hinc erit* $\frac{M}{SP^2} = \frac{A^3}{SP^2 \times T^2}$, *adeoque* $M = \frac{A^3}{T^2}$, *seu ob* $A = D$ (283 *&* 285) *erit* $M = \frac{D^3}{T^2}$. Tab. V. Fig. 66.

phases Lunæ utpote magis conspicuas, & ex quibus de aliorum quoque planetarum phasibus judicium ferri poterit. Sit in Fig. 94 S sol, T terra: quoniam communis ille motus, quo Tellus & Luna circa Solem circumaguntur, comparativum eorundem situm non turbat; possumus hoc loco communem illum motum habere pro nullo. Quodsi Luna fuerit in L, seu in conjunctione; partem obscuram ABC obvertet nobis, parte illuminata ADC in adversam à Tellure partem cadente: habebitur ergo *novilunium.* At vel hoc casu dicta pars ABC illuminabitur tantisper radiis à tellure reflexis (quod lumen *secundarium* dici solet) ita ut non debeat oculis nostris penitus subduci. Porro ubi confectis versus orientem 90 gradibus pervenerit ad primam quadraturam, seu ad L′ hemisphærium ADC illustrabitur à Sole: hujus autem hemisphærii dimidia pars erit nobis conspicua, Lunaque adparebit nobis *dichotoma*, seu dimidia sui parte splendens. Dum rursus aliis 90 gradibus percursis venerit ad oppositionem, seu ad L″; totum ejus hemisphærium illuminatum telluri obvertetur, eritque *plenilunium.* Deniqut post novos 90 gradus secundam quadraturam attinget in L‴, eritque iterum, ut in prima quadratura fuit, dichotoma.

Tab. VIII. Fig. 94.

Coroll. 1. Cum Luna singulis mensibus orbitam suam absolvat circa tellurem; omnes ipsius phases singulis mensibus redire est necesse.

Coroll. 2. Quoniam Luna à conjunctione ad oppositionem transeundo semper majorem & majorem illuminatæ superficiei suæ partem nobis obvertit; ejus discus illuminatus comparate ad nos eo casu continenter crescere debet, decrescere vero ob rationem contrariam tunc, quum ab oppositione ad conjunctionem fit reditus. Porro quando pars lucida nobis obversa est exigua, nimirum in principio & fine lunationis; luna adparet falcata: ac tum falcis lucidæ dorsum semper respicit ipsum Solem, cornibus ad plagam oppositam directis.

Schol. Ut visa luna dignoscas, crescatne ea, an decrescat; hunc de illuminato ipsius dorso versum nota: *Crescens occiduum, decrescens respicit ortum.*

402 Mercurius, & Venus non secus ac Luna jam pleno orbe fulgent, jam falcati adparent. Mars quoque suas patitur phases: aliquando enim videtur totus rotundus, aliquando autem ellipticam figuram refert, qualem in Luna tribus ante plenilunium diebus observare solemus. In Jove & Saturno (tametsi hi quoque opaca corpora, propria luce carentia sint) nullas licet observare phases; idque ob ingentem ipsorum à Sole distantiam, qua fit, ut eodem fere modo videantur è terra quo è Sole viderentur.

403 *Eclipsis* est defectio luminis, quam in Luna cumprimis & Sole quandoque notamus, ab Astronomis prædici solita. Alia est realis; alia adparens; item alia totalis, alia partialis. *Realis* est, qua lumen planetæ reapse deficit: *adparens*, qua lumen reapse non deficit in planeta, sed solum nobis deficere videtur. *Totalis eclipsis* habetur, quum in toto sideris disco; *partialis* vero, quum in aliqua tantum ejus parte lumen reapse aut adparenter deficit. Eclipses in Luna cumprimis & Sole sunt conspicuæ, ac proinde peculiariter pertractandæ.

404 Propositio I. Luna tunc patitur eclipsim, quum in umbram terræ incurrit. Nam imprimis nunquam observatur Luna eclipsim pati, nisi quum juxta calculum Astro-

nomorum in umbram terræ incurrere debet; deinde tanto duntaxat tempore durat ejusdem eclipsis, quanto ipsam debere in umbra terræ versari, suo itidem calculo eruunt Astronomi &c. Unde etiam iidem Astronomi huic fundamento innixi, initium, finem, ceteraque lunaris eclipseos adjuncta prædicunt accurate. Cum ergo præterea clarum sit, Lunam tunc, quum ea in terræ umbra versatur, non posse radiis solaribus illustrari; veritas Propositionis in aperto est: quam explicatione phænomenorum confirmabimus.

405 I. Eclipsis Lunæ nunquam evenit nisi tempore plenilunii. Nam umbra terræ semper in aversam à Sole partem porrigitur, seu semper 180 gradibus distat à Sole: igitur neque Luna potest in umbram terræ incurrere, nisi quum 180 gradibus distat à Sole, adeoque nisi tempore plenilunii (401).

406 II. Non habetur tamen eclipsis Lunæ in quolibet plenilunio. Hujus ut ratio pateat, sit ACB (*Fig.* 93) ea telluris pars, quum Sol S illuminat: tellus in aversam à Sole partem projicit umbram AOB, quæ ad sensum est figuræ conicæ; terminatur enim radiis, Solem & Terram undique tangentibus. Jam imprimis axis hujus coni productus transit per centra Solis & Terræ, adeoque est in ipso plano eclipticæ: hinc dimidia ejusdem coni pars supra plano eclipticæ eminet, dimidia vero infra illud deprimitur: deinde quoniam terra umbram semper directe in aversam à Sole partem projicit, dictus conus umbrosus à sole semper 180 gradibus distat. His notatis, ponamus jam 1) accidere, ut plenilunii tempore conus umbrosus cadat accurate in alterutrum *nodum* lunarem, seu in illud eclipticæ punctum, in quo eam orbita lunaris

Fig. 93.

intersecat: luna quoque, cum hæc etiam 180 gradibus debeat plenilunii tempore à sole distare (401), in eodem nodo sit, oportet. Hoc ergo casu luna in umbra erit, eclipsimque patietur. e. g. sit in *Fig.* 103 AB pars Eclipticæ, ED pars orbitæ lunaris, & C nodus, in quo eæ orbitæ se se intersecant: quas tamen orbitas non in uno eodemque, sed in diversis planis (uti reapse sunt) sitas esse nobis repræsentemus. Quodsi contingat tunc esse plenilunium, quum umbra terræ cadit in nodum C; neque Luna potest tunc in alio orbitæ suæ loco esse, quam in C, adeoque eclipsim patiatur, est necesse. Ponamus 2) umbrosum conum plenilunii tempore in *n* secare eclipticam, ita ut locus *n* à nodo C non multum distet. Quoniam plenilunii tempore Luna à Sole (non secus ac conus umbrosus) 180 gradibus distat; eodem tempore Luna erit in orbitæ suæ loco *m*. Cum ergo & volumen Lunæ ultra orbitam DE (utpote quam nonnisi ejus centrum gravitatis tenet) porrigatur, & conus quoque umbrosus sat crassus sit; hoc casu facile evenire potest, ut ob intervallum *m n* non adeo magnum Luna in dictum conum umbrosum saltem aliqua sui parte incurrat. At si conus umbrosus & Luna plenilunii tempore satis distiterint à nodo lunari, e. g. cono umbroso eclipticam in B intersecante, Luna autem in orbitæ suæ loco D existente; ob satis magnam jam ibi orbitæ lunaris ab ecliptica declinationem = DB fieri poterit, ut luna plena penitus extra umbrosum conum cadat, & penes eum absque omni eclipsi transeat. Ex quibus patet, nonnisi tunc evenire debere eclipsim lunarem, quum umbra terræ plenilunii tempore vel in ipsum nodum lunarem, vel prope eum cadit.

Fig. 103.

407 III. Eclipsis lunaris jam est totalis, jam partialis: prout nempe jam tota Luna, jam aliqua tantum ejus pars immergitur umbræ. Certe crassitudo coni umbrosi, ubi per eam Luna transire potest, docentibus Astronomis est circiter tripla diametri lunaris; poterit ergo tota Luna, & quidem diutius in umbra hærere, si conus umbrosus in ipso nodo, vel in magna ejus vicinitate fuerit. Semper autem ab orientali Lunæ limbo incipit obscuratio: quia Luna ab occidente ad orientem progreditur; adeoque orientalis ejus limbus prius incurrit in umbram, quam occidentalis. Porro ut ut umbra quoque terræ ab occidente in orientem continenter progrediatur; non est tamen consequens, ut Luna eam semel ingressa, ex eadem non amplius emergere possit; Lunæ enim motus est celerior, quam umbræ: alioquin hanc nec adsequi potuisset.

408 IV. Raro Luna oculis nostris ex toto subducitur, etiam quum plenam eclipsim patitur. Complures enim radii solares in atmosphæra nostra refracti, intro in ipsam terræ umbram intorquentur, & ad ipsam Lunam pervenientes, eam tantisper illuminant. Quodsi autem atmosphæra undique admodum repleta esset vaporibus, qui idgenus radios plerosque absorberent potius, quam in umbram intorquerent; tum enimvero Luna oculis nostris penitus subduceretur: quod nonnunquam evenisse jam, Astronomorum monumenta testantur. Nonnunquam Luna eclipseos tempore sanguineo colore suffusa cernitur. Id ab atmosphæræ constitutione pendet; rubeos potissimum radios, utpote qui dificillime absorbentur, in umbram inflectentis, ceteris maxima ex parte aut reflexis, aut absorptis. Sed istud in *Phys. part.* intelligetur plenius.

409 V. Luna, antequam terræ umbram ingrediatur, pallere notatur: idem ipsi evenit ex umbra post eclipsim emergenti. Nempe umbra, quam corpora à Sole illustrata projiciunt, habet margines confusos, ita ut ab umbra densa ad plenum lumen, & vicissim, per aliquem tractum semiobscurum transeatur. Hic tractus semiobscurus vocatur *penumbra*: ea terræ quoque umbram undique cingit. Sunt enim semper loca quædam post opacum corpus, ex quibus nullum videri potest punctum solaris disci, & ibi est umbra plena: sunt alia, ex quibus licet videre totum Solis discum, & ibi est lumen plenum: sunt alia, ex quibus pars tantum adparet disci solaris, & ibi habetur *penumbra*, seu medium inter umbram & plenam lucem, cum ad ea loca non ex omnibus disci solaris partibus propagentur radii. Atque hæc penumbra est causa dicti palloris in Luna.

410 PROPOSITIO II. Eclipsis solaris tunc evenit, quum Luna ita interponitur inter Solem & Terram, ut impediat, ne à Sole ad Terram, vel totam, vel saltem aliquam ejus partem radii linea recta propagari queant. Istud vel inde patet quod eclipsis hæc eo duntaxat tempore contingat, & tamdiu duret, quo tempore & quamdiu Luna juxta calculum Astronomorum inter Solem & Terram dicto modo interponi debet: unde etiam ejus initium, & finis, nec non adjuncta cetera ab Astronomis hujus propositionis veritati innixis cum successu omnino prædicuntur. Præcipua hujus eclipseos phænomena sunt hæc.

411 I. Eclipsis solaris nunquam evenit, nisi tempore novilunii. Nempe notandum est: radii illi, qui à Sole in terram linea recta evibrantur, constituunt quendam conum truncatum, cujus basis una est he-

misphærium Solis, telluri obversum, altera hemisphærium terræ, vicissim Soli oppositum. Axis lucidi hujus coni transit per centra Solis & terræ, adeoque est in ipso plano eclipticæ: hinc dimidia ejusdem coni pars supra planum eclipticæ eminet, dimidia vero infra illud deprimitur; quemadmodum de conica terræ umbra locuti sumus n. 406. Jam si Luna immergatur in lucidum hunc conum; pro ratione immersionis intercipiet partem radiorum solarium tellurem illustrantium: adeoque ei telluris parti, ad quam intercepti illi radii secus pertinuissent, Luna vel totum solarem discum, vel saltem ejus partem obteget: hoc est, in ea telluris parte eclipsis Solis sentietur. Non posse autem Lunam in conum illum lucidum incurrere, nisi tempore novilunii, quum nempe est in conjunctione cum Sole, nemo non videt.

412 II. Non debet tamen in quolibet novilunio evenire eclipsis Solis. Tametsi enim tempore novilunii semper & luna, & lucidus ille conus respectu telluris ad eandem cœli partem cadant; quia tamen axis lucidi coni semper in ipso eclipticæ plano jacet, orbita vero lunæ ad eclipticam inclinata est, evenire potest, ut Luna novilunii tempore tota extra lucidum illum conum cadat, quemadmodum de umbroso cono n. 406 locuti sumus: ut adeo tunc solum debeat eclipsis solaris contingere, quum novilunii tempore Luna vel in ipso nodo, vel in ejus vicinitate fuerit. Istud enim si accidat; etiam axis coni lucidi vel in ipso nodo erit, vel in eo eclipticæ (ad eandem cum Luna partem) loco, qui nodo sat vicinus sit: ut adeo ob nullam, aut exiguam illic orbitæ lunaris ab ecliptica declinationem vel totam lunam, vel saltem partem ejus in lucidum illum conum immergi sit necesse. Facilius tamen incurret Luna novilunii tempore in lucidum conum, quam plenilunii tempore in umbrosum; quia illum isto crassiorem esse clarum est: unde etiam experientia teste frequentius eveniunt eclipses solares, quam lunares.

413 III. Eodem tempore, quo aliqui terræ incolæ solarem eclipsim habent, alii totum Solem lucidum absque omni eclipsi vident. Nempe Luna, dum in lucidum conum ingreditur, umbram suam conicam in terram projicit, qui umbrosus conus non adeo magnam superficiei terrestris partem potest uno eodemque tempore obscurare. Jam etsi Luna terræ incolis, intra eum conum sitis totum discum solarem, in penumbra existentibus autem partem ejus disci tegat; nihilominus ii, qui extra ipsam etiam penumbram existunt, eodem tempore totum discum solarem conspicuum habent, ac proinde nullam eclipsim observant. Recole n. 409.

Coroll. Ex his patet, eclipsim solis esse duntaxat *adparentem*: unde etiam à quibusdam potius *eclipsis telluris* nominatur. Aliter sentiendum est de eclipsi lunari. Hæc enim in vero luminis in Luna defectu sita est: unde etiam ab omnibus, quorum conspectui Luna eclipseos suæ tempore patet, accurate eadem ejus pars, eodemque tempore cernitur obscurata.

414 Etiam Venus & Mercurius, utpote planetæ Tellure inferiores, possunt subire inter Solem & Tellurem, & subeunt etiam; Venus quidem circiter intra 19 menses, Mercurius autem circiter intra menses quatuor. Quodsi eo tempore planetæ illi fuerint prope suum nodum alterutrum; incurrent in lucidum

illum conum, quem in explicatione solaris eclipseos descripsimus, adeoque adparebunt in Sole instar maculæ nigræ: quod phænomenon vocatur eorum *transitus ante discum Solis.* At pro hoc phænomeno observando telescopiis opus est, ob exiguam eorum diametrum adparentem. Transitus Mercurii ante discum Solis intra hoc sæculum habetur 16 vicibus: at transitus Veneris est omnino phænomenon rarissimum; quod ex eo tempore, ex quo telescopia à Galilæo inventa sunt, nonnisi quater accidit, nempe annis 1631, 1639, 1761, & 1769 die 3.tia Junii; neque accidet prius, quam anno 1874, uti Astronomi, spectato ejus tempore periodico, adparente diametro, orbitæque ad eclipticam inclinatione, subducto calculo eruunt.

§. III.

De planetis primariis speciatim.

415 *Mercurius* observatu difficillimus est; propterea, quod Soli admodum vicinus sit, proindeque radiis ejusdem nimiopere immersus. Orbitam suam circa solem absolvit intra 87 dies, 23 hor. $15\frac{1}{2}$ min. Ejus diameter est ad Telluris diametrum ut 1 : 2, 67. (*a*)

416 *Venus* supra Mercurium volvitur circa Solem, & ab isto circiter ad 47 gradus digredi potest. Dum orientem Solem præcedit, *Phosphorus*, seu *Lucifer*; dum occidentem sequitur, *Hesperus* audit. Orbitam suam circa Solem absolvit 224 d. 16 h. $48\frac{1}{2}$ min. Dum in *perigæo*, id est, in minima à Tellure distantia est, quandoque interdiu inermi oculo vi-

---

(*a*) *Ut istud detegatur, inveniamus prius, quanam in ratione esset adparens Mercurii diameter ad adparentem telluris diametrum eo casu, quo uterque tantundem distaret à spectatore, quanta est solis distantia mediocris à nobis. Ac telluris quidem diameter adparens tunc esset* $= 17''$, 4 (384. in annot.): *quænam autem esset Mercurii, hoc modo innotescit. Nempe* " *Diameter Mercurii) verba* » *sunt Cl. Christ. Mayer* Expos. de Transitu Vener. ante discum solis an. 1769. » *n.* 182) *anno* 1753 *transeuntis ante discum solis adparuit* $11\frac{8}{10}$ *secundorum:* » *distantia Mercurii à tellure tum fuit ad distantiam solis à tellure, ut* 178 » *ad* 323." *Cum ergo diameter adparens planetæ varietur in ratione inversa variatæ distantiæ ab oculo spectatoris; Mercurii, mediocri Solis distantia à nobis remoti, diameter adparens invenitur, hanc instituendo proportionem*, $323 : 178 = 11\frac{8}{10}'' : x$. *Prodibit autem* $x = 6''$, 5. *Cum ergo duorum siderum à spectatore æquidistantium adparentes diametri sint in ratione ipsarum verarum* (398); *Mercurii diameter est ad diametrum telluris, ut* $6''$, 5 : $17''$, $4 = 65 : 174 = 1 :$ 2, 67 *proxime.*

Eodem modo potest determinari ratio diametri etiam alterius cujusque planetæ ad diametrum telluris. Quem in finem è Tabula ejusdem Cl. Mayer loc. cit. *n.* 188. *subnecto reliquas quoque diametros adparentes, ad eam à nobis distantiam, quæ est mediocris distantia Solis, reductas.* Veneris $= 16''$, 4. Martis $= 9''$, 8. Jovis $= 193''$, $7 = 3'$, $13''$, 7. Saturnis $= 2'$, $51''$, 7. Solis, *uti jam dictum est* $= 32'$, $2''$.

feruntur inter se: & siquidem ii essent omnes inter se æquales; figura telluris pro sphærica haberetur. At ii in diversis terræ plagis deprehenduntur esse inæquales, ita ut majores sint in Galliis, quam sub æquatore, & versus polos adhuc majores, quam in Galliis. Unde definitum demum est, terræ figuram, seu ejus superficiem ubique ductu horizontali acceptam, esse compressam ad polos, sub æquatore autem protuberantem, ac proinde theoriam Newtoni confirmari. Ut autem pateat, qua argumentandi ratione istud inferatur, sit.

421 Propositio. Ponamus terrestris meridiani arcum AB (*Fig. ead*) esse unius gradus. Quo major fuerit curvedo arcus AB, eo minor erit ejusdem mensura in hexapedis; & ex adverso. Nam generatim quo major est curvedo arcus terrestris, eo magis divaricantur perpendiculares DA & EB versus plagam superiorem, & eo citius conveniunt in visceribus terræ; ac proinde punctum C eo est propinquius superficiei terrestri: ergo eædem perpendiculares eo minorem arcum AB ad hexapedas redactum intercipiunt dato angulo C. Certe ex diversis arcubus, ejusdem anguli mensuris, ille est minor in hexapedis, qui centro, seu dicti anguli apici est vicinior, & contra.

Coroll. Cum ergo gradus meridiani terrestris, ad hexapedas redacti, majores sint ad polos, quam in Galliis, & isthic majores, quam sub æquatore; ad polos minima est curvedo superficiei terrestris, major in Galliis, maxima sub æquatore. Hoc est, figura terræ ad polos compressa est, ad æquatorem vero protuberat: ibi enim est protuberantia major, ubi est major curvedo. Unde Boscovichius quoque in *suppl.* ad *l. Stay* §. 5. "Si spectentur, inquit, „observationes hucusque institutæ, „debet sine ulla prudenti dubitatione haberi terra pro compressa „ad polos."

422 Idem aperte consequitur etiam ex diurna terræ circa suum axem conversione. Ponamus enim terram esse primum sphæricam, totamque fluidam; tum concipiamus ei indi motum vertiginis circa suum axem: motus hic efficiet, ut à polis versus æquatorem progrediendo gravitas continenter decrescat (323). Turbabitur ergo æquilibrium columnarum, fluidam sphæram constituentium, eæque ad recuperandum illud debebunt ad polos deprimi, in æquatore attolli, & quidem juxta Newtoni calculum ita, ut diameter æquatoris sit ad axem, ex uno polo ad alterum ductum, ut 230 : 229. Porro etsi fatendum sit, hanc axium rationem nonnisi tunc obtenturam accurate, si tellus tota homogenea, fluidaque esset; protuberantia tamen telluris in æquatore, & ad polos depressio ex nunc dictis inferri potest, tametsi telluris reapse alia sit conditio. Cum enim maria sub æquatore diffusa communicationem habeant cum maribus, per regiones polares diffusis; certum est, ob terræ motum vertiginis debere maria illa attolli sub æquatore, ad polos autem dehiscere: nisi ergo Mundi Conditor solidarum quoque telluris partium figuram huic aquarum figuræ accommodasset; Oceanus sub æquatore in omnem partem diffunderetur, in polaribus regionibus autem littora supra Oceani superficiem pluribus passuum millibus eminerent: cum tamen littora non magis emineant supra libellam Oceani versus polos, ac sub æquatore.

Schol. Newtoni calculum commemorat Mac. Laurinus *Expos. Phil.*

deri potest, & noctu corpora lumini ejus exposita umbram projiciunt. Telescopiis inspecta jam adparet gibbosa, jam dichotoma, jam falcata. Ejus diameter est ad diametrum Telluris, ut 82 : 87, adeoque proxime ut 1 : 1, 06.

417 *Tellus* integram suam orbitam percurrit 365 *d.* 6 *h.* 9′, 8″. Atque tempus hoc Astronomi vocant *annum periodicum.* Alter est annus *tropicus*, ab uno æquinoctio verno ad alterum computari solitus. Iste paucis minutis brevior est anno periodico, estque proxime 365 dierum 5 hor. 48′ 43″. Nempe puncta æquinoctialia non sunt fixa, sed motu lentissimo progrediuntur ab ortu versus occasum, quolibet anno circiter 50″ conficiendo: unde fit, ut tellus prius perveniat ad novum æquinoctiale punctum e. g. vernum, quam orbitam suam integre absolvat, annusque tropicus tot minutis brevior sit periodico, quot minutis eget adhuc tellus, ut à novo æquinoctiali puncto transeat ad illud orbitæ suæ punctum, cui præcedente anno idem æquinoctium respondebat. Sed de hoc infra sermo redibit.

418 Tota terrestris superficies in 5 zonas dispesci solet: ea ipsius pars, quæ intra duos tropicos continetur, *zona torrida* nuncupatur: zonæ duæ, quæ intra tropicos & polares circulos comprehenduntur, *temperatæ*; spatia vero polaribus circulis utrinque comprehensa, sunt *zonæ frigidæ*.

419 Quod ad figuram Telluris attinet: eam Veteres pro sphærica habuerunt. At postquam ex observationibus pendulorum patuit, gravitatem corporum ab æquatore versus polos continenter crescere; oborta suspicio est de telluris circa polos compressione. Ac Newtonus quidem mox ex ipsa gravitatis theoria, posita telluris circa suum axem jugi conversione, ejusdem telluris figuram eruere conatus est: ex cujus calculo consequitur omnino, eam ad polos esse compressam, sub æquatore vero protuberantem. Id ipsum aliter investigatura deinde Academia Parisiensis binas Academicorum turmas dimisit ad determinandos terrestris meridiani gradus in duobus diversis locis, fere quadrante circuli maximi à se invicem distantibus: videlicet in Americam Duce Godinio Bouguerium & Condaminium; & in Laponiam Duce Maupertuisio Clerautium, Monierium, & Camusium, ut quantum liceret, ad polum borealem accederent.

420 Hoc autem modo inquiritur in figuram Telluris per dimensiones graduum Meridiani. Asumuntur quæcunque puncta A & B (*Fig.* 97) in terræ superficie, à se invicem justo intervallo distantia: ope perpendiculi determinantur rectæ AD & BE, horizonti normales; quæ si producerentur, convenirent utique alicubi in C in visceribus terræ, continerentque angulum DCE. Oportet imprimis determinare angulum DCE; deinde distantiam horizontalem punctorum A & B. Porro angulus DCE, si puncta A & B sub eodem meridiano jaceant, facile determinatur, capiendo ope quadrantis astronomici distantiam utriusque zenith à quapiam stella S, dum hæc meridianum illum attingit: summa enim distantiarum DS + SE utique metitur angulum DCE. Deinde distantia punctorum A & B ope trigonometriæ definiri solet. Jam si arcus cœlestis DE, adeoque etiam angulus DCE unius gradus fuerit; etiam in meridiano terrestri intervallum AB fore unius gradus, clurum est. Porro hujusmodi gradus meridiani terrestres, ad hexapedas reducti, con- *Fig.* 97.

Newt. l. 4. c. 6. tum subdit: "Haud „latere potest, inquit, quemquam „theoriæ hujus consensus cum ob„servationibus illustrium Academi„corum, Regis Galliarum jussu ad „ipsum prope septemtrionalem po„lum missorum, ut pervulgata hæc „de figura telluris lis componere„tur. Illud tantummodo inter obser„vata est discriminis, quod ratio „diametri æquatoris ad axem paulo „major illis obtigerit, quam Newto„no è calculo. Consimili ratione „pendulorum acceleratio versus po„los major notata est, quam mag„nus noster Philosophus definiverit."

423 Utut autem ista ita se habeant; quæri tamen adhuc potest, an figura superficiei terrestris, ubique secundum horizontalem ductum acceptæ, sit regularis, quæ e. g. ellipseos circa axem terræ, tanquam circa minorem suum axem volutatione generetur, an alia quæpiam irregularis. Nam ex eo, quod dicta superficies constituat figuram ad polos depressam, sub æquatore vero protuberantem, non illico sequitur, eandem quaquaversus stabili quadam, & ad regularem figuram necessaria lege porrigi, sed multis inæqualitatibus obnoxia esse potest. Ac dimensiones quidem graduum diversis in locis hactenus institutæ, & inter se collatæ suadent, dictam telluris figuram esse irregularem: incrementa enim graduum meridiani versus polos, & decrementa versus æquatorem non deprehenduntur fieri quadam certa, stabilique lege, quam regularis figura exigeret: id quod vel è subjecta tabella patebit, quam ex Tabula. Cl. Frisii *De Gravit. univers. Corp. l. 2. Observ. 2.* & Cl. Mako *dissert. de Fig. Tellur.* conscripsi.

Locus dimensionis.	*Latitudo loci.*	*Gradus Merid. in Hexapedis.*
In Peru	0°. 00′	56753
In Africa	33, 18	57037
In Italia	43, 1	56979
In Galliis	43, 31	57048
In Italia	44, 44	57069
In Hungaria	45, 57	56881
In Austria	47, 47	57047
In Moravia	48, 43	57086
In Anglia	53, 0	57300
In Lapponia	66, 20	57400 (*a*).

(*a*) *Ex gradibus nunc allatis*, peruanum, & laponicum *iidem Viri Clarissimi sunt dimensi, quos ab Academia parisina partim ad æquatorem, partim versus polum borealem missos fuisse commemoravimus n.* 419. Affricanum *Cl. Caillius*; italicum priorem *sub lat.* 43°, 1′ *Cl. Boscovichius, & Mairius*; posteriorem *Cl. Beccaria*; gallicum *Cl. Cassinus, & Caillius*; hungaricum, austriacum, & moravicum *Cl. Liesganigg determinarunt. Denique* anglicanum *Cl. Nervoodus jam anno* 1635 *definivit.*

424 Radii terræ ad milliaria reductio hoc modo peragitur. Cum figura terræ ad polos compressa sit, cujus gradus latitudinis ab æquatore versus polos crescant; inter hos gradus adsumitur medius, statuiturque pro gradu ejus sphæræ, quæ sit æqualis sphæroidi terrestri, simulque radius ejus à sphæræ pro radio terræ habetur. Jam circulus maximus hujus sphæræ in 360 æquales gradus dividi concipitur, & gradus quilibet in 15 æquales partes; atque hæc $\frac{1}{15}$ta pars ejusmodi gradus venit nomine *milliaris germanici.* Unde totus ejusmodi circulus maximus est $= 360 \times 15 = 5400$ mill. germ. Hinc autem deducitur, radium terræ esse proxime $= 860$ mill. germ. scilicet hanc instituendo proportionem: uti est generatim peripheria circuli ad diametrum, ita 5400 ad numerum milliarium germ. in duplo telluris radio contentorum.

425 Quod autem ad milliaris germanici nunc definiti mensuram in hexapedis attinet: Galli milliare suum geographicum, qualia 25 contineantur in quolibet gradu circuli maximi dictæ sphæræ, ex dimensionibus graduum meridiani hactenus institutis definiunt esse debere $= 2283$ hexap. Paris. Unde consequitur, milliare germanicum esse debere proxime $= 3805$ hexap. Paris. scilicet hanc instituendo proportionem, $15 : 25 = 2283 : x$.

Coroll. Cum radius terræ sit $= 860$ mill. germ. & milliare germanicum sit $= 3805$ hexapedis Paris. adeoque $= 22830$ pedibus Parisinis; sequitur, radium terræ esse circiter $= 19633800$ ped. Paris. Hinc si passus quilibet contineat 5 pedes Parisinos; idem radius continebit fere 3927 millia passuum, seu milliaria Italica; ac proinde continebit prope 4000 milliaria Italica

426 *Mars* tellure altior, *686 d.* 23 h. 30 $\frac{1}{2}$ min. adeoque fere 2 annis percurrit suam circa Solem orbitam. Color ejus rubescens cuprum æmulatur, ejusdemque coloris maculam in medio habet. Ejus diameter est ad diametrum Telluris ut 49 : 87, adeoque ut 1 : 1, 775. (*a*).

Schol. Cum radius terræ sit $= 860$ mill. germ. adeoque diameter $= 1720$ mill. germ. (424; facile est jam determinare diametrum Martis in iisdem mill. germ. hanc scilicet instituendo proportionem, $87 : 49 = 1720 : x$. Prodit autem $x = 968 \frac{64}{87} = 968, 7$ prox.

427 Jupiter planetarum maximus, præ reliquis planetis est ad polos compressus: cujus rei causa esse videtur celerrima circa axem conversio, quam ingens iste planeta intra 9 hor. 56′ absolvit. Ejus discum cingunt plures fasciæ, argenteo candore splendentes, jam magis, jam minus conspicuæ. Quatuor satellites revolvuntur circa Jovem, quos Galilæus anno 1610 paulo post inventa telescopia detexit. Simon tamen Marius eos à se jam prius visos contendit. Satellites hi, dum in umbram Jovis incurrunt, conspectui nostro subducuntur; ex eadem emergentes, momento visibiles fiunt. Ingressus in umbram vocatur ab Astronomis *immersio* satellitis, egressus autem *emersio.* Jupiter pro percurrenda sua orbita

---

(*a*) *Diameter Martis est ad diametrum Telluris ut* 9″, 8 : 17″, 4, *quemadmodum e n.* 416 annot. *intelligere licet: est ergo ea ad hanc ut* 98 : 174 = 49 : 87, *seu reduc. ad fract. decim. ut* 1 : 1, 775.

indiget 4332 *d.* 12 *h.* adeoque fere 12 annis. Ejus diameter est ad telluris diametrum, ut 11, 1 : 1. (*a*).

428 Saturnus planetarum ultimus, & remotissimus orbitam suam percurrit 10759 *d.* 8. *h.* adeoque fere $29\frac{1}{2}$ annis. In eo cumprimis notari meretur annulus ille, qui ipsum ambit, & pro vario situ suo diversis sub formis se nobis (attamen nonnisi adhibito telescopio) videndum præbet. Unam ex annuli hujus formis exhibet Figura 95.ta Diameter ejusdem annuli est ad diametrum Saturni, ut 7 : 3. (*b*). Præter hunc annulum quinque satellites cingunt Saturnum, constanterque comitantur, quorum unum Hugenius, reliquos Cassinus senior detexit. Diameter Saturni est plus quam novies major diametro telluris. (*c*).

Fig. 95.

429 Sunt, qui Saturni annulum censeant non esse aliud, quam congeriem quandam minorum, sibique proximorum satellitum, quorum series propterea duntaxat videatur continua, quod intervalla innumeris illis satellitibus interjecta sensus nostros effugiant. At alii cum Hugenio rectius censent, annulum illum esse corpus unum solidum, opacum, latum quidem, sed admodum tenue, Saturno concentricum, & ab ejusdem superficie undique æqualiter remotum. Id quod nihil in se absurdi continere, perpensa idgenus annuli in Saturnum gravitate undique æquali, facile patet: "quemadmodum nimirum & pons quidam circularis (verba sunt Boscovichii) qui totam obiret terram, si bene esset æquilibratus, nullis indigeret pilis, quibus inniteretur."

430 Jam quod ad phænomena ejusdem attinet: si ea esset annuli positio respectu Telluris, ut recta ex oculo spectatoris ad Saturni centrum ducta, ad planum annuli sit perpendicularis, vel parum inclinata; integrum annulum videremus fulgentem, non secus ac illud Saturni hemisphærium, quod Telluri obvertitur, perpetuo lucidum adparet nobis: at annulus ille longe aliam habet repectu Telluris positionem; nempe usque adeo inclinatum est ejus planum respectu rectæ, ex oculo spectatoris in Saturni centrum ductæ, ut magna pars ejusdem annuli post Saturni globum semper lateat, altera autem versus adparentem Saturni discum promineat. Itaque illæ duntaxat annuli partes sunt nobis conspicuæ, quæ extra ipsum Saturni globum erumpunt; scilicet duæ oppositæ annuli portiones, quæ ob figuram suam *ansulæ* solent adpellari. Si annulus ita sit respectu Solis positus, ut illius planum productum transeat per centrum Solis; Saturnus observatur ansulis spoliatus, adparetque totus rotundus. Hoc enim casu nonnisi tenuior annuli pars illustratur radiis solaribus, utraque parte latiore umbræ immersa: hinc cum non sit tanta annuli crassities, ut oculos nostros adficere possit, tametsi reapse à Sole illuminetur; in

---

(*a*) *Nam (uti e n.* 416 *annot. inteligere licet) diameter jovis est ad diametrum telluris, ut* 193″, 7: 17″, 4, *adeoque multipl. per* 10, *ut* 1937: 174 = 11 $\frac{23}{174}$: 1. *Reduc. ad fract. decim. ut* 11, 2 : 1 *prox.*

(*b*) *Diameter Saturni à Cl. Pound anno* 1719 *observata est* = 18″, *& diameter annuli* = 42″; *est vero* 18 : 42 = 3 : 7.

(*c*) *Nam (uti è n.* 416 annot. *sequitur) diameter Saturni est ad diametrum telluris, ut* 1′, 51″, 7: 17″, 4, *adeoque ut* 9, 8: 1.

dicto casu ex eo annulo nulla pars fit nobis conspicua, sed solum Saturni discum nobis obversum discernimus. In aliis Saturni positionibus aliam nobis exhibet ejus annulus figuram, prout nempe major vel minor portio ex annuli parte latiore illuminatur à Sole, nobisque obvertitur.

Schol. Demum quæri solet, utrum non habeant planetæ suos incolas, non tantum viventes, sed simul ratione præditos, quemadmodum nos homines tellurem incolimus. Sunt complures, qui admodum probabile esse censeant, saltem primarios planetas à creaturis rationalibus incoli; idque imprimis ob analogiam cum tellure nostra, cum ceteri quoque planetæ non minus, ac hæc, tam circa Solem, quam circa proprium axem continenter revolvantur, habeantque suas maculas, quæ totidem maria vel montes creaturarum usibus à DEO destinata esse videantur: deinde quia incredibile esse censent, Deum vastissimos eos globos sine ullis incolis, quorum usibus serviant, quodammodo otiosos esse voluisse. Alii argumentis his ab opposita, cui à teneris adsueti sunt, sententia se abduci nondum patiuntur.

CAPUT QUINTUM.

De luna; ubi etiam de æstu maris.

§. I.

De variis lunæ proprietatibus.

431 Lunæ diameter adparens in mediocri a tellure distantia est = 31′, 31″. Est autem ejus mediocris à Tellure distantia = 60 semidiam. terrestr. (*a*). Hinc, cum præterea horizontalis Solis parallaxis

---

(*a*) *Una ex methodis id detegendi est hæc: Observator ibi constitutus, ubi Lunam, dum ea meridianum attingit, sibi verticalem habeat, determinat ope micrometri* (399 annot. a.) *adparentem ejus diametrum, imprimis tunc, dum ea est in horizonte, deinde tunc, quum jam meridianum attingit, estque ipsi verticalis. Quodsi diameter adparens Lunæ in horizonte sit* = L, *in meridiano* = *l*; *deprehenditur per observationem esse* $l = L + \frac{L}{60}$. *Præterea horizontalis distantia Lunæ ab observatore sit* = D, *verticalis* = *d*; *juxta Opticæ principia est* D : *d* = *l* : L, *adeoque* DL = *dl*. *Itaque loco l ponendo* $L + \frac{L}{60}$, *est* $DL = dL + \frac{dL}{60}$; & *dividendo per* L, *est* $D = d + \frac{d}{60}$. *Porro facile patet, Lunam in horizonte constitutam una semidiametro terrestri remotiorem esse ab observatore, quam sit in meridiano posita, hoc est, si terræ semidiameter sit r, esse* $D = d + r$. *Est ergo* $d + r = d + \frac{d}{60}$, *seu est* $r = \frac{d}{60}$, *adeoque* $d = 60\,r$. *Ex quibus id etiam patet, mensuram hujus distantiæ non pendere à distantia, qua sol á terra sejungitur.*

sit $= 8''$, 70; subducto calculo patet, diametrum lunæ ad diametrum Telluris esse proxime ut 1 : 3, 6. (*a*).

432 Lunæ circa tellurem conversio alia est periodica, synodica alia. *Periodica* est, qua integram suam orbitam absolvit, redeundo ad idem cœli siderei punctum, ex quo digressa est; quod fit intra 27 dies, 7 horas, 43′, 5″. *Synodica*, quæ vulgo *lunatio* dicitur, est regressio ab uno novilunio ad aliud. Hæc diuturnior est, quam periodica, absolviturque 29 d. 12 h. 44′, 3″. Cujus ratio ut pateat, concipiamus (Fig. 93)
Fig. 93. Lunam in orbita ACB, Solem vero in orbita *a f h c* &c. circa Tellurem T ab occasu in ortum moveri; illam reapse, hunc vero adparenter. Sit Sol in *c*., Luna in C tempore conjunctionis, seu novilunii. Luna intra 27 circiter dies absolvet suam conversionem periodicam CBAC, seu redibit ad idem punctum C; at necdum erit in conjunctione cum Sole: iste enim interea ex *c* in *m* transit ad 27 circiter gradus; cum quotidie unum fere gradum percurrat. Itaque Lunæ etiam post absolutam conversionem periodicam totidem circiter gradus adhuc supererunt percurrendi, ut Solem rursus adsequatur, alterumque novilunium eveniat.

433 In Luna altissimos montes selectiora telescopia detegunt: cumprimis autem luna dichotoma adparet velut dentata, multisque anfractibus intercisa. Neque obest, quod circularis, illuminatusque disci lunaris margo adparere soleat optime terminatus sine ullis fossis & hiatibus. Constat enim jam, tubis à Schortio in Anglia confectis etiam in eo margine complures notari asperitates: ut adeo non alia subesse causa debeat, cur eædem nostris tubis observari nequeant, quam obliquus montium lunarium in eo margine respecta nostri situs, ita ut nonnisi extremitates eorundem conspectui nostro pateant, quas tamen in tanta distantia, nisi peculiaribus adjuti instrumentis, discernere nequeamus.

434 Maculæ, quæ in luna cernuntur, aliæ sunt constantes, mutabiles aliæ. Constantes videntur esse ingentes quædam profunditates, & valles, quæ nunquam possint à Sole satis illuminari, vel etiam præterea constent nigra terra, solares radios absorbente: certe nigricantes Lunæ maculæ selectioribus tubis inspectæ cavernosis introrsum hiatibus constare satis discernuntur. Macularum mutabilium aliquæ sunt reliquo disco obscuriores, lucidiores aliquæ. Scilicet crescente luna adparent in parte illumitata quædam areolæ obscuræ, quæ sensim figuram mutant, donec penitus illustrentur: decrescente autem Luna lucidæ quædam cuspides à reliqua parte illuminata sensim avelluntur, imminutæque magis ac magis tandem evanescunt. Mutabiles hæ maculæ montium in Luna existentiam omnino confirmant. Obscuræ enim illæ areolæ quid aliud sunt, quam valles quædam, & cavernæ, qua-

(*a*) *Cum enim posita Solis parallaxi* $= 8''$, 70, *distantia Solis a tellure sit* $=$ 23738 *semidiam. terrestribus; Lunæ adparens diameter, si ea æque ac Sol á nobis distaret, deprehenditur fore* $= 4''$, 77: *scilicet hanc instituendo proportionem*, 23738 : 60 $= 31'$, $31''$: *x*. *Est ergo diameter Lunæ ad diametrum telluris, ut* $4''$, 77 : $17''$, 4. *multipl. per* 100 *ut* 477 : 1740 $=$ 1 : 3, 6 *prox.*

rum eo major semper & major pars illuminatur crescente Luna, quo radii solares magis & magis accedunt ad ipsarum perpendiculum? cuspides autem illuminatas decrescente Luna quid nisi altissimorum montium cacumina esse dicamus, quæ à solaribus radiis tardius relinquantur, quam plagæ humiliores?

435 Peculiare est id Lunæ, quod eandem constanter faciem nobis obvertat, easdemque maculas nobis spectandas semper exhibeat. Quo ex phænomeno patet, Lunam circa proprium axem converti, & quidem intra idem tempus, intra quod integram suam orbitam percurrit: secus enim evenire non posset, ut eadem constanter ejus facies terræ obvertatur. Declaratur istud exemplo hominis, circa punctum aliquod in circulo incedentis: iste enim, si cupit esse facie constanter in circuli centrum conversa; intra idem tempus, intra quod integrum circulum absolvit, etiam corpus suum velut circa axem proprium convertat, oportet. Res expendenti facile patet. Non tamen prorsus accurate eandem nobis faciem obvertit constanter Luna, sed exhibet interdum novas maculas jam in orientali, jam in occidentali disci sui limbo, quæ prius non videbantur: atque istud *libratio Lunæ in longitudinem* nuncupatur. *Libratio Lunæ in latitudinem* vocatur, qua fit, ut jam in australi, jam in boreali lunaris disci limbo novæ maculæ à nobis conspiciantur.

436 Libratio Lunæ *in longitudinem* ab inæqualitatibus motus lunaris proficisci videtur. Cum enim Luna circa suum axem æquabiliter convertatur, in sua autem circa tellurem orbita complures celeritatis vicissitudines subeat, uti patebit è sequentibus; necesse est binos hos motus interdum notabiliter dissentire. Quando evenit, ut Luna intra idem tempus, intra quod in sua circa tellurem orbita integrum quadrantem absolvit, plus, vel minus, quam quadrantem suæ circa axem conversionis, absolvat; novas in orientali, vel occidentali limbo maculas nobis conspicuas reddi necesse est. Libratio lunæ in *latitudinem* attribuenda est ejusdem declinationi ab ecliptica. Prout enim ea versus boream aut austrum ab ecliptica declinat, ita nobis aliquam australis, aut borealis hemisphærii sui partem reddit conspicuam, quæ prius conspectui nostro subducebatur.

437 Lunam carere atmosphæra nostræ pari, sequentia momenta suadent. 1) Atmosphæra nostræ par esset obnoxia nivibus, nebulis, nubibus &c. quæ sane adparentem Lunæ faciem sensibiliter variarent; cum tamen semper eandem lunæ formam & lumen observemus in eadem ad Solem positione, nisi notabiles atmosphæræ nostræ mutationes variationem inducant. 2) Dum stellæ fixæ occultantur à Luna, se se inter eas & oculos nostros interponente; eæ (saltem communiter) sine præcedente sensibili mutatione momento quasi temporis subducuntur oculis Astronomorum: quodsi autem atmosphæra nostræ par Lunam circumdaret; eædem fixæ pallere prius deberent, semper eo magis, quo profundius immergerentur atmosphæræ, dum tandem pedetentim totum ipsarum lumen interciperetur.

Schol. Neque tamen ex his illico concludere licet, Lunam omni omnino atmosphæra prorsus carere. Non desunt enim Astronomi, qui in occultationibus fixarum ea phænomena se se observasse testentur, ut diductionem stellæ, mutationem

coloris, quæ ab atmosphæra Lunæ proficisci debuerint. Phænomena hæc recenset Cl. Frisius *de Gravit. Univers. Corp. l.* 2. *c.* 10. in *Schol.* tum subjicit: "ne phænomena hæc omnia, inquit, aut vitio instrumentorum, Observatorumque, aut irregularibus refractionibus aeris nostri tribuamus, statui posset, atmosphæram Lunæ subtilissimam esse, rarissimamque, ut sidera prope transeuntia variationem plerumque nullam exhibeant, eam vero ita alterari aliqua ex causa posse, ut ante & post ocultationem siderum aliqua prodeat figuræ, coloris, motus variatio." Tum addit, Dominum du Sejour in actis Acad. Paris. anni 1764, & 1765 rem omnem confecisse; utpote qui collatis undique observationibus omnibus eclipsium solarium Londini, Matriti, Caleti, Holmiæ, Tolosæ, aliisque in locis visarum deprehenderit, non posse ipsas conciliari inter se invicem, nisi statuendo, quod radii Solis prope marginem Lunæ transeuntes inflexionem 4″ subeant, accedantque ad lineam illam, quæ è centro Lunæ ad Spectatoris oculum ducitur.

Pro atmosphæra Lunæ comprobanda solet abduci etiam fulgor quidam & annulus lucidus, qui quandoque tempore totalis eclipsis solaris discum lunarem ambit. At Cl. Boscovichius eum pro atmosphæra Solis habet. Nec immerito, cum adversus crassiorem id genus atmosphæram Lunæ gravia pugnent (uti nunc vidimus) argumenta. Porro ii, qui dictum annulum ab atmosphæra Lunæ repetunt, ajunt eum annulum non Soli, sed Lunæ esse concentricum, adeoque non Solis, sed Lunæ atmosphæram debere esse: at istud ab iis pro arbitrio duntaxat adseri reponit Boscovichius. Cum enim in eclipsi totali centrum Solis a centro Lunæ parum admodum deflectat ad latus; dictus annulus utrique sideri concentricus adparere debet, quin possit per observationes determinari, sitne is *reipsa* Lunæ potius, quam Soli concentricus.

§. II.

De viribus motum Lunæ perturbantibus.

438 Si Luna præter vim projectilem sibi à Deo impressam, & eam vim centripetam, qua singulis momentis nititur versus telluris centrum, nullam aliam vim persentisceret; easdem omnino leges in suo circa terram motu sequeretur, quas alii planetæ circa Solem observant: id est, incederet in ellipsi regulari, describeretque areas temporibus accurate proportionales. At Sol ob enormem suam massam, ut ut ab ea magno admodum intervallo sejunctus, tanta vi in eandem agit, ut ipsius motum sensibiliter omnino perturbet. Has itaque vires, quibus Sol motum Lunæ perturbare solet, hoc loco, quantum Physico satis est, proponemus, operosiores calculos Astronomis relicturi. Porro mox initio construamus figuram, quam deinde sæpius contemplaturi sumus. Nempe sit Sol ~~in~~ S, terra in T (*Fig.* 98 & 99); HEKG sit orbita Lunæ proxime circularis, ipsa vero Luna sit in L vel in *l*. Ponamus deinde HTK esse arcum orbitæ telluris, quem orbita lunaris intercipiat: arcus ille est exigua orbitæ telluris pars, ita ut tuto haberi possit pro recta, orbitam telluris in T tangente. Hinc quoniam telluris orbita proxime accedit ad circulum, cujus centrum Sol S occupet; recta ST, quæ centra Solis & Terræ con- *Fig.* 98. & 99.

nectit, haberi potest pro perpendiculari ad HK. Itaque anguli HTS & KTS erunt, recti; adeoque quadraturæ erunt in H & K, syzygiæ in G & E: nempe novilunium in G, plenilunium in E. Porro ponimus motum Lunæ fieri ex G in H, tum in E &c. adeoque primam quadraturam esse in H, alteram in K: unde consequitur, primum lunationis quadrantem esse arcum GH, alterum HE, 3.tium EK, 4.tum KG. His probe notatis, sit.

439 Propositio I. Ponamus Lunam esse in L, adeoque vel esse in 1.mo quadrante (*Fig.* 98), vel in 4.to (*Fig.* 99): ex Sole S per Lunam L ducatur recta, quæ orbitæ terrestri occurrat in C; tum fiant post LS & CS continuæ proportionales DS & BS. Gravitas telluris in Solem erit ad gravitatem Lunæ in eundem Solem, ut TS : BS; adeoque si telluris gravitatem referat recta TS, gravitatem Lunæ referet recta BS. Sit enim telluris in Solem gravitas $= V$, Lunæ $= v$. Quoniam gravitates hæ sunt in ratione reciproca duplicata distantiarum à Sole est $V : v = LS^2 : TS^2$. Porro ob LS, CS, DS, BS ex constr. continue proportionales, & ob CS quam proxime $=$ TS, etiam hæ quatuor, LS, TS, DS, BS sunt continue proportionales; est ergo $TS : BS = LS^2 : TS^2$ (*Algeb.* 217), adeoque est etiam $V : v = TS : BS$.

Quodsi Luna sit in l, adeoque vel in 2.do quadrante (*Fig.* 99), vel in 3.tio (*Fig.* 98); pariter post l S & c S fiant continue proportionales d S & b S: eadem argumentandi ratione patet, fore $V : v$ TS : b S. At hoc casu proportio dictarum linearum jam non erit crescens, uti prius, sed decrescens, majorque erit gravitas telluris gravitate Lunæ.

440 Concipiatur recta ST versus A indefinite produci, ducaturque BA ad LT centra Lunæ & Terræ conjungentem parallela; Lunæ in L existentis vis BS resolvetur in BA & AS; & si quidem pars AS in duas alias AT & TS dividi concipiatur, loco integræ vis BS tres alias obtinebimus, nempe BA, AT, & TS. Jam pars TS est tam Lunæ quam Telluri communis, adeoque nihil turbat comparativum motum Lunæ circa tellurem: at vires BA & AT, utpote solam Lunam adficientes, eundem motum omnino turbant; unde etiam *vires perturbatrices* nuncupantur. Nempe vis BA ad LT parallela Lunam directione LT versus Telluris centrum urget: AT vero eandem à tellure versus Solem nititur abducere.

Eodem modo Lunæ in l existentis vis bS, ducendo rectam $b\,a$ ad l T parallelam, resolvitur in $b\,a$ & a S. Pars a S est tam Lunæ, quam Telluri communis, adeoque comparativum Lunæ circa Tellurem motum nihil turbat: at vis $b\,a$ ad l T parallela Lunam directione l T versus telluris centrum urget. Porro Tellus præter vim a S trahitur à Sole etiam vi T a, quam Luna non persentiscit: ergo spectata hac vi Luna velut à tergo relinquitur à tellure; consequenter, quod quidem ad illius circa hanc positiones attinet, res se se perinde habet, ac si tellure dictam vim T a non persentiscente, Luna æquali sed contraria vi a T urgeretur. Unde patet, in hoc quoque casu duas adesse vires perturbatrices $b\,a$ & a T, ejusdem prorsus generis, cujus sunt BA & AT in casu præcedente.

441 Propositio II. Si manente, quæ hactenus statuta est, Figuræ constructione, demittatur in rectam LT perpendiculum CI; tres vires *perturbatrices*, è Solis in Lunam actione oriundæ obtinentur: nempe

1.ma lunæ in terram gravitatem *augens* per rectam LT rite repræsentatur; altera eandem *imminuens*, est $=3IL$; 3.tia lunæ circa terram motum jam retardans, jam accelerans, est $=3$ CI.

Vires enim perturbatrices, ex actione Solis oriundæ, sunt BA, & AT (*præc.*). Jam imprimis loco BA sumi potest LT: cum enim distantia Solis tam à terra quam luna ingens sit comparate ad semidiametrum orbitæ lunaris (383, & 432), rectæ BL & AT sunt ad sensum parallelæ; hinc cum præterea BA sit ex constr. parallela ad LT, BATL est parallelogrammum ad sensum, ac proinde est ad sensum LT parallela & $=$BA. Deinde eodem modo patet esse ad sensum BL parallelam, & $=$AT: est vero BL proxime $=3$CL, ob CL proxime $=$DC$=$BD (*a*): ergo loco AT possumus sumere 3CL. Porro demisso ad LT perpendiculo CI, vis CL resolvitur in CI & IL, adeoque 3CL in 3CI & 3IL. Hinc demum loco AT obtinemus imprimis vim 3IL, quæ Lunæ in terram gravitati contraria est, adeoque eam imminuit, deinde vim 3CI, normalem ad radium vectorem LT, quæ celeritatem Lunæ, uti deinceps patebit, jam auget, jam imminuit.

Eodem modo determinantur, luna in 2.do vel 3.tio quadrante existente, vires perturbatrices *l*T, 3*il*, & 3*ci*.

442 Propositio III. Vis perturbatrix gravitatem Lunæ in terram *augens* est ad *imminuentem*, ut diameter ad 3 sinus versos duplæ distantiæ Lunæ à quadratura. Cum enim recta BL ob ingentem Solis à luna & terra distantiam sit ad sensum parallela ad AT, & angulus HTS sit rectus; etiam angulus TCL pro recto ad sensum haberi potest. Hinc si triangulum TCL cum recta *Fig.*
CI ad LT normali transferatur è Figura 98.va ad Figuram 101.mam; poterit eidem circumscribi semicirculus LCT (*Geom.* 114.) Porro angulus LTC, quemadmodum in figuris præcedentibus, ita in hac quoque exprimet distantiam Lunæ à quadra- 101.

(*a*) *Nam sint tres quæcunque quantitates continue proportionales* A, B, C; *differentia inter* A & B *sit* $=x$, *inter* B & C $=y$. *Si* x *fuerit exigua comparate ad* A, *erit proxime* $x=y$. *Ponamus enim adsumptam proportionem continuam esse crescentem; erit* $B=A+x$, & $C=B+y=A+x+y$. *Hinc quoniam est ex hypoth.* $A:B=B:C$, *est quoque* $A:A+x=A+x:A+x+y$. *Unde prodit* $y=x+\frac{x^2}{A}$. *Porro stat hæc proportio* $x:A=\frac{x^2}{A}:x$, *est enim in ea factum extremorum æquale facto mediorum; adeoque cum ex hyp.* x *sit exigua comparate ad* A, *etiam* $\frac{x^2}{A}$ *in ea ipsa ratione erit exigua comparate ad* x. *Hinc quoniam est accurate* $y=x+\frac{x^2}{A}$; *erit proxime* $y=x$. *Idem eodem modo ostenditur in proportione continua decrescente; hoc uno discrimine, quod tunc in prima proportione loco signi* $+$ *ubique debeat accipi signum* .

Jam vero rectæ LS, CS, DS *sunt ex constr. continue proportionales; deinde* CL *est exigua comparate ad* LS: *est ergo proxime* CL$=$DC. *Eodem modo patet, esse proxime* DC$=$BD.

tura: at arcus LC, quoniam est dupla mensura anguli LTC, ad circuli peripheriam siti (*Geom.* 83), erit dupla distantia Lunæ ab eadem quadratura. Jam LT est diameter, IL sinus versus arcus LC: cum ergo vis lunæ gravitatem augens sit ad imminuentem, ut LT: 3IL. (*præc.*); est ea ad hanc, út diameter ad 3 sinus versos duplæ distantiæ lunæ à quadratura.

Coroll. 1. Igitur vis 3IL in quadraturis nulla est: quia Luna in quadraturis existente, evanescit ejus distantia à quadratura, consequenter evanescit etiam triplus sinus duplæ distantiæ lunæ à quadratura. Eadem vis 3IL, à quadratura versus syzygiam continenter crescit; tum à syzygia versus quadraturam progrediendo continenter decrescit, usque dum in altera quadratura rursus evanescat: & sic porro. *Ratio* est, nam hoc eodem modo variari triplum sinum versum duplæ distantiæ lunæ à quadratura, consideranti clarum est.

Coroll. 2. Quando Luna 35°, 16′ distat à quadratura, vis gravitatem augens est æqualis imminuenti. Cum enim illa ad hanc generatim sit, ut diameter ad 3 sinus versos duplæ distantiæ Lunæ à quadratura; quando diameter est æqualis 3 sinibus versis dictæ distantiæ duplæ, tunc etiam vis gravitatem Lunæ augens æquatur imminuenti: eruitur autem è canonibus sinuum, tunc diametrum esse æqualem 3 sin. vers. dictæ distantiæ duplæ, quum simpla distantia est æqualis 35°, 16′. Porro quatuor sunt puncta in orbita Lunæ, quæ à quadratura 35°, 16′ distant,
Fig. 98. nempe *m* & *n* (*Fig.* 98) cis & trans quadraturam H, item *o* & *r* cis & trans quadraturam K: igitur in iisdem quatuor punctis vis gravitatem Lunæ augens elidit imminuentem, & vicissim. Hoc est in quatuor illis punctis actio Solis neque auget, neque imminuit Lunæ in terram gravitatem.

Coroll. 3. Cum vis LT per totam orbitam fere constans sit, utpote per radium orbitæ lunaris expressa, vis 3IL autem à quadratura usque ad syzygiam continenter crescat, ita ut dum Luna 35°, 16′ distat à quadratura, vim LT jam exæquet, tum à syzygia usque ad quadraturam iisdem gradibus decrescat, & sic porro; patet, vim, quæ Lunæ gravitatem auget, non nisi in arcubus *m n* & *o r* (*Fig. ead.*), quos puncta à quadraturis utrinque 35°, 16′ distantia terminant, prævalere imminuenti, in reliquis autem orbitæ partibus vim imminuentem esse augente superiorem. Porro summa arcuum *m n* & *o r* acquiritur, 35°, 16′ multiplicando per 4, estque = 141°, 4′. Qui numerus si subtrahatur ab integra orbita, seu à 360°, acquiritur pars orbitæ, per quam gravitas Lunæ in terram imminuitur, = 218°, 56′. Unde clarum fit, longe majorem esse orbitæ partem circa syzygias, per quam vis gravitatem Lunæ imminuens prævalet augenti, ac ea sit circa quadraturas, in qua vis augens superat imminuentem.

Coroll. 4 Cum vis gravitatem Lunæ imminuens nulla sit in quadraturis, tum usque ad syzygiam continenter crescat, illa vero vis, quæ gravitatem illam auget nuspiam exspiret, sed semper sit ut ipse lunaris orbitæ radius; palam est, Lunæ in terram gravitatem actione Solis maxime augeri in quadraturis.

Coroll. 5. Vis 3IL duplo magis imminuit Lunæ gravitatem in syzygia, quam augeat eandem vis LT in quadratura. Ponamus enim punc-

tum C magis ac magis recedere ab L in semicirculo (*Fig.* 101), & accedere ad T; etiam punctum I semper magis ac magis recedet ab L, accedetque ad T, & ubi C congruerit cum T, etiam I congruet cum eodem T. Hoc est, quum dupla Lunæ distantia à quadratura fuerit æqualis semicirculo, adeoque simpla quadranti, quod evenit Luna syzygiam attingente; sinus versus IL erit æqualis diametro LT. Cum ergo generatim sit vis gravitatem augens ad imminuentem, ut LT: 3IL; erit illa ad hac in syzygia, ut 1 : 3. Hoc est, quoniam vis LT per totam orbitam est fere constans, in syzygia gravitas Lunæ ex una parte augetur vi = LT, ex altera autem parte imminuitur vi = 3LT; adeoque viribus contrariis & æqualibus se se elidentibus, tantummodo imminuitur vi = 2LT. Porro vis gravitatem augens in quadratura, nulla illic existente vi imminuente, est = LT: ergo vis, de qua agimus, duplo magis imminuit Lunæ gravitatem in syzygia, quam altera augeat eandem in quadratura.

443 Propositio IV. Vis 3CI celeritatem Lunæ in 1.mo, & 3.tio quadrante continenter imminuit, in 2.do autem, & 4.to continenter auget. Nam, uti ex inspectione Figuræ 98.væ & 99.næ patet, ea motui Lunæ in 1.mo, & 3.tio quadrante adversatur, in 2.do autem & 4.to cum eodem conspirat.

Fig. 101.

Fig. 98. & 99.

§. III.

De quibusdam motus lunaris Phænomenis.

444 Luna in syzygiis, & quadraturis juxta secundam Kepleri legem verrit circa terram areas temporibus proportionales: at in aliis orbitæ suæ locis ab eadem lege aberrat. *Ratio* est. Nam arearum temporibus proportionalium descriptio non exigit hanc vel illam determinatam vis centripetæ magnitudinem, aut ejusdem hac vel illa determinata lege peragendam variationem, sed tantum, ut vis centripeta semper in unum idemque centrum tendat, & celeritas tangentialis ab aliis causis non turbetur; quemadmodum n. 272 recolenti patebit: igitur vires perturbatrices LT & 3IL, cum non aliud præstent, quam quod prior augeat, posterior autem imminuat lunæ in terram gravitatem, quin ejusdem directionem in terræ centrum tendentem turbent, nuspiam obstabunt, quominus luna circa terram verrat areas temporibus proportionales; vis autem 3CI in syzygiis & quadraturis evanescit, uti Figuram 98.vam, & 99.nam contemplanti clarum fiet. Non est ergo, cur Luna in syzygiis & quadraturis non verrat circa Terram areas temporibus proportionales. At eadem vis 3CI lunæ motum in aliis orbitæ locis jam retardat, jam accelerat (*præc.*); adeoque non sinit aream esse ita tempori proportionalem, uti secus esset.

445 II. Tametsi inito calculo evincatur, Lunam in novilunio G existentem fortius attrahi à Sole S, ac attrahatur directione contraria à Tellure T; Lunam tamen Sol à Tellure propterea non debet avellere. Ducantur enim per Lunam in G existentem rectæ GS, TS, FS, AS continue proportionales. Recta TS eam vim exprimente, qua tellus à Sole attrahitur, recta AS exprimet eam vim, qua luna attrahitur ab eodem Sole (439). Atque hanc quidem vim AS totam evincit calculus esse majorem ea vi, qua luna à tellure attrahitur; at si eandem divi-

damus in AT & TS; pars TS tam Lunæ, quam Telluri communis est, adeoque hac quidem vi Sol Telluri Lunam eripere non potest, sed utramque pari celeritate ad se adduceret, nisi vis projectilis utrique indita lapsum rectilineum converteret in orbitam, quam commune gravitatis centrum Lunæ & Telluris circa Solem quodlibet anno semel absolvit: pars AT autem longe minor est, quam qua tellus Lunam in orbita coercet, ita ut præter eas perturbationes motus, quas hucusque pertractavimus, nullum in motu lunari effectum præstare possit.

446 III. Periodicum lunæ tempus est majus, terra in perihelio, quam in aphelio existente, adeoque hyeme, quam æstate. *Ratio* est. Nam terra in perihelio existente, tota illa vis, qua Sol in Lunam agit, ob imminutam distantiam major est, ac sit in casu opposito: ergo & partes illæ vis solaris, quæ motum Lunæ perturbant, majores sunt, ceteris paribus, tellure in perihelio, quam in aphelio versante. Unde consequitur, lunæ in terram gravitatem, per integram orbitam computando, minorem esse, tellure in perihelio, quam in aphelio versante. Utut enim tellure ex aphelio ad perihelium delata, crescat vis perturbatrix LT, lunæ in terram gravitatem augens, attamen crescit etiam vis 3IL, eandem imminuens, idque ita, ut hujus augmentum majus sit, ac illius; nam vis 3IL in majore ratione crescit, ac LT (442. *cor.* 5), & simul per majorem orbitæ partem prævalet vi LT, ac hæc illi (442, *cor.* 3.): atque adeo luna ex aphelio ad perihelium transeunte, ejus in terram gravitas plus decrementi capit ex parte una, ac capiat accrementi ex parte altera. Eo ipso autem, quod lunæ in terram gravitas, per integram orbitam computata, minor sit tellure in perihelio, quam in aphelio versante, sequitur, tellure in perihelio existente dilatari debere lunam orbitæ, ac proinde juxta 3tiam Kepleri legem, tempus quoque periodicum produci: posita enim eadem vi projectili, tanto magis dilatari oportet orbitam Lunæ, quanto minor est ejus in terram gravitas, per totam orbitam computata.

447 IV. Nodi orbitæ lunaris versus occidentem regrediuntur. *Ratio* est. Sit enim EN (*Fig.* 96) pars eclipticæ, & LBN pars ejus orbitæ, quam tenet Luna tunc, quum arcum LA percurrit; erit nodus in N. Jam quoniam Sol constanter in plano eclipticæ hæret, vi sua attractiva constanter nititur Lunam ex plano orbitæ LBN versus eclipticæ planum abducere; itaque fieri necesse est, ut Luna, quæ interim, dum arcum AB percurrisset, aliquam Solis vim BC persentiscit, loco arcus AB percurrat arcum AC; nodusque ex N in *n* regrediatur. Porro linea nodorum versus occidentem regrediendo integram conversionem suam fere 18 annis, 224 diebus absolvit. *Fig.* 96.

Schol. Quemadmodum nodi lunares, ita etiam puncta *æquinoctialia*, scilicet in quibus ecliptica æquatorem intersecat, versus occidentem, ut jam alias dictum est, regrediuntur. Unde fit, ut tellus, dum ab æquinoctio verno digrediens circa Solem revolvitur, prius revertatur ad idem æquinoctium, quam integram orbitam percurrat: id quod *præcessio æquinoctiorum* dici solet (*a*).

(*a*) *Quodsi axis terræ sibi ipsi constanter accurate parallelus maneret, dum in orbita de loco in locum transfertur; semper in iisdem punctis intersecarent se se æquator & ecliptica, seu æquinoctialia puncta essent immota: hinc cum puncta hæc*

Jam cum ob motum hunc æquinoctialia puncta continenter mutent suas à fixis distantias, fit, ut singulæ fixarum constellationes adpareant nobis tantundem progredi versus ortum, quantum reipsa progrediuntur æquinoctialia puncta versus occasum. Adque adparente hoc motu singula zodiaci signa intra bis mille circiter annos 30 gradibus promota sunt versus ortum; ita ut signum Arietis, quod tempore Hipparchi prope æquinoctium vernum fuit, huicque puncto suum nomen communicavit, ibi hodie sit, ubi tunc signum Tauri exstitit, successeritque ipsi signum Piscium &c. Unde etiam enata est apud Astronomos distinctio zodiaci adparentis à rationali. *Adparentem* constituunt 12 illæ constellationes, n. 337 descriptæ, quæ lentissimo illo motu progredi adparent: *rationalis* initium capit ab ipso verno æquinoctiali puncto, totumque circulum in 12 signa, quæ imaginatione sibi repræsentant Astronomi, partitur. Unde patet, ibi nunc esse arietis signum rationale, ubi est adparens signum piscium, rationale signum tauri congruere cum adparente signo arietis &c.

Porro causa præcessionis æquinoctiorum eodem fere modo derivatur ab actione Solis & Lunæ in terram, quo causa regressionis nodorum lunæ ab actione Solis in Lunam (*a*): sed exacta rei determinatio sublimes, molestosque poscit

---

continenter progrediantur; ipse etiam axis terræ tantundem à situ parallelo deflectat, est necesse. Nempe axis ille servato proxime *angulo, quem cum axe eclipticæ continet, quive est circiter* 23 *grad.* 30′, *ita convertitur circa axem eclipticæ, ut poli æquatoris, seu poli mundi circa polos eclipticæ circulos describant intervallo* 23 *circiter grad.* 30′. *Atque his in circulis contra signorum seriem incedentes poli æquatoris post se quodammodo trahunt puncta æquinoctialia, eodemque tempore absolvent tam poli illi, quam puncta hæc conversionem integram: at tempus istud periodicum admodum longum est, videlicet circiter* 25000 *annorum, cum intra annum præcessio æquinoctiorum sit* 50″ *&* *aliquot tertiorum. Porro motus iste poli æquatoris efficit, ut aliquæ fixæ ab eodem polo recessisse, aliæ accessisse videantur. Sit enim in* Fig. 93 ACB *circulus ille, in cujus peripheria lento illo motu progreditur alteruter polus mundi. Si polus ille ex* B *transeat in* C, *tum in* A; *utique continenter quasdam stellas deseret, ad alias autem accedet: hoc est, illæ videbuntur nobis recedere à polo, hæ autem accedere.*

Fig. 93.

(*a*) *Ut præcessionis æquinoctiorum physica ratio reddi possit, concipiamus seriem quandam lunularum, quæ prope superficiem terræ revolvantur, altera post alteram. Ponamus singulas earum, dum successive arcum* LA *percurrunt* (Fig. 96), *esse in orbita* LAN, *eclipticam* EN *in* N *intersecante. Quælibet earum sequente tempore loco arcus* AB *percurreret aliquem arcum* AC, *haud aliter, quam de unica Luna nostra locuti fuerimus n.* 447; *ac proinde annulus ille lunulis constans, qui prius in* N *intersecabat eclipticam, eandem in n intersecabit: id est, ejus nodi regrediuntur. Porro istud verum manet, etiam quum earum lunularum numerum ita excrescere ponimus, ut jam se se contingant, annulumque non interruptum efforment. Imo tametsi annulus ille terræ adhærens fiat, adhuc dicta nodorum regressio subsistet: cum enim tellus ad motum sit indifferens, cedet nodorum nisui, eorumque retrogradationem permittet.*

Fig. 96.

Jam si concipiamus telluri inscribi sphæram, cujus diameter sit ipse terrestris

calculos; qui tamen ex theoria universalis attractionis cum successu fluunt. Vide, si lubet, Newtoni l. 3. *Princip. Prop.* 39. Frisii *De Grav. univ. Corp. l.* 2. c. 5.

§. IV.

Æstus marini phænomena è theoria lunæ deducuntur.

448 *Æstus maris* est motus quidam aquarum maris, quo istæ quotidie per vices jam attolluntur, jam dehiscunt. Aquarum elevatio, *fluxus*; depressio, *refluxus* nuncupatur. Omnibus retro seculis animadversum est, hunc Oceani motum cum Lunæ motu conspirare; in detegenda tamen hujus conspirationis causa Philosophi ante Newtonum sine successu desudarunt: at postquam magnus iste Philosophus in theoriam universalis gravitatis incidisset; facile patuit, æstus marini phænomena tanquam consectaria quædam suapte profluere ex iis viribus attractivis, quas Luna & Sol (sed præcipue Luna) in diversas marium partes exerunt: ut adeo dubitare jam non possimus, veras eorundem phænomenorum causas ab actione horum luminarium (cumprimis autem Lunæ) esse repetendas. Unde etiam, quia ad explicanda dicta phænomena plurimum lucis adfert theoria virium, motum Lunæ perturbantium, n. 440 & sequ. à nobis exposita, argumentum istud ceteroquin Physicæ part. magis proprium, hoc loco pertractandum censuimus. Porro inde cumprimis elucet connexio inter motus Lunæ & undarum, quod adpulsus Lunæ ad meridianum maris supra, vel infra horizontem maximas eidem mari undarum elevationes adferat. Cujus ut ratio jam nunc generatim intelligatur, sit.

449 Propositio. Referat *a b c d* (*Fig.* 100) solidam telluris partem, quam ponamus undique aquis esse circumfusam; sit autem H *f* K g ea superficies aquarum undique telluri circumfusarum, quam æquilibrii leges exigerent tunc, quum Fig. 100.

---

axis minor; incumbet circumquaque æquatori massa, quam hæc sphæra non includet: ostendimus enim alibi, tellurem ad polos compressam, & in æquatore protuberantem esse debere. Datur itaque in æquatore telluris quidpiam, quod ei lunularum annulo non interrupto æquivaleat, nimirum redundans illa ejusdem æquatoris materia. Annulus enim hac materia constans, æquatoremque occupans, ad eclipticam inclinatus utique est: ergo actione Solis fieri necesse est, ut ea puncta, in quibus is eclipticam intersecat (quæ sunt ipsa æquinoctialia) versus occasum regrediantur. At actio Solis longe lentiorem nodorum regressionem efficiet in hoc annulo, quam efficiat in nodis Lunæ nostræ: imprimis quia hic annulus telluri adhæret, adeoque motum suum eidem communicat; deinde quia protuberantes terræ partes non conficiunt accurate annulum in æquatore positum, sed etiam ad latera utrinque protenduntur; quo ex capite, ut Newtonus explicat, regressionis celeritatem imminui est necesse: denique quia longe majores sunt illæ vires, quibus Sol Lunæ motum perturbat, ac sint eæ, quibus perturbat motum æquatoris terrestris. Certe si in Fig. 98 vires Lunæ motum perturbantes expendantur; circulus HEKG *erit ipsa orbita Lunæ circa terram: si autem in ead.* Fig. *eas vires contemplemur, quibus idem Sol æquatoris terrestris motum perturbat, circulus* HEKG *erit ipse terrestris æquator. Igitur longe majores sint, oportet, perturba-* Fig. 98.

aquæ in solam tellurem gravitarent: denique sit luna in L, & ducta ex ea per terræ centrum T recta L *f*, punctum g vocemus *lunæ subjectum*, *f* autem *lunæ oppositum*. Actione Lunæ turbabitur aquarum æquilibrium, ad quod recuperandum aquarum figura H *f* K *g* in aliquam sphæroidem G *n i m* E *o s r* G abire debeat, ita ut maxima sit aquarum elevatio in locis lunæ subjecto G, & opposito E, maxima autem depressio in iis locis, quæ à punto G, cui luna imminet, quadrante circuli maximi terrestris undique distant, ut in H, K &c.

Fig. 98. Si enim in *Fig.* 98 HEKG non jam lunæ orbitam, uti in theoria lunæ n. 438, sed telluris aquis tectæ superficiem referat, tum loco Solis in S substituamus lunam; vis, quam luna in quamcunque maris partem exerit, eodem modo resolvi potest in quasdam perturbatrices vires, quo modo resolvimus n. 440, & sequ. eam Solis vim, quam luna in diversis orbitæ suæ punctis persentiscit. Itaque luna L (*Fig.* 100) Fig. 100. imprimis aquarum, in circulo HK sitarum, à quarum zenith 90 gradibus distat; nativam in terram gravitatem auget, uti auget Sol Lunæ in quadratura existentis (442. *cor.* 4.): deinde quemadmodum lunæ in terram gravitas nonnisi circa quadraturas intra limites *m* & *n*, item *o* & *r* (*Fig.* 98), quorum singuli 35° Fig. 98. 16′ distent à quadratura, augetur efficaciter actione Solis, & quidem eo semper minus, & minus, quo magis à quadraturis receditur, in arcubus *m o*, & *n r* autem imminuitur, ita ut imminutio hæc versus syzygias G & E progrediendo semper crescat, & in ipsis syzygiis sit maxima (442 *cor.* 1 2. & 3.); ita Fig. 100. etiam actione lunæ L (Fig. 100.) gravitas aquarum intra limites *m* & *n*, item *o* & *r*, undique à circulo HK 35°, 16′ distantes, augetur, sed eo semper minus, quo magis à circulo HK receditur, in reliquis autem versus G & E locis continenter magis ac magis imminuitur, ita ut maxima gravitatis imminutio sit in ipsis locis G & E, quorum unus lunæ directe sit subjectus, alter in altero hemisphærio directe opposi-

---

trices vires in priore casu, quam in altero: scilicet ob angulum BSA *longe majorem in priore casu, quam in altero. Porro in annulum æquatoris terrestris Luna quoque continenter agit; adeoque hæc est altera præcessionis æquinoctiorum causa, & quidem potior, quam ipse Sol, uti calculo inito eruitur: quemadmodum ad æstum quoque marinum plus confert Luna, quam Sol, uti mox uberius dicemus.*

*Cl. Bradleyus exiguum quendam paucorum secundorum motum deprehendit in stellis fixis, quo illarum aliquæ jam accedant ad mundi polos, jam recedant, periodo intra quoslibet 19 circiter annos recurrente. Ex hoc fixarum motu, qui diversus est ab eo, quem superius descripsimus, inferunt Astronomi duce Bradleyo, axem æquatoris cum axe eclipticæ non eundem accurate angulum continere constanter, sed jam majorem nonnihil, jam minorem; adeoque polum æquatoris jam accedere tantisper ad polum eclipticæ, jam recedere, atque ita oscillare quodammodo: integram autem oscillationem, quæ nempe accessu uno & recessu constet, intra 19 circiter annos absolvi. Atque hæc est illa, quam Astronomi nuta*tionem axis terrestris *nuncupant, & è Lunæ in terram actione derivant. Unde patet, cur superius in* annot. (*a*) *dixerimus*, proxime *duntaxat retineri angulum inclinationis, quum axis æquatoris circa axem eclipticæ lentissime convertitur.*

tus. Hinc aquæ in circulo HK, & cis ac trans eundem intra 35°, 16′, ob auctam actione Lunæ gravitatem suam, juxta æquilibrii leges dehiscent, idque pro ratione auctæ suæ gravitatis, adeoque ita, ut depressio HK sit maxima; reliquæ autem pro ratione imminutæ gravitatis suæ attollentur, ita ut maxima aquarum sublatio sit in locis G & E. Eo ipso autem Propositionis veritas patet. Notandum autem est, eatenus evenire in uno loco aquarum elevationem, & simul in altero depressionem, quatenus è locis, in quibus gravitas aquarum aucta est, fluunt aquæ ad loca imminutæ gravitatis, usque dum æquilibrium ea gravitatis variatione turbatum recuperetur.

Schol. Hactenus spectavimus totam tellurem maribus undique circumfusam, quod tamen re ipsa verum non est, cum in ejus superficie complures terræ tractus maribus interjiciantur. Nihilominus tamen in iis etiam, quos tellus ingentes habet, Oceani tractibus æquilibrium partium actione Lunæ omnino turbari, adeoque ad recuperandum illud aquas in quibusdam locis attolli, in aliis deprimi est necesse. Hoc est, aquæ marinæ induunt reapse sphæroidem, ut ut solidis terræ partibus multum intercisam.

450 Sol quoque turbat actione sua æquilibrium aquarum, & æstum efficit: at longe minorem, quam Luna. Cum enim æquilibrii perturbatio in undis ex actione luminarium proveniens inde ortum trahat, quod in diversas undarum partes Sol aut Luna diverse agat; Sol exiguam potest in positione earum inducere mutationem, quia ob ingentem distantiam fere æquis & parallelis viribus trahit singulas telluris partes. At luna ob vicinitatem diversis in eam viribus & directionibus agit, proindeque majores in undis perturbationes ciere potest. Sed jam ad varia æstus marini phænomena (quorum aliqua quotidie recurrunt, alia sunt menstrua, annua denique alia) speciatim exponenda progrediamur.

451 I. Mare in libero Oceano intra diem lunarem, seu intra 24 *h.* 48′ bis attollitur, bis deprimitur. *Ratio* est. Nam 1) dum luna oriens attingit dati cujuspiam loci horizontem; ea ab eo loco distat quadrante circuli maximi (339. *cor.* 2.) itaque in loco illo mare tunc maxime depressum sit, oportet (449) 2) Luna supra horizontem versus loci meridianum progrediente, vertex quoque sphæroidis aquarum, lunæ subjectus, progreditur versus terrestrem ejusdem loci meridianum, adeoque continenter vicinior fit loco illi; ita ut tunc fiat ei vicinissimus, dum terrestrem ejusdem meridianum attingit: hoc ergo casu mare in adsumpto loco attolli necesse est, ita ut maxima intumescentia tunc contingat, dum dictus sphæroidis vertex dictum meridianum attingit. 3) Luna occidente rursus aquas deprimi oportet, quemadmodum eadem oriente factum fuit. 4) Dum luna post occasum accedit ad loci meridianum infra horizontem; vertex sphæroidis, lunæ oppositus, accedit ad meridianum loci supra horizontem: hic ergo alteram aquarum intumescentiam adferet.

452 II. Maxima tamen aquarum sublatio non accidit tunc accurate, quum luna meridianum loci attingit, sed post duas circiter, tresve horas: pariter maxima undarum depressio totidem fere horis sequitur ortum, vel occasum lunæ. Habent enim aquæ vim inertiæ, n. 292 descriptam, qua stante fieri nequit, ut eæ momento temporis adsumant eam

positionem, & figuram, quam æquilibrii leges exigerent; sed si quopiam temporis momento eam positionem attingat Luna, qua stante leges æquilibrii exigant, ut undæ, quæ paulo ante versus puncta G & E, ut in iis maxime accumulentur, tendere debuerant, jam versus alia duo puncta tendant; eædem undæ impetu prius concepto adhuc aliquo tempore in G & E accumulari pergent, dum vires, quibus alio determinentur, sensim prævaleant. Sic etiam penduli pondus celeritate per lapsum concepta ascendit in partem oppositam, licet gravitas per totum ascensum ipsi adversetur. Itaque maxima aquarum altitudo tardius debebit evenire, ac eveniret, si aquæ vi inertiæ carerent. Idem est de maxima aquarum depressione intelligendum (*a*).

453 III In syzygiis, seu tempore novilunii & plenilunii, æstus sunt maximi; in quadraturis minimi. Sed tamen non ii æstus sunt maximi, qui fiunt in ipsis syzygiis, sed secundi, aut tertii consequentes: idem intelligendum de æstu minimo quadraturarum. *Ratio* 1.*mi* est. Cum enim Sol quoque eas aquas attollere debeat, quæ ipsi subjectæ sunt tam supra, quam infra horizontem, eas vero, à quibus 90 gradibus distat, deprimere; tempore syzygiarum easdem aquas attollet, aut deprimet Sol, quas Luna: hoc est, actiones horum luminarium conspirabunt, adeoque habebitur æstus summæ actionum Solis & Lunæ respondens. In quadraturis autem eæ ipsæ undæ, quæ punctis Lunæ subjecto & opposito respondent, à Sole distant 90 gradibus, & quæ respondent punctis Soli subjecto & opposito, à Luna 90 gradibus distant; ergo eas ipsas undas, quas Luna attollit, Sol deprimit, & è contra: hoc est, actiones Solis & Lunæ sibi opponuntur, adeoque is tantum æstus habetur, qui excessui lunaris actionis supra solarem respondent. *Ratio.* 2.*di* ab inertiæ vi petenda est. Nempe altero post novilunium die minor quidem est jam differentia inter gravitates earum aquarum, quæ Lunæ subjacent, & quæ ab ea 90 gradibus distant; adeoque spectatis solius æquilibrii legibus minor jam esse deberet æstus, quam pridie: at etiamsi altero illo die nulla jam adesset inter gravitates differentia, vehementes illæ prioris diei oscillationes in undis adhuc magnam partem perdurarent, id exigente inertiæ vi: quemadmodum vel in scaphio commota aqua non illico redit ad æquilibrium. Hinc cum præterea altero illo die non multo minores æstus poscant ipsæ etiam æquilibrii leges, quam pridie; fieri poterit, ut eodem illo die altero æstus majores sint,

(*a*) *Tametsi spectata sola Lunæ in aquas actione sequeretur fore, ut intra primam præcedentis & sequentis diei intumescentiam maximam accurate integer dies lunaris* = 24 *h.* 48′ *intercedat; quia tamen Sol quoque aliquem æstum efficit, è compositione virium Solis & Lunæ deducitur, consequi debere, ut intervallum illud temporis in una Solis ad Lunam positione majus, in altera minus sit: id quod observationibus etiam consonum est. Nempe in primo &* 3.*tio lunationis quadrante actio solis accelerare debet intumescentiæ maximæ adventum, in* 2.*do &* 4.*to retardare, uti analytice definivit Daniel Bernoullius in eximia Dissert. de fluxu & refluxu maris, quæ inter præmio donatas ab Acad. Paris. habetur ad an.* 1740, *& geometrice Boscovichius in Diario Romano anni* 1748: *quem vide etiam in suppl. Stayan. ad l. VI*, §. 3.

quam pridie. Exempla hujusmodi retardationum etiam in aliis virium generibus habemus. Sic maximum calorem non sentimus in ipso meridie, licet Solis efficacitas tunc sit maxima, sed aliquanto serius; nec in ipso solstitio æstivo, sed tardius.

454 IV. Luna *perigæum* obtinente majores æstus esse solent, quam dum ea in *apogæo* diversatur. Item Luna extra æquatorem existente, duo illi æstus, qui intra diem lunarem contingunt, sunt inæquales. *Ratio* 1.*mi* est, quia quum Luna in perigæo existit, ea ob minorem à tellure distantiam, majores in hanc vires exerit, quam dum in *apogæo*, seu in maxima à tellure distantia diversatur: itaque vires quoque perturbatrices majores sint, oportet, in priore casu, quam in altero (446).

Ratio 2.*di* est hæc. Ponamus imprimis Lunæ ab æquatore declinationem esse borealem, adsumamusque mare quodpiam pariter declinationis borealis. Mare istud tunc habebit maximam aquarum sublationem, quum vertex sphæroidis adpulerit ad ejus meridianum supra horizontem; eademque sublatio eo major erit, quo vertex ille meridianum attingens minus distiterit ab eo mari, & contra. Jam vero quum Luna transit per meridianum supra horizontem, ille vertex sphæroidis adferet maximam aquarum sublationem, qui est Lunæ subjectus; adeoque qui eandem habet declinationem quam Luna, seu borealem; quum autem Luna transit per meridianum infra horizontem, alter sphæroidis vertex, qui nempe oppositus est Lunæ, habetque contrariam ab æquatore declinationem, seu australem, versabitur in meridiano supra horizontem, adeoque iste adferet 2.dam sublationem maximam aquarum: ergo mare boreale in priore casu minus, in altero magis distabit à vertice sphæroidis æstum maximum adferente; consequenter prior æstus major esse debebit altero. Contrarium evenire in mari australi clarum est. Sit deinde Lunæ declinatio australis quæcunque modo dicta sunt de mari boreali, eadem australi mari convenient, & de boreali contrario modo loquendum erit.

455 V. Majores sunt aquarum sublationes, ceteris paribus, Luna versante in æquatore, quam extra ipsum. Quum enim Luna est in æquatore; ea ubique locorum tamdiu est supra horizontem, quamdiu infra, quemadmodum de Sole æquatorem attingente explicuimus n. 370: præterea uterque vertex sphæroidis eundem circulum diurnum percurrit, ita ut vertex lunæ oppositus eodem perveniat, ubi alter vertex ante dimidium lunarem diem fuit. Itaque in quovis dato terræ loco æstus sequens æqualis est præcedenti, & omnia temporum intervalla, intra quæ detumescentiæ maximæ consequuntur intumescentias maximas & contra, æqualia sunt, idque pro quodlibet loco. Hinc oscillatio, quæ in aquis ex alternis depressionibus, & sublationibus orta, aliquandiu ob inertiæ vim perdurare solet, hoc casu conspirat cum actione lunæ, ita ut eædem aquæ, & eodem tempore debeant attolli, aut deprimi spectata Lunæ actione, legibusque æquilibrii, quæ, & quo tempore attollerentur, aut deprimerentur, spectata sua concepta oscillatione. Eo ipso autem eandem oscillationem, æstumque marinum magis ac magis increscere debere, consideranti patet. At luna extra æquatorem sita, nec vertex sphæroidis sequens venit post dimidium diem lunarem ad eundem locum, in quo prior fuit, nec æqualia temporum intervalla inter-

cedunt intra intumescentias & depressiones maximas; quia ortus & occasus lunæ (qui maximas detumescentias adferunt) aliter distant à meridiani parte, supra horizontem eminente, aliter ab ejusdem parte, infra horizontem latente, quemad modum e. g. noster ortus solaris æstivus magis utique distat à meridiani nostri parte conspicua, quam ab ejusdem parte, infra horizontem nostrum depressa. Hinc motus æstus posterioris longe diversus à motu prioris non congruit cum ea oscillationis continuatione, quæ post priorem æstum ab inertiæ vi aliquandiu præstaretur etiam tunc, quum repente cessaret inæqualitas gravitatis in diversis maris partibus, quæve per æqualia temporum intervalla attolleret aquas, & deprimeret; sed duo hi motus confunduntur invicem, adeoque decrescit effectus totalis. "Sic in pulsando ære campano (hoc "exemplo rem illustrat Boscov. *in* "*annot. ad l. VI. Stay.*) si nova per "funem impressio motus fiat, dum "manubrium descendit; facile au"getur, & conservatur oscillatio: "sed si quis funem trahat, dum ma"nubrium è contrario ascendit; os"cillationem perturbat, & ipse "plurimum defatigatur sine fructu.

456 VI. Annui æstus maximi sunt in noviluniis, & pleniluniis æquinoctialibus. Item majores sunt, ceteris paribus cum tellus est in perihelio, quam dum in aphelio versatur. *Ratio* 1.*mi* est. Quia tunc duplici ex capite crescunt æstus; imprimis, quia luminaria sunt in syzygiis (453) tum quia sunt in æquatore (*præc.*) *Ratio* 2.*di* est, quia in perihelio majores sunt illæ vires, quibus Sol æquilibrium aquarum perturbat quam in aphelio, uti vel è num 446 intelligere licet.

457 VII. Hyeme in syzygiis æstus matutinus, seu ille, qui evenit post mediam noctem, in mari borealem latitudinem habente major est æstu pomeridiano, seu, ut vocant, vespertino; æstate vero minor: contrarium evenit in mari latitudinis australis. Adsumamus enim hyeme e. g. plenilunium. Sol hyeme habet latitudinem australem; præterea tempore noctis mediæ transit per meridianum infra horizontem: cum ergo plenilunii tempore Luna sit in oppositione cum Sole, eodem tempore Luna transibit per meridianum supra horizontem in parte boreali: hoc est, vertex sphæroidis, qui matutinum æstum adfert, sat vicinus est adsumpto boreali mari, vel plane per illud transit, ab australi vero satis distat; adeoque in boreali mari sat magnus est æstus, in australi multo minor. In meridie autem Sol transit per meridianum supra horizontem in parte itidem australi; ergo Luna eodem tempore transit per meridianum infra horizontem in parte boreali: consequenter ille vertex sphæroidis versatur in meridiano loci supra horizontem, adfertque aquarum sublationes, qui est Lunæ oppositus; qui proinde erit vicinus mari australi, vel plane per illud transibit à boreali vero distabit satis: adeoque in australi erit æstus sat magnus, in boreali longe minor. Atque ex his patet jam, hyeme plenilunii tempore æstum matutinum vespertino majorem esse debere in mari boreali, minorem in australi.

Eadem evenire debent hyeme etiam in novilunio. Cum enim tunc Sol & Luna sint in conjunctione; sidera hæc in meridie simul transeunt per meridianum supra horizontem in australi parte: ergo vertex sphæroidis Lunæ subjectus, qui æstum adfert eo tempore, bene distabit à boreali mari, minus vel et-

iam nihil ab australi: consequenter in boreali sat parvus erit æstus ille vespertinus, longe major in australi. Tempore noctis mediæ Sol & Luna simul transeunt per meridianum infra horizontem in parte itidem australi: ergo vertex Lunæ oppositus, qui tunc transit per meridianum supra horizontem, adfertque æstum matutinum, cadit ad partem borealem: hoc est, in boreali parte major est hic æstus vespertino, in australi minor. Atque his intellectis facile jam patebit contrarium debere evenire æstivo tempore.

Schol. Phænomena hæc in Oceano libero diligenti Navigantium cura observata, cumque theoria gravitatis universalis tam accurate cohærentia; evincunt, veram æstus marini causam tandem à Newtono detectam omnino esse, simulque gravitatem terræ in solem & lunam confirmant. (*a*). Supersunt adhuc phænomena æstuum quorundam, ut vocant, *exlegum*, à peculiari locorum situ potissimum pendentia: quæ mox in Obj. solut. explanabimus.

§. V.

Solvuntur objectiones.

458 *Obj.* 1.*mo* Actiones Lunæ & Solis, meridianum attingentium, etiam conjunctim acceptæ non possunt esse pares attollendis ingentibus aquarum molibus; ergo æstus maris ab actionibus horum luminarium repeti non potest. *Prob. ant.* Dictæ actiones non possunt elevare vel levissimam plumam; ergo à fortiori.

℞. *Dist. ant* Non possunt esse pares *directe* attollendis aquarum molibus C. *ant. indirecte* attollendis, nempe turbando æquilibrium ipsarum *Neg. ant.* & *cons.* Constanter fortius trahit tellus aquas marinas, quam

(*a*) *Itaque de mutua Telluris & Lunæ gravitatione jam nullum superesse potest dubium. Ac Lunæ quidem in Terram gravitatem è n.* 305 *intelligere licet: at Newtonus singulari præterea argumento ostendit, Lunam versus terræ centrum ea vi urgeri, quæ (habita ratione distantiarum) cum gravitate terrestrium corporum, plane congruat. Nempe inquisivit imprimis Newtonus, quantumnam spatii conficeret luna intra* 1′ *vi suæ in terram gravitatis, si vis projectilis non obstaret. Scilicet feratur Luna* A (Fig. 61) *circa Tellurem* C *in orbita circulari, & intra* 1′ *percurrat arcum* AE: *effectum gravitatis eidem minuto primo respondentem, demissa* ED *ad* AC *perpendiculari, exprimet recta* AD. *Jam ex periodico tempore Lunæ intulit, arcum* AE *uni minuto primo respondentem esse debere quam proxime* 33″; *hanc nempe proportionem instituendo: ut totum tempus periodicum in minuta prima resolutum ad totam orbitam circularem, seu ad* 360 *gradus, ita* 1′ *ad arcum* AE, *seu ad x. Cum ergo arcus* AE *sit mensura anguli* ACE, *recta* AD *est sinus versus anguli* 33″. *Stat ergo hæc proportio: Ut radius ad sinum versum* 33″, *ita* AC *ad* AD. *Qua in proportione* 1.*mus &* 2.*dus terminus ex canonibus sinuum innotescunt;* 3.*tius terminus est ipsa Lunæ à Tellure distantia,* = 60 *semidiam. terrest. itaque* 4.*tus quoque, effectum gravitatis lunaris uni minuto primo respondentem exprimens innotescit, estque* = 15 *ped. circiter.* Tab. V. Fig. 61.

Hoc invento, inquisivit, quantumnam spatii conficeret Luna vi suæ gravitatis intra 1″; *hanc instituendo proportionem: intra* 1′, *seu intra* 60″ *conficeret* 15 *pedes, ergo quantum conficeret intra* 1″? *At quadrata temporum sunt accipienda,*

Luna & Sol; adeoque luminaria hæc non possunt attollere aquas, eas quodammodo eripiendo telluri, superata hujus attractione contraria: possunt tamen easdem attollere indirecte; quatenus aliquarum Oceani partium gravitatem imminuunt, aliarum eodem tempore augent. Inducta enim hujusmodi inæqualitate gravitatum, æquilibrii leges exigent undas illic attolli, hic deprimi, induereque figuram cujuspiam sphæroidis.

Ad prob. *conc. ant. N. cons.* Dispar ratio est. Nam indirecta illa sublatio in solidis locum non habet: hæc enim non habent eam promptitudinem ad motus comparativos, quam habent fluida: unde etiam illa non componunt se ita ad æquilibrium, uti componunt fluida. Igitur si Luna attolleret plumam, id deberet præstare fortius illam ad se attrahendo, quam retrahat in oppositam partem tellus: istud autem Luna præstare non potest; nam corporum terrestrium in Lunam, & simul Solem gravitas est exigua comparate ad gravitatem in terram, uti dictum est n. 319. in *resp. ad Obj. 4.tam.*

Urg. Si Luna dicto modo indirecte attolleret aquas Oceani, deberet attollere etiam aquas maris Caspii, item majorum lacuum, ut est lacus *Balaton* in Hungaria; atqui non attollit; ergo. *Prob. maj.* Etiam in his deberet aliarum partium gravitatem augere, aliarum imminuere; ergo. ℞. *Neg. maj.* Ad prob. *D. ant.* Etiam in his &c. ita tamen, ut discrimen in gravitates inductum minus sit, quam ad æstum sensibilem sufficiat *C. ant.* ita ut discrimen sit sufficiens *N. ant.* & *cons.* Luna eatenus causat æstum marinum, quatenus aquarum sibi subjectarum & oppositarum gravitatem in terram imminuendo, quadrante distantium autem augendo, earundem æquilibrium turbat, ut adeo è locis quadrante distantibus ad loca lunæ subjectum & oppositum (siquidem adsit requisita communicatio) aquæ confluere debeant, usque dum pristinum æquilibrium re-

---

quum id genus spatia vi gravitatis, motum uniformiter accelerantis, conficienda inter se conferuntur (217): *adeoque prodit quæsitum spatium* $= \frac{15}{60''^2}$.

Demum quæsivit: cum intra $1''$ *in distantia 60 semid. terrestr. effectus gravitatis lunaris sit* $= \frac{15}{60''^2}$ *quis erit ejusdem effectus in distantia 1 semidiametri, seu in superficie terræ? At quadrata distantiarum sunt accipienda, & quidem reciproce: quare si quæsitum spatium dicatur* x, *hæc erit instituenda proportio,* $1^2 : \frac{15}{60''^2} = 60^2 : x$. *Igitur spatium, quod luna in superficie terræ intra* $1''$ *vi suæ gravitatis conficeret, seu* x, *est circiter* $= \frac{15 \times 60^2}{60''^2 \times 1^2} = 15$, *numero hoc pedes designante. Atqui nostratia etiam corpora circiter tantundem spatii conficiunt intra* $1''$ (316. *in* annot.): *gravitas ergo lunæ in terram cum gravitate corporum terrestrium (habita ratione distantiarum) congruit.*

cuperetur. Itaque ad æstum requiritur, ut aquæ inter se communicantes saltem per 90 gradus sint diffusæ. In minoribus maribus undique conclusis, uti est Caspium, item lacubus etiam amplis, luna & sol easdem fere vires exerunt in quasvis partes, idemque ad sensum augmentum, aut decrementum gravitatis causant in partibus aquarum singulis: eo ipso autem earundem æquilibrium non turbant, uti non turbas æquilibrium bilancis, dum utrique lanci idem pondus adjicis, aut demis.

Schol. Etiam minora maria possunt habere æstum, si cum patente Oceano sufficientem habeant communicationem. In mari quidem mediterraneo parvi notantur æstus: quia cum longitudo hujus maris ne 60 quidem gradus attingat, æstus in eo ipso ortos prorsus exiguos esse oportet; at neque aquæ aliunde adfluentes poterunt magnos in eodem æstus efficere, quia communicationem cum Oceano habet respectu amplitudinis suæ angustam. Eædem tamen undæ, quæ in eo exiguum æstum effecerant ubi deinde ad mare Adriaticum perveniunt, majorem jam adferunt; propterea, quod mare Adriaticum efformet sinum, colligendis, coarctandisque undis perquam aptum. In nigro quoque mari defectus æstuum à defectu amplitudinis, sufficientisque cum aperto Oceano communicationis est repetendus.

459 *Obj. 2.do* Si æstus maris ab attractione Lunæ proficisceretur; Luna meridianum supra horizontem attingente, aquæ eidem meridiano in hemisphærio inferiore subjectæ deberent deprimi: atqui contrarium fit. *P. maj.* Dum Luna L (*Fig.* 100) attingit meridianum maris G; aquæ in opposita hemisphærii parte E existentes tam viribus ipsius telluris, quam etiam Lunæ urgerentur versus telluris centrum T; ergo deprimi potius, quam attolli deberent.

Tab. VIII. Fig. 100.

℞. *Neg. maj.* Ad prob. *D. ant.* Tam viribus ipsius telluris, quam etiam Lunæ &c. ita tamen, ut centrum telluris T fortius trahatur à Luna L, quam trahantur aquæ in E existentes *C. ant.* secus *N. ant.* & *cons.* Sit Luna in S (*Fig.* 98); post rectas ES Fig. & TS fiant continue proportionales 98. GS & aS. Vis, qua Luna in S existens aquas in E positas attrahet, erit ad vim, qua eadem Luna attrahet terræ centrum T, ut aS: TS, ut è n. 439 intelligere licet: hoc est, gravitas centri T in Lunam excedit maris E in eandem Lunam gravitatem quantitate Ta. Hinc spectato effectu idem est, ac si centro T vim Ta non persentiscente, aquæ in E positæ contraria & æquali vi aT ab eodem centro distraherentur. Unde tametsi vis hæc aT, secundum se considerata, aquas in E positas à centro telluris T abstrahere nequeat, propterea, quod aquarum illarum in terram gravitas contraria ipsam plurimis vicibus superet; partem tamen gravitatis hujus elidit, atque ita efficit, ut æquilibrii leges, aquas è locis quadrante distantibus undique ad E confluere, exigant.

460 *Obj. 3.tio* Si luna oriens gravitatem aquarum, adeoque etiam reliquorum corporum terrestrium, augeret, & ad meridianum adpellens imminueret; hoc gravitatis discrimen saltem ope penduli detegi posset: nempe idem pendulum plures deberet intra datum tempus oscillationes peragere luna oriente, quam eadem per meridianum transeunte; quemadmodum plures peragit prope polos, quam sub æquatore. Atqui nulla idgenus variatio notatur in pendulis.

℞. Cum luminaria non integris

suis, quas in terrestria corpora exerunt, viribus inducant discrimen in eorundem gravitatem, sed iis duntaxat virium differentiis, quibus aliter agunt in unam, quam in alteram telluris partem; discrimen illud comparate ad totam terrestrium corporum gravitatem prorsus exiguum sit, oportet: ita ut Cl. Eulerus calculo inito deprehenderit; numeros oscillationum ejusdem penduli in casu maxime auctæ, & maxime diminutæ gravitatis esse ut 4666667: 4666666; quam oscillationum differentiam quis existimet posse observari? Differentia inter numeros oscillationum ad polos & æquatorem longe major est (325, & 422. *Schol*); unde gravitatum quoque differentia illic facilius observari potest.

Urgeb. Si tam exigua est vis perturbatrix luminarium; differentia inter gravitates aquarum luminaribus subjectarum, & aquarum 90 gradibus distantium est insensibilis comparate ad totam harum vel illarum aquarum gravitatem: ergo eminentia quoque aquarum luminaribus subjectarum supra aquas 90 gradibus distantes (adeoque ipse etiam æstus) insensibilis esse deberet.

℞. *C. ant. Dist. cons.* Ergo eminentia quoque aquarum &c. insensibilis esse deberet comparate ad semidiametrum terræ *C. cons* etiam secundum se ita, ut à nobis prorsus non possit observari *Neg. cons.* Ponamus enim totam terram esse homogeneam & fluidam, si in duobus quibusdam locis diversa fuerit aquarum gravitas; ex loco auctæ gravitatis ad locum imminutæ tamdiu fluent aquæ, dum æquilibrium hac gravitatis variatione turbatum, illic imminuta, hic aucta aquarum altitudine restituatur: adeoque si differentia gravitatum fuerit insensibilis comparate ad totam gravitatem, ex hoc non plus consequetur, quam etiam differentiam altitudinum fore insensibilem comparate ad totam altitudinem, seu ad semidiametrum terræ. Jam vero eadem altitudinum differentia est necessaria diversis marium partibus ad obtinendum æquilibrium in præsente telluris statu, quæ esset necessaria tum, quum tota terra esset fluida. "Nam, ut „ait Boschovichius *Dissert. de maris* „*æstu n.* 50, si fluido ad æquili„brium redacto, quæcunque ejus „pars concrescat repente; reliquum „in eodem manebit statu. Ita in vase „fundi utcunque inæqualis superfi„cies æquabilem figuram induit. Si „autem sit superficies ipsa partim „solida, & partim fluida, superfi„cies fluida debebit adfectare eam „figuram, quæ haberetur, si tota „fluida esset; in qua sola potest „stare in æquilibrio." Igitur in præsente quoque telluris statu, differentia altitudinum in objectis aquarum columnis nonnisi comparate ad semidiametrum terræ debet esse insensibilis. Id autem, quod comparate ad semidiametrum terræ insensibile est, profecto non debet esse etiam secundum se insensibile ita, ut in sensus nostros prorsus non possit incurrere. Finge tantam aquarum vim undique confluere ad quempiam Oceani locum, ut in eo aquæ intra paucas horas ad septem vel octo pedum altitudinem accumulari debeant, an non fluxum admodum sensibilem esse oportebit? Unde Boscovichius *loc. cit.* n. 59. "Nec ex eo, „inquit, quod insensibile sit incre„mentum, aut decrementum gravi„tatis respectu gravitatis totius, in„fertur insensibilem esse debere ut„cunque elevationem marium, sed „solum debere esse insensibilem res„pectu totius semidiametri terres„tris, respectu cujus insensibiles

„sunt etiam 8, vel 10, vel etiam „100 pedes."

Schol. Quod attinet ad rationem vis solaris æstum cientis ad vim lunarem; "Bernoullius ex intervallo, „& duratione æstuum collegit pro„portionem virium Solis, & Lunæ: „proportionem autem mediam cons„tituit 2 : 5, quæ parum differt ab „alia 147 : 356, quam certiora „phænomena præcessionis æquinoc„tiorum, & nutationis terrestris „axis suppeditant. Hoc dato erit „altitudo fluxuum ob vim Lunæ „pedum $4\frac{2}{3}$, & binis viribus conspi„rantibus ad pedes usque $6\frac{1}{2}$ in ma„ribus liberis, atque apertis aqua „elevari poterit: nec nisi ob inertiæ „rationem excurrendo ultra limites „æquilibrii in iisdem maribus altitu„do major habebitur, & quandoque „etiam ob vim, & agitationem ven„torum." Frisius *de Grav. univ. Corp. Leg.* 2. c. 9. in *Schol.*

461 *Obj.* 4.*to* Si actio Lunæ turbaret aquarum æquilibrium in Oceano; deberet turbare etiam æquilibrium atmosphæræ terrestris: atqui hujus æquilibrium non turbat; ergo neque aquarum. *Prob. min.* Si actio Lunæ turbaret æquilibrium in atmosphæra; ex ea turbatione oriretur ventus sensibilis certis legibus adstrictus: aqui nullum ejusmodi ventum experimur; ergo ℞. *C. maj. N. min.* Ad prob. *N. maj.* Tametsi enim ad locum Lunæ subjectum, item eidem oppositum non parva aeris portio confluere debeat ex locis à Luna quadrante distantibus, ut recuperetur æquilibrium, actione ejusd. Lunæ in atmosphæra turbatum; ea tamen aeris portio necdum est tanta, quæ suo illo adfluxu satis notabilem ventum efficere possit, quemadmodum Boscovichius, aliique inito calculo ostendunt: præsertim cum ea atmosphæræ portio, quæ e. g. ad columnam aeream AB (*Fig.* 104), Lunæ subjectam vel oppositam confluere debet, non tota radat ipsam terræ superficiem, sed per totam atmosphæræ altitudinem dispersa per semitas *co*, *em*, *rs* &c. sensim confluat. Quodsi in ipsa atmosphæræ extima superficie constituti observaremus, quæ nunc sit altitudo atmosphæræ, quæ fuerit ante aliquot horas; æstus atmosphæræ in sensus nostros incurrere posset, uti æstus marini incurrunt. *Fig.* 104.

Urgeb. Saltem in barometro altitudo mercurii deberet notabiliter variari pro varia Lunæ positione, si Luna æstum in atmosphæra efficeret: atqui nullam hujusm. variationem observamus in barometro. *Prob. maj.* Quum nova aeris portio confluit e. g. ad aeream columnam AB (*Fig. ead.*), barometro incumbentem; altitudo columnæ AB augetur: ergo in barometro quoque altitudo mercurii augeri deberet.

℞. *N. maj.* Ad prob. *Dist. ant.* Altitudo columnæ AB augetur, augmento, quod comparate ad totam ejusdem columnæ AB altitudinem non sit sat sensibile *C. ant.* augmento, quod comparate ad totam ejusdem columnæ AB altitudinem sit sat sensibile *N. ant. D.* etiam *cons.* Ergo in barometro quoque altitudo mercurii augeri deberet, augmento, quod in sensus nostros passim incurrere debeat *N. cons.* augmento exiguo, quod vix ac ne vix quidem debeat in sensus humanos incurrere *C. cons.*

Si in barometro augeri debeat altitudo mercurii ob auctam altitudinem aereæ columnæ incumbentis; erit accrementum altitudinis mercurii in barometro ad totam altitudinem mercurii in eodem barometro, uti est accrementum altitudinis in

aerea columna incumbente ad totam ejusdem aereæ columnæ altitudinem: id quod patebit ex iis, quæ in Phys. Part. de tubis communicantibus dicturi sumus. Cum ergo accrementum altitudinis in aerea columna ex atmosphæræ æstu oriundum non sit satis sensibile comparate ad totam ejusdem columnæ altitudinem, uti docent calculi subliniores; neque accrementum altitudinis mercurii in barometro erit satis sensibile comparate ad totam ejusdem in eodem altitudinem, circiter 27 aut 28 digitos æquare solitam: si autem id, quod comparate ad 28 digitos non est sat sensibile, in sensus nostros non incurrat, profecto mirandum non est. Juxta Frisii calculum *loc. cit. l.* 2. *cap.* 8. *cor.* 3. idgenus accrementum in altitudine mercurii in barometro suspensi, ex actione lunæ oriundum est $= \frac{1}{48}$ lin. ex actione Solis autem $= \frac{1}{108}$ lin. Juxta Euleri calculum *Dissert. de statu æquilibrii* (quæ inserta est tomo XIII. Nov. Comment. Petrop.) *Probl.* 16. *cor.* 3. idem accrementum ex actione Lunæ oriundum est $= \frac{1}{6000}$ ped. ex Solis actione autem $= \frac{1}{13333}$ ped.

462 Pro reliquis objectionibus solvendis *Nota I.* Quod maria quibusdam in locis, ut in portubus Galliæ, velocius adfluant, quam refluant; à peculiari Continentis undarum progressiones turbantis constitutione dependet. Nempe ut explicat Boscovichius *in annot. ad cit. libr.* Affrica procurrens diu impedit undas ex Oceano orientaliori venientes; quæ dum circa ipsam accumulantur, interea Luna etiam in Oceano occidentaliore, inter Affricam & Americam interjecto aquas attollit: hinc tanta undarum undique jam sublatarum vi, superatis obstaculis, celerrime sequitur in dictis portubus intumescentia maxima. Porro obstante undarum refluxui America, diutius perstat intumescentia ipsa, quam perstaret, si undis liberum progressum habentibus pars aquarum aliqua in Occidentem exonerari posset, adeoque refluxus retardatur.

463 II. Tametsi in aperto mari actio luminarium aquas, juxta Frisii calculum, ultra $6\frac{1}{2}$ pedes vix queat attollere; communiter tamen illic altitudo ad 8 circiter pedes adsurgit: quod nimirum aquæ ad fluxum concitatæ ob inertiæ vim ultra limites æquilibrii excurrant. Circa oras maris, ob varias undarum reflexiones, adhuc majores æstus esse solent. Imo si littorum quorundam ea sit dispositio, ut quum ea canalem quendam semper magis ac magis coarctatum efficiunt, etiam undæ adlabentes semper magis ac magis coarctari, latitudinemque altitudine compensare debeant; tum enimvero aquæ etiam ad 50 & amplius pedes adsurgere possunt, præsertim sicubi ex diversis partibus per diversos ductus delatæ veluti collidantur; quod inter Belgium, ac Britanniam accidere consuevit.

464 III. Fieri potest, ut intra frequentes insulas, aquarum ex Oceano adfluxui obstantes, minor sit æstus, quam in patente Oceano; præsertim si ea sit locorum constitutio, ut una via adfluentes aquæ via altera magnam partem dilabantur. Sic in insula *D. Thomæ*, sub ipso æquatore sita, mare vix ad 4 pedes adsurgit; in *Moluccis*, *Philippinisque* insulis vix ad duos tresve. Fieri etiam potest, ut certa Lunæ positio omnem alicubi æstum submoveat: si nimirum in quempiam locum, cum duobus diversis maribus non eodem tempore æstuantibus, per diversa freta com-

municantem, eodem tempore per unum fretum tantundem aquæ influat, quantum per alterum effluit. Atque ita explicat Newtonus phænomenon portus *Batsham* in Regno Tunchinensi, in quo nullus notatur æstus Luna in æquatore existente, notatur, autem Luna ad austrum vel boream declinante, sed qui intra diem non nisi unico fluxu & refluxu constet. Nempe observat Newtonus, duos ad portum hunc Batshamensem patere per totidem vicina freta aditus; alterum ab Oceano Sinensi inter continentem & Philippinas insulas, alterum à mari Indico inter insulam *Borneo* & continentem. Porro ex ipsa eorum locorum constitutione, positioneque marium deducit, imprimis Luna æquatorem tenente, in utroque mari, ex quo ad eum portum aquæ adfluere solent, æquales æstus debere oriri, adeoque eodem tempore tantundem fere aquarum adfluere ab uno mari per unum fretum, quantum efflueret per alterum, atque ita æstum in portu nullum sentiri debere: deinde Luna ad boream vel austrum declinante, jam in uno, jam in altero mari æstum esse majorem, adeoque, jam plus adfluere aquarum per fretum unum, quam effluat per alterum, jam minus, ita ut in eo portu bini æstus majores, minoresque alternis vicibus se se excipere debeant, quorum discrimina constituant reapse æstum illum, qui unico fluxu & refluxu constet intra diem.

465 IV. In quibusdam locis plures eodem die æstus contingunt. Id provenit inde, quod unde æstus generalis per diversos ductus (per unum citius, per alterum tardius) adveniat ad ejusm. loca: quos ductus diversos efficere possunt variæ eminentes insulæ, & scopuli, item anfractus varii intra ipsum mare latentes. Æstus puteorum quorundam & fluminum debentur occultæ cum mari communicationi; qui etiam ob irregulares, tortuososque illos meatus, per quos ejusmodi communicatio habetur, incerti sunt, & irregulares. Id fluvio Tamesi æstus videtur prævertere adpulsum Lunæ ad meridianum: ac reapse oritur à præcedente Lunæ transitu, sed ob diversa obstacula retardatur: porro æstum ipsius constituunt undæ ex atlantico potissimum mari venientes. Porro inter irregulares motuum marinorum causas esse possunt etiam fluvii, vel extrorsum adlapsi, vel in ipso maris fundo orti; item venti, ignes subterranei &c.

466 V. In maribus alterutri polo vicinis intra diem lunarem unicus tandem fluxus & refluxus notari poterit. Ratio est; sit enim mare quodpiam e. g. polo australi vicinum: vertex sphæroidis, qui in australi hemisphærio transit per ejus meridianum, forte notabilem adferet ipsi sublationem aquarum, at non vertex alter, qui per ejusdem meridianum post 12 horas in boreali hemisphærio transit, utpote à quo vertice mare illud nimiopere distat.

Schol. Cum unica Luna tantos in nostris maribus motus ciere possit, quid censendum est de æstibus in Jove, qui habet 4 Lunas, seu satellites, præsertim cum satelles intimus minus distet à centro Jovis, quam tribus ejusdem Jovis diametris? Certe fasciæ illæ, quæ longioribus telescopiis in Jove cernuntur jam plures, jam pauciores, observanturque formam mutare, ita ut quædam earum partes jam cum iisdem conjungantur, jam instar quarundam insularum separatæ adpareant, illæ, inquam, fasciæ à pluribus Astronomis repetuntur ab ipso æstu: qui cum in Jo-

ve ingens omnino, & pro varia satellitum positione mutua admodum varius esse debeat, possunt ingentes ab ejus Oceano jam occupari tractus, jam deseri; unde omnis illa variatio repeti queat.

CAPUT SEXTUM.

De cometis.

§. I.

De natura, proprietatibusque cometarum.

467 Cometam à planeta, uti n. 332 innuimus, immensa quædam atmosphæra, fumi instar in aversam à Sole partem protensa secernere solet. Si atmosphæra hæc cometam motu proprio progredientem præcedat, *barba*; si sequatur, *cauda* dicitur: quamquam ea communiter jam utroque casu *cauda* audiat. Quum autem atmosphæra illa cometæ nucleum (seu solidam ejus partem) crinium instar cingere videtur; tunc cometam vocamus *crinitum*.

468 Veteres censuerunt, cometas esse funestorum eventuum vel causas, vel signa prævia; at error hic apud cultiores Europæ gentes jam exolevit. Alter veterum circa cometas error erat, quod eos censuerint telluri proximos esse, adeoque ex hujus vaporibus, exhalationibusque fortuito coalescere, nec ulla certa lege moveri. Unde factum, ut de eorum motibus determinandis, & ad posterorum memoriam transmittendis soliciti non fuerint. Alterum hunc veterum errorem abunde refellit defectus parallaxeos in cometis. Si enim duo spectatores, utcunque longo terrarum tractu sejuncti, eodem tempore cometam quempiam observent; is adparebit ipsis in eadem cœli plaga, & sub iisdem stellis fixis: manifesto utique indicio, eum à nobis immani intervallo sejunctum esse. Habent nihilominus Cometæ instar planetarum parallaxim orbis annui; habent suas stationes, & regressiones: unde inferre licet, eos, quum nobis conspicui sunt, in regione planetarum diversari. "Errant, inquit Newtonus, toto "cœlo, qui cometas in regionem fi"xarum prope ablegant; qua certe "ratione non magis illustrari debe"rent á Sole nostro, quam planetæ, "qui hic sunt, illustrantur à stellis "fixis."

469 Eorum quoque erronea est opinio, qui censuerunt, cometas coalescere è reliquorum planetarum exhalationibus. Ut enim alia taceam, cometæ fere semper in maxima à planetis distantia incipiunt adparere; cum tamen contrarium potius evenire deberet, si ii ortum suum ab exhalationibus planetarum ducerent. Non minus aberrant à vero illi, qui cometas ab exhalationibus solis oriri putant, ut ejus maculas. Nam imprimis à Sole quoque in maxima distantia sunt complures cometæ, quum adparere incipiunt; quo vapores adeo densi & crassi ascendere non possunt, obstante gravitate, qua in Solem retrahuntur. Deinde quidquid è Sole projicitur, debet ad sensum describere vi gravitatis curvam transeuntem per ipsum projectionis punctum, nimirum per Solem, uti vel ex iis intelligere licet, quæ de planetarum orbita *n.* 378 dicta sunt: cum tamen omnium Cometarum orbitæ in ipsa minima à Sole distantia, sive perihelio, ab eodem Sole satis distent.

470 Cometæ, non secus ac planetæ, sunt opaca corpora, solaribus

radiis illustrata. Nam imprimis cometarum lumen, pro vario ipsorum respectu Solis & Terræ situ jam crescere, jam decrescere observatur: deinde quo præstantioribus telescopiis inspiciuntur cometæ, eo magis lumen ipsorum pallere deprehenditur. Motus quoque cometarum iisdem legibus peragitur, quibus planetarum primariorum: nam illi quoque, non minus ac hi, circa Solem revolvuntur in ellipsibus, describuntque circa eum areas temporibus proportionales. Hæc duo duntaxat discrimina intercedunt inter motus cometarum, & planetarum primariorum: 1.*mo.* Planetæ omnes ab occasu in ortum progrediuntur, eorumque orbitæ comprehenduntur arctis Zodiaci limitibus: at cometarum orbitæ per omnes cœli plagas sine ulla certa lege dispersæ sunt; aliique cometæ feruntur ab occasu in ortum, alii ab ortu in occasum, alii à borea versus austrum &c. 2.*do* Cometæ non observantur integras revolutiones absolvere. Nimirum quia ipsorum orbitæ sunt ellipses admodum excentricæ (*Fig.* 102), quarum proinde focus alter nimiopere distat à foco altero, quem Sol occupat: unde fit, ut nimiopere elongentur à Sole, adeoque nobis conspicui esse non possint, nisi quum eam orbitæ suæ partem tenent, quæ Soli proprior est.

Fig. 102.

471 PROPOSITIO I. Cometæ sunt corpora mundo coæva, è genere planetarum. Nam imprimis non oriuntur fortuito ex exhalationibus planetarum, vel Solis (469); præterea motus habent certis legibus adstrictos (356 & 357); ergo eodem jure habendi sunt pro corporibus mundo coævis, quo satellites Jovis & Saturni non ita pridem detecti; imo quo ipsi planetæ primarii. Deinde cometæ sunt opaca corpora, uti sunt planetæ, item ipsorum motus iisdem legibus reguntur, quibus planetarum primariorum (*cit.*); ergo pro quodam planetarum genere haberi possunt.

472 PROPOSITIO II. Caudæ cometarum non aliud sunt, quam vapores ex ipso cometæ nucleo in aversam à Sole partem adsurgentes. Istud vel inde patet, quod caudæ cometarum tunc sint maximæ, & fulgentissimæ, quum cometæ ad Solem proxime accedunt; quo tempore maxime incalescunt utique; ac proinde maximam vaporum copiam emittunt: unde etiam tunc ipse nucleus est fere exiguus & obscurus. Plura, quæ huc pertinent, sequ. §. ex Obj. solut. intelligentur.

§. II.

Solvuntur objectiones.

473 *Obj. cont.* 1.*mam Prop.* 1.*mo* Motus cometarum nullis certis legibus sunt adstricti: ergo nequit dici, cometas esse corpora mundo coæva, è genere planetarum. *Prob. ant.* Imprimis cometæ quaquaversus moventur in cœlo; unus ab ortu in occasum, alter à borea in austrum &c. deinde idem cometa jam celerrime progreditur, ita ut intra diem complures gradus emetiatur; jam lentissime vadit: atqui hæc sunt indicia motuum nullis legibus adstrictorum; ergo motus cometarum &c.

℞. *N. ant.* Ad prob. *C. maj. N. min.* Quod ad 1.mam prob. attinet, ex ea non plus sequitur, quam ab Auctore naturæ non omnibus cometis eadem directione inditam esse vim projectilem, sed uni ab occassu versus ortum, alteri à borea versus austrum &c. Nempe forte hæc planetarum per omnes cœli plagas distributio necessaria fuit, ne commune systematis nostri centrum gravitatis à

Sole recedat notabiliter, solitusque in planetarum motibus tenor turbetur. Ad *ult. prob.* ajo: cum cometa areas verrat circa Solem temporibus proportionales; ejus celeritatem pro vario ad Solem accessu vel recessu variari est necesse (274). Porro multæ motus inæqualitates sunt opticæ duntaxat, quemadmodum de planetarum directo, retrogradoque motu locuti sumus n. 368. Certe omnium cometarum motus, qui hactenus rite observati sunt, ut ut ad sensum maxime irregulares, apprime consentiunt cum iisdem gravitatis legibus, quibus planetarum motus subjecti sunt, ut è num. 156, & 357 abunde patet.

Urg. 1. Nequit dici, Cometas vi gravitatis universalis in ellipsibus revolvi circa Solem; ergo nequit dici, eorum motus iisdem legibus adstringi, quibus planetarum motus adstrictos esse novimus *P. ant.* Si dici posset, cometas vi gravitatis universali in ellipsibus revolvi circa Solem; id inde liceret inferre, quod motus cometarum nobis conspicuus cum hac theoria congruat: atqui inde non sequitur, cometas vi gravitatis universalis in ellipsibus revolvi circa Solem *Prob. min.* Dominicus Cassinus, celeberrimus Astronomus, posuit cometas deferri in orbibus maximis, & fortasse etiam circularibus, quorum exigua portio haberi possit pro recta linea, habito itidem motu pro æquabili; tum non sine sucessu docuit etiam, quo pacto ex tribus observatis cometæ locis in hac rectilinei & æquabilis motus theoria definiri posset reliquus adparens cursus: neque tamen propterea licet inferre, theoriam ejus reapse etiam obtinere in natura. Ergo similiter.

℞. *N. ant. ad prob. D. maj.* Id inde liceret inferre, quod motus cometarum nobis conspicuus cum hac theoria ex aliqua duntaxat parte congruat *N. maj.* Quod cum ea ex integro ita congruat, ut quotquot cometæ hactenus rite observati sunt, omnes totam suam viam nobis conspicuam theoriæ gravitatis universalis conformem habuisse sint deprehensi *C. maj. sic dist. min. N. cons.* Ad *prob. min.* Ajo: Cassini theoria consentit quidem cum observationibus, quum satis distant à Sole Cometæ; idque ideo, quia arcus ellipseos admodum compressæ à verticibus satis distans congruit ad sensum cum linea recta; præsertim si non sit adeo magnus; celeritas etiam cometæ satis à Sole distantis non tam magnas illico subit mutationes, ut non possit diutius ad sensum pro æquabili haberi: at ubi cometæ ad Solem proprius accedunt, curvatura viæ, & notabilis celeritatis variatio hypothesim Cassinianam penitus evertunt. Longe alia est theoriæ Newtonianæ cum observationibus consensio, uti ex hactenus dictis liquet. Nempe verissimum est, quod cum Benedicto Stay ait Boscovichius "id „veris tantummodo theoriis accidere „ut omnibus phænomenis satisfaciant; atque id ipsum accidisse „theoriæ Cometarum Newtonianæ, „qua evulgata reliquæ conciderint, „illa una jam per omnes Europæ „Academias recepta." *In annot. ad l. IV.*

Schol. Duos habemus cometas, quorum tempus periodicum hactenus innotuit. Unus observatus fuit annis 1531, 1607, 1682; & anno 1759 ab Astronomis Halleji prædictione excitatis avidissime expectatus quarto jam comparuit: ejus tempus periodicum est proxime annorum 76. Alter, qui sub finem anni 1680 magnus omnino adparuit, à nobis jam alibi commemoratus, is ipse creditur esse, qui annis 531, 1106 visus fuit;

cujus proinde tempus periodicum est annorum circiter 575. Porro tunc censendus est rediisse cometa; quum ejus via, positionesque variæ, item orbitæ dimensio congruunt proxime cum iis, quæ in cometa jam prius observato per observationes & calculum sunt deprehensa. Si quis cometæ viam in cœlo citra instrumentorum adparatum facili praxi explorare cupit; observet quotidie quatuor stellas, quarum ea sit positio, ut cometa in concursu duarum linearum, oppositas stellas jungentium reperiatur: id autem tenso filo oculis admoto præstare poterit. Si quotidie hanc observationem instituerit, locaque cometæ pro diebus singulis in globo cœlesti notaverit; cometæ viam in circulo maximo adparentem habebit delineatam.

Urg. 2. Si cometæ in ellipsibus revolverentur circa Solem; ex tot cometis, qui hactenus conspecti sunt, longe plurium innotuisset jam periodicum tempus, reditusque prædici posset. Adde: Cometa ab Hallejo anno 1682 observatus juxta ejusdem calculum debuisset anno 1758 redire; quo tamen anno frustra fuit ab Astronomis expectatus: visus quidem est cometa subsequente anno 1759; at iste non videtur habendus pro illo, qui expectabatur: nam prætérquam quod tardius comparuit, ac voluerit Hallejus; non congruebant accurate omnia ejus adjuncta cum adjunctis cometæ ab Hallejo anno 1682 observati.

R. Ut periodica cometarum tempora passim innotescere, ac reditus prædici possint, complurium seculorum accuratis observationibus opus est. Cum enim ex eorum orbita exiguus arcus sit nobis conspicuus, periodica eorum tempora nequeunt certo innotescere, nisi aliquot reditus eorundem observentur, ac inter se conferantur; porro reditus eorum post longissima tempora eveniunt, cum ob ingentem à centro virium, seu Sole recessum, ipsorum celeritas circa aphelium exigua esse debeat. Jam vero non ita pridem cœperunt Astronomi cometarum motus cum necessariis adjunctis rite adnotare: superiorum ætatum Astronomi, quod cometas pro ejusm. duntaxat corporibus habuerint, quæ ex exhalationibus fortuito enata, sine ulla certa lege moverentur, operæ pretium se facturos non putarunt, si eorum cursum accuratius observarent; sed satis illis erat adnotasse, hoc illove anno cometam majorem, minoremve visum esse, qui hanc aut illam constellationem percurrerit.

Ad id, quod *additur*, ajo, idgenus exiguis adjunctorum discriminibus non tam enervari, quam potius confirmari Newtonianam cometarum theoriam. Si enim cometa, quum à Sole recedit, ad alios cometas, vel planetas, quorum massa sit ingens, nimiopere accedat; sensibiles motus sui perturbationes patiatur, est necesse. Hinc fieri poterit, ut unus idemque cometa bis observatus non secet eclipticam sub eodem accurate angulo, & in iisdem locis; ut perihelii locum tantisper mutet &c. Jam Hallejus animadvertit, à Jove, ad cujus vicinitatem cometa ab ipso observatus nimiopere accesserat, hujusmodi perturbationem induci posse: unde etiam ejusdem reditum vel in finem anni 1758, vel in initium sequentis 1759 prædixit. Sed Cel. Clairautius ad calculum revocatis viribus attractivis, quas, Jupiter in eum planetam exercuerit, definitaque, quam ob eas in suo cursu is cometa subire deberet, perturbatione, reditum ejusdem accuratius definivit, ita ut prædictio ab eventu nonnisi 30 & aliquot diebus ab-

mosphæra (quam per ingens intervallum porrigi patebit ex iis, quæ in Phys. Part. de lumine zodiacali dicturi sumus) in aversam à Sole partem, uti fumus noster ab aere in partem à terra aversam, extruditur. Non est ergo, cur ea caudam cometicam (protensam illam quidem, attamen admodum raram) efficere nequeat: & quod efficiat etiam, vel inde patet, quod crescente in perihelio cauda, nucleus ipse decrescere observetur.

Urg. 1. Si atmosphæra solaris extrudet atmosphæram cometæ in aversam à Sole partem; illa deberet esse densior, quam ista sit: atqui istud dici vix potest; ergo *P. min.* Cauda cometæ propterea fit nobis conspicua, quod radios solares in oculos nostros reflectat; ergo si atmosphæra solaris illam ambiens adhuc esset densior, hæc potiore jure reflecteret in oculos nostros solares radios, nobisque conspicua fieret

℞. *C. maj. Neg. min.* Ad prob. C. *ant. N. cons.* Potest enim fieri, evenitque sæpius, ut densiora corpora lucem transmittant, seu sint diaphana, rariora autem eandem reflectant, sintque opaca: sic aer noster densior est utique fumo, quem in aversam à tellure partem adsurgere cogit & tamen ille est diaphanus, fumus vero sat opacus. Ratio hujus in Phys. Part. intelligetur.

Urg. 2. Si caudæ cometarum essent & ipsi vapores solaribus radiis excitati; etiam planetas caudatos esse oporteret, cumprimis Mercurium, qui adeo Soli vicinus est; cum tamen planetæ caudis careant.

℞. *Neg. sequel.* Nam non omnes globi cœlestes debent esse æque apti ad emittendos vapores copiosissimos: res pendet à consociatione particularum globum constituentium, & à viribus, quas tam in sese invicem, quam in solares radios exercent. Non deerant Auctori naturæ fines, cur rariores illos hospites nostros ita constitutos esse voluerit, ut adventum suum protensa cauda nobis indicent, non item planetas. Ceterum attestante Cl. De La Lande conspecti jam sunt cometæ, qui omni cauda conspicua caruerunt.

476 Pro reliquis obj. solvendis *Nota* I. Caudæ cometarum non tendunt directe in plagam à Sole aversam, sed deflectunt aliquantum in eam partem, quam nucleus relinquit, nempe uti exhibet Fig. 102da, cometa ex P versus *b* progrediente. Ratio est, quia dum vapores ascendunt, & à nucleo avelluntur, majorem motus sui resistentiam persentiscunt, quam nucleus; hinc non imminent perpendiculariter nucleo, sed inclinati remanent; fere uti fumus è thuribulo erumpens, aut flamma candelæ, si thuribulum, vel candela manu gestetur, in partem relictam simili de causa inclinari solet.

477 II. In Cometarum caudis observantur aliquando sulci quidam oblongi, seu tractus nigricantes. Ii repetendi videntur ab ea vaporum parte, quæ minus apta sit ad reflectendos radios, simulque intercipiat radios à vaporibus post se positis reflexos; quæ vaporum pars fortasse à crasioribus, pinguioribusque nuclei partibus exhalatur.

478 III. Barba Cometæ lucidior esse solet, quam cauda. Tunc enim est barbatus cometa, quum tendit in aversam à Sole partem, adeoque quum tractus lucidus ipsum præcedit: quo casu tractum eum magis condensari, ac proinde etiam lucidiorem reddi necesse est, quam dum eum cometa post se trahit. Quod cometa nonnunquam crinitus adpareat, id imprimis ex opticæ legibus consequi potest, e. g. si cometa inter luci-

erraverit. Id quod, & ad insignem nominis ejus gloriam, & ad novam theoriæ Newtonianæ confirmationem cessit.

Urg. 3. Si cometæ statis temporibus reverterentur; quemadmodum plurium cometarum viam definivit Hallejus, ita etiam eorum omnium reditum prænunciare potuisset; atqui non &c. ℞. *N. maj.* Nam ut via cometæ nobis conspicua determinetur, satis est ex aliquot observationibus determinare ejus arcum ad sensum parabolicum methodo Newtoniana, quam n. 356 commemoravimus: at ubi nimium à Sole recedit cometa; via quoque ipsius à parabola jam notabiliter aberrat: cum ergo tempus periodicum non ab arcu exiguo, sed à tota orbita dependeat, in illud eadem methodo, qua in arcum nobis conspicuum solet, inquiri haud sufficit, sed aliquot reditus Cometæ sunt observandi.

474 *Obj. 2.do* Maculæ Solares motu regulari feruntur, quin propterea censeantur esse è genere planetarum; ergo idem dicendum etiam de cometis. *Confirm. 1.mo* Observatum fuit sæpius, cometæ nucleum varias subire mutationes nubium instar; ergo cometa haud aliud esse potest, quam congeries exhalationum. *Confirm. 2.do* Si cometæ essent è genere planetarum, similes cum Luna & Venere phases subire deberent, viderenturque nonnunquam dichotomi, corniculati; quod tamen observationibus adversatur.

℞. C. *ant. N. cons.* Nam Solares maculæ sunt vel in ipso Solis disco, vel prope ipsum: subito plures in unam coeunt, vel una in plures discinditur; non notantur habere motum alium, qui diversus esse debeat à motu vertiginis Solis, ipsi etiam ejus atmosphæræ communi; sæpe in medio Solis disco subito evanescunt &c. Quæ aperte utique evincunt, idgenus maculas pro planetarum genere non esse habendas. Ex adverso cometas ab exhalationibus Solis & planetarum discernendos esse è n. 469, & 470 patet.

Ad confirm. 1. Ajo, eas mutationes à densiore atmosphæra provenire, quæ simul cometarum limbis irregularem figuram sæpius tribuit. Ceterum visi sunt jam cometæ plures, quorum nuclei satis sphærici adparebant. *Ad confirm.* 2. ℞. Id quoque densæ cometarum atmosphæræ esse potissimum adscribendum, quod in iis non advertamus phases planetariis similes. Nempe illa efficit, ut radii per ipsam plurimum refracti illas etiam nuclei partes exhibeant nobis illuminatas, quæ radiis Solaribus directe illustrari non possunt.

475 *Obj. contra 2.dam Propos.* Caudæ cometarum stupendæ extensionis sunt; nam ad 50, & amplius gradus extendi solent: ergo non est credibile, eas esse meros vapores ex ipso cometa erumpentes. Quomodo enim hos per tam immane intervallum planeta diffundere posset?

℞. C. *ant. N. cons.* Nimirum posse imprimis cometas etiam per se aptissimos esse ad copiosissimos vapores emittendos, si Soli viciniores facti incalescant, nemo jure inficiabitur: deinde fieri potest, ut dum cometa in densiore Solis atmosphæra versatur, ejus atmosphæræ immisceantur copiosissimæ particulæ atmosphæræ solaris, quæ cometa ad aphelium progrediente condensentur, regrediente autem ad perihelium rarefiant iterum, evaporationemque cometæ (utut per se etiam insignem) augeant. Porro atmosphæra cometæ his è capitibus potenter aucta, rarefactaque, à solari at-

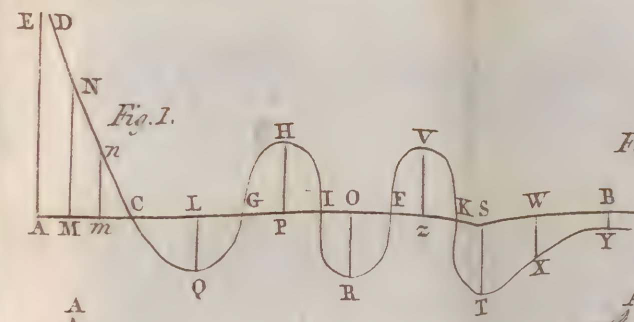
dum suum tractum & oculos nostros ita intercedat, ut magnam ejus tractus partem nobis tegat & ejusdem tractus extrema pars scoparum instar dilatata, à nobis versus omnes nuclei partes referri debeat; deinde si cometa ita à Sole recesserit, ut atmosphæra Solaris jam admodum tenuis non amplius possit ejus atmosphæram extrudere in aversam à Sole partem; eadem atmosphæra cometam undique fere æquabiliter cinget; Demum quod cauda cometæ in aversam à Sole partem semper magis ac magis dilatetur, proterea fit, quia semper rariorem & rariorem atmosphæram solarem offendit: sic videmus etiam fumum eo magis diffundi, quo magis à terra recedit. Atque hæc de corporibus generatim dicta sufficiant; jam ad eorundem affectiones speciatim explanandas faciendus est gradus.

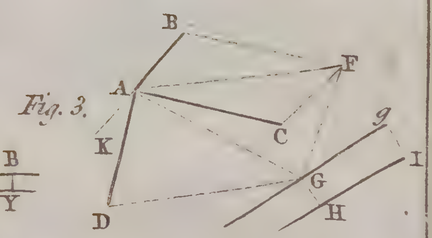
FINIS.

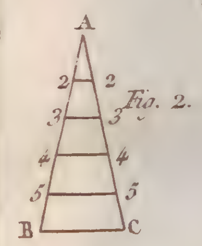
NOTANDUM.

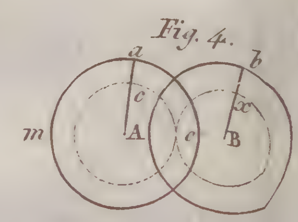
Phys. Gen. *pag.* 149, *num.* 262 in determinanda potentia x, quæ *Tab.* IV. *Fig.* 51. ad elidendum adfrictum requireretur, D. Belidori methodo, quam in *Archit. hydr.* §. 251 usurpat, sum usus: at in ea errorem (quod egregiis etiam, qualis D. Belidor est, Scriptoribus quandoque accidit) latere deinde agnovi, sicque potius ratiocinandum esse teneo. Nempe sint anguli ad A & B recti, pondusque vectis AB sit $= m$. Tota pressio, quam chelonium D persentiscit, est $= P + x + p + m$. Itaque ponendo adfrictum æquari tertiæ parti pressionis, & tam adfrictum hunc, quam potentiam x (ut eorum momenta obtineamus) multiplicando per suam à puncto C distantiam, est æquilibrii tempore $\frac{(P + p + x + m)\, HC}{3} = x \times AC$. Unde prodit $x = \frac{(P + p + m)\, HC}{3AC - HC}$.

Error dictæ methodi in eo est, quod calculus, quem *pag.* 147 sub *nota* (*a*) è Belidori *Arch. Hydr.* §. 241 & 242 desumpsi, tunc solum subsistat, si potentia Q pro elidendo adfrictu in puncto H adplicetur. At si eadem ex H promoveatur ad A; non solum ipsamet imminuitur, sed ob sui imminutionem etiam adfrictum minus auget, ac augeret, si in H adplicaretur.


Fig. 1.
E
D
N
n
A
M
m
C
L
Q
G
H
P
I
O
R
F
V
z
K
S
T
W
X
B
Y


Fig. 3.
B
F
A
K
C
g
I
G
H
D


Fig. 2.
A
2
3
4
5
B
C


Fig. 4.
a
b
c
x
m
A
B

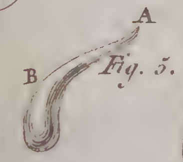
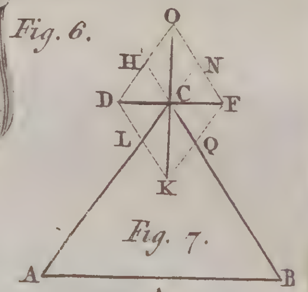
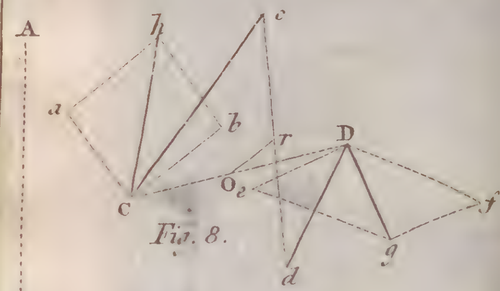
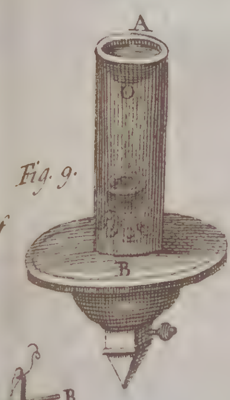
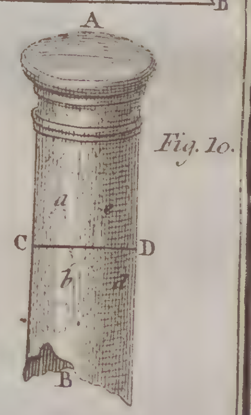

A
B
Fig. 5.

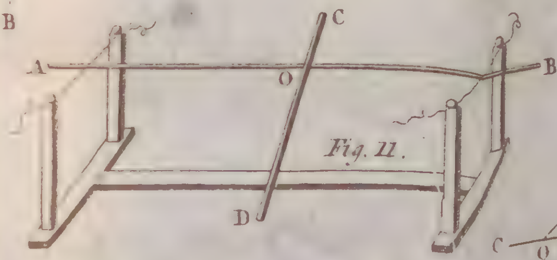

Fig. 6.

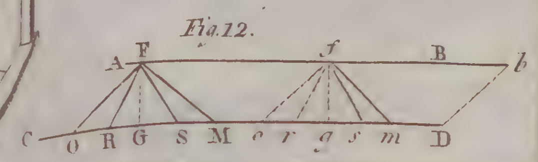

O
H
N
D
C
F
L
Q
K
Fig. 7.
A
B


A
h
c
a
b
r
D
O
f
C
Fig. 8.
g
d
B

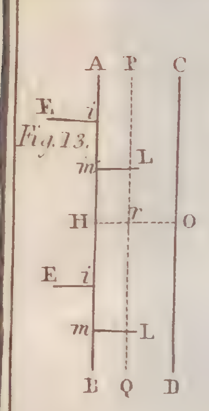

A
O
Fig. 9.
B

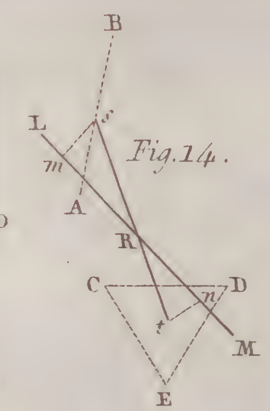

A
Fig. 10.
a
e
C
D
b
d
B

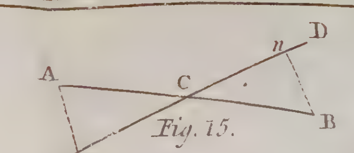

C
A
O
B
Fig. 11.
D

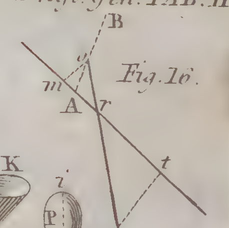

Fig. 12.
A
F
f
B
b
C
O
R
G
S
M
o
r
g
s
m
D

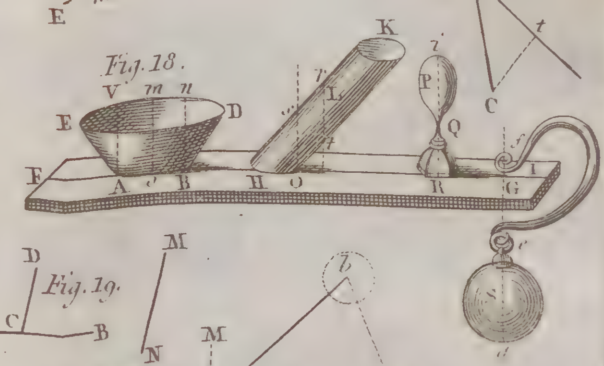
Phys. gen. TAB. II.

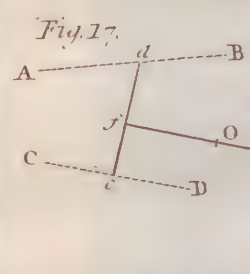


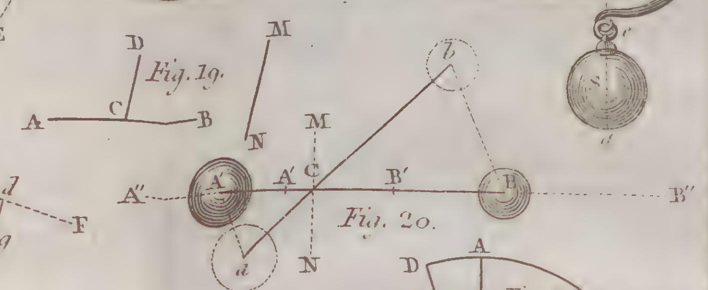


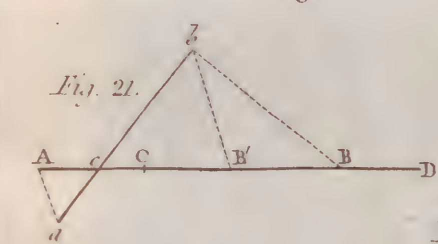


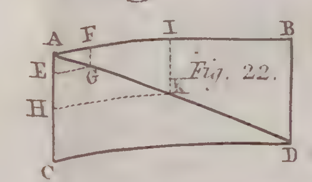


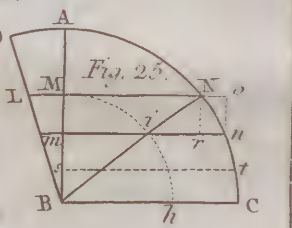


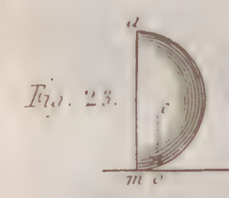


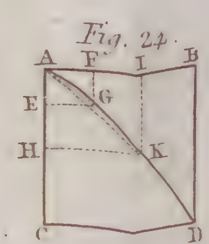


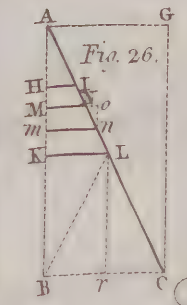












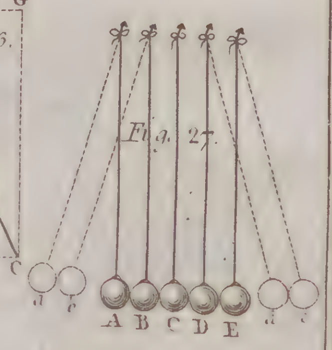
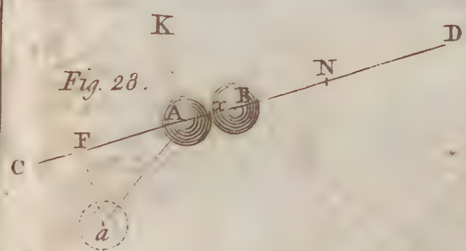


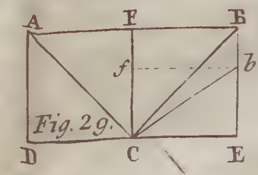
Fig. 21.

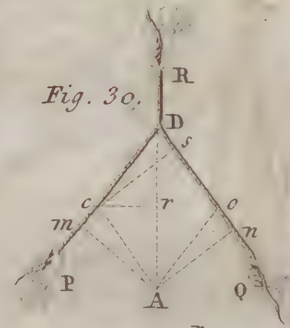
A c C B′ B D

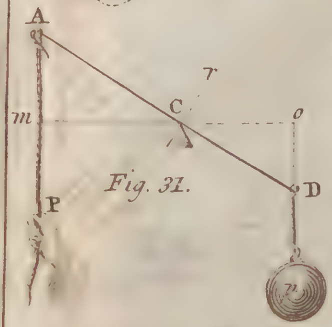
b

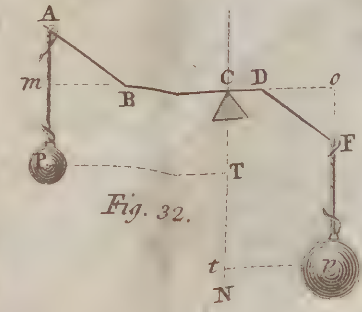
a

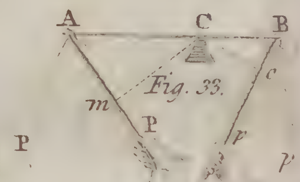

K
D
N
Fig. 28.
A
B
F
C
a


A
F
B
f
b
Fig. 29.
D
C
E

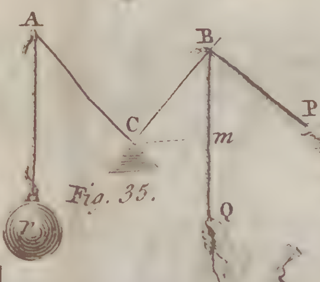

R
Fig. 30.
D
s
c
r
o
m
n
P
A
Q

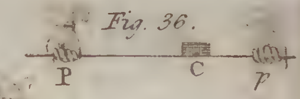

A
r
C
o
m
Fig. 31.
D
P
p

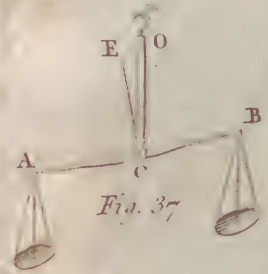

A
m
B
C
D
o
F
P
T
Fig. 32.
t
p
N

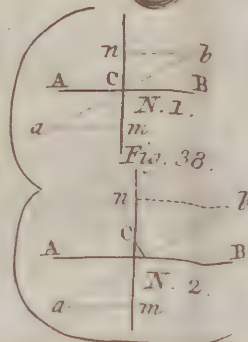

A
C
B
Fig. 33.
m
P
c
p

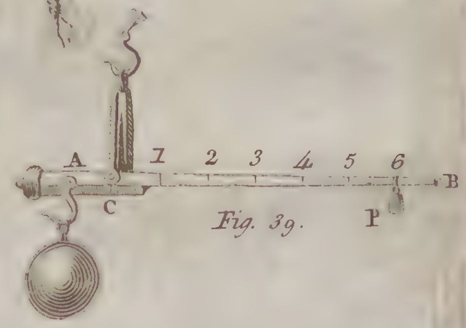

m
A
C
B
Q
Fig. 34.
P
p

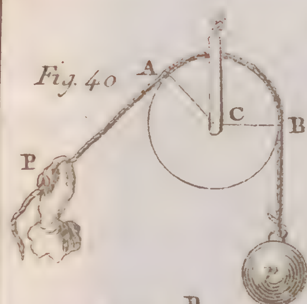

A
B
C
m
P
Fig. 35.
p
Q


Fig. 36.
P
C
p


E
O
B
A
C
Fig. 37


n
b
A
C
B
N. 1.
a
m
Fig. 38.
n
b
C
A
B
N. 2.
a
m


A
1
2
3
4
5
6
B
C
Fig. 39.
P


Fig. 40
A
C
B
P

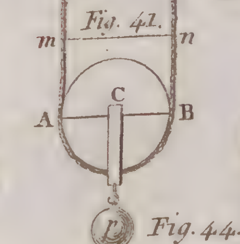

P
F
Fig. 41.
m
n
C
A
B


Fig. 44.
A
C
B

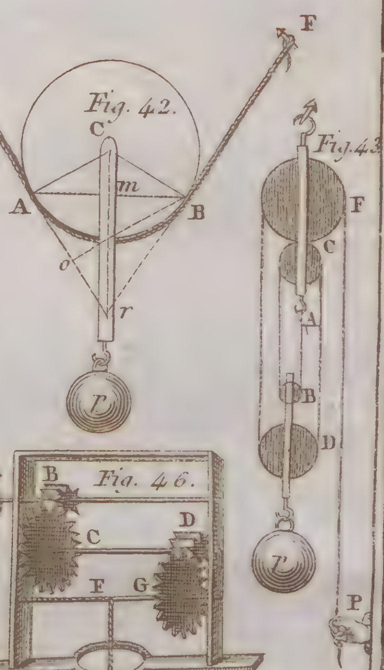
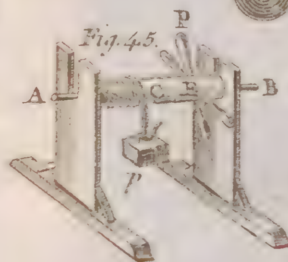
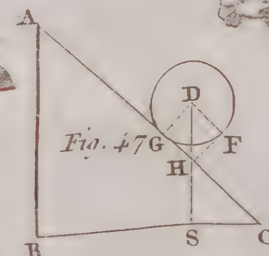
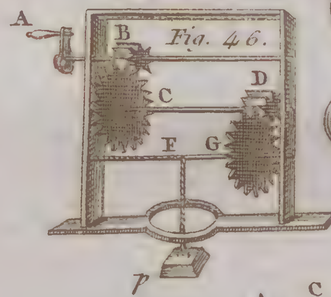
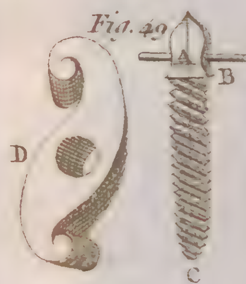

P
F
Fig. 42.
C
m
A
B
o
r

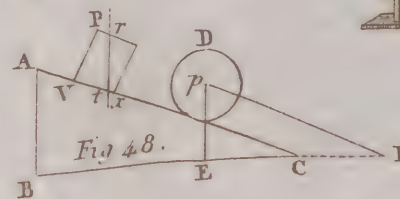

Fig. 43
F
C
A
B
D
P

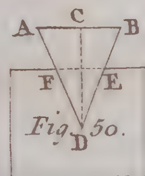

Fig. 45.
P
A
C
E
B

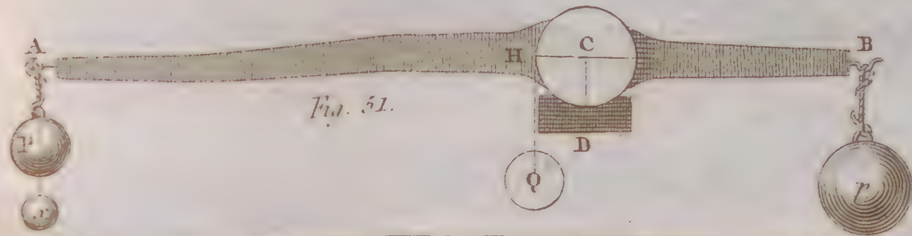

A
D
Fig. 47
G
F
H
B
S
C

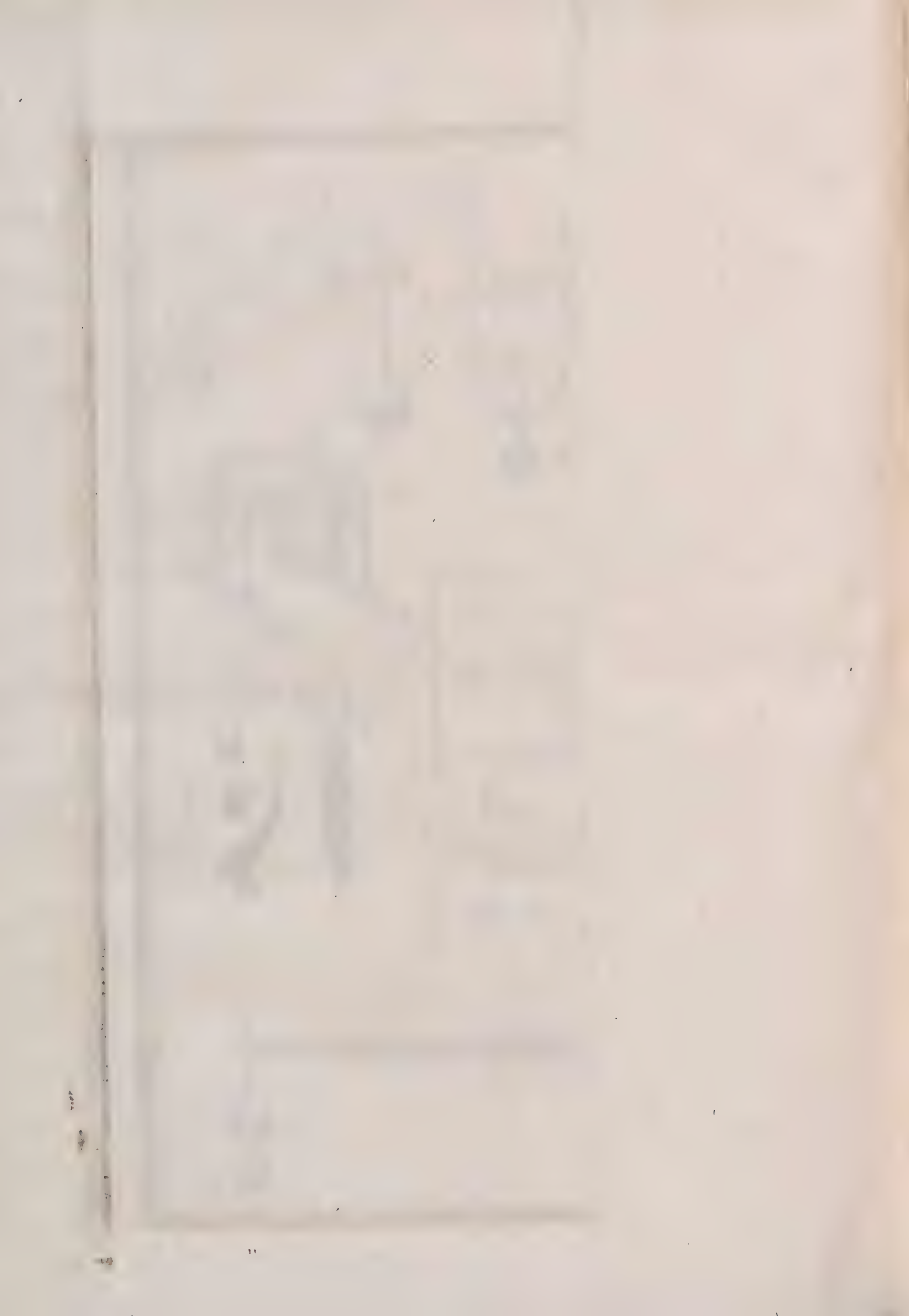

A
B
Fig. 46.
C
D
F
G

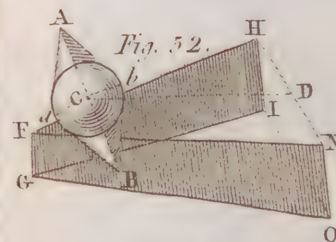

Fig. 49
A
B
D
C

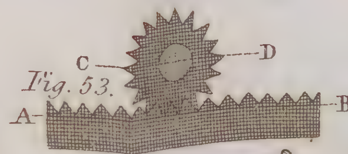

P
r
D
A
V
t
x
Fig. 48.
E
C
F
B

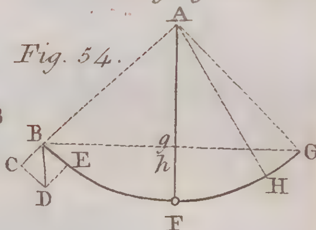

A
C
B
F
E
Fig. 50.
D

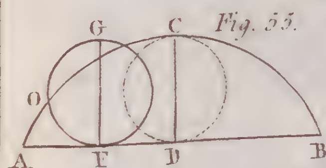

A
C
B
H
Fig. 51.
D
Q

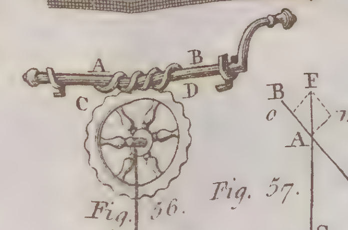


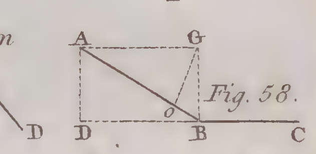

Fig. 52.

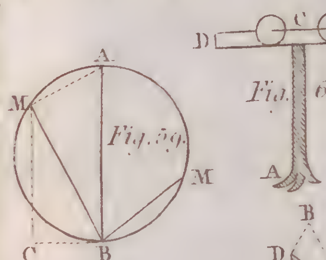

Fig. 53.

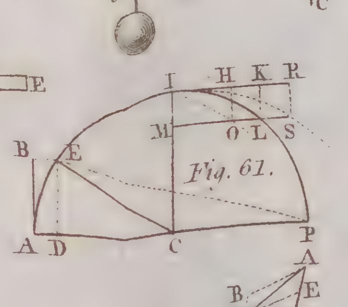

Fig. 54.

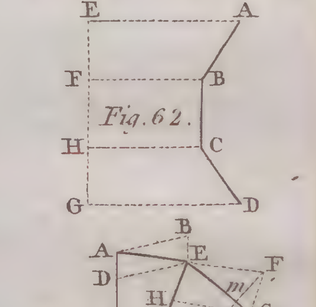

Fig. 55.

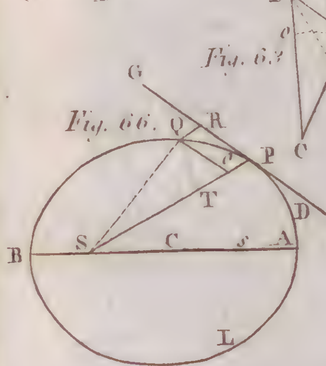

Fig. 56.
Fig. 57.

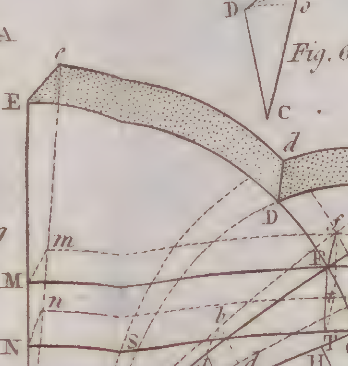

Fig. 58.

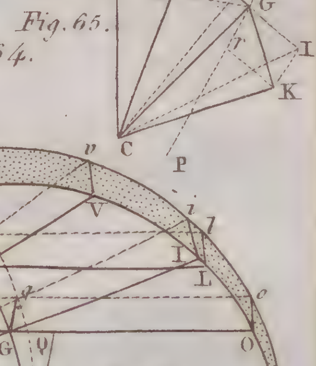

Fig. 59.
Fig. 60.

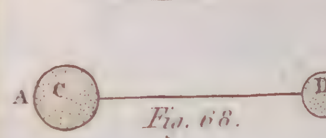

Fig. 61.


Fig. 62.

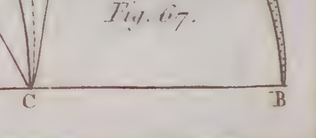

Fig. 63.
Fig. 66.


Fig. 64.

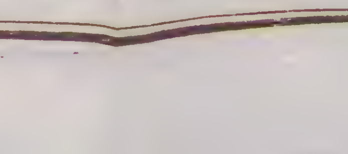

Fig. 65.


Fig. 68.

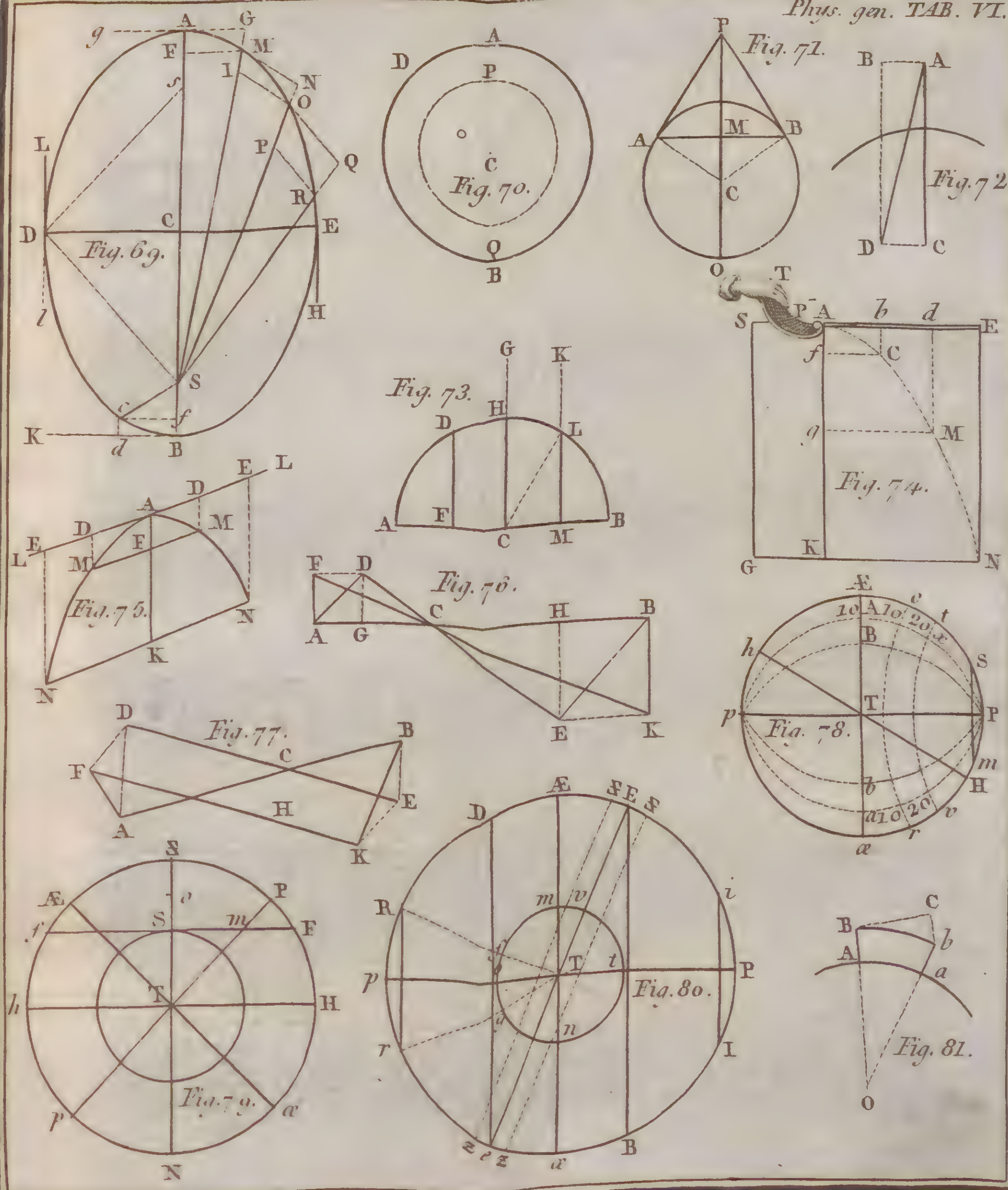


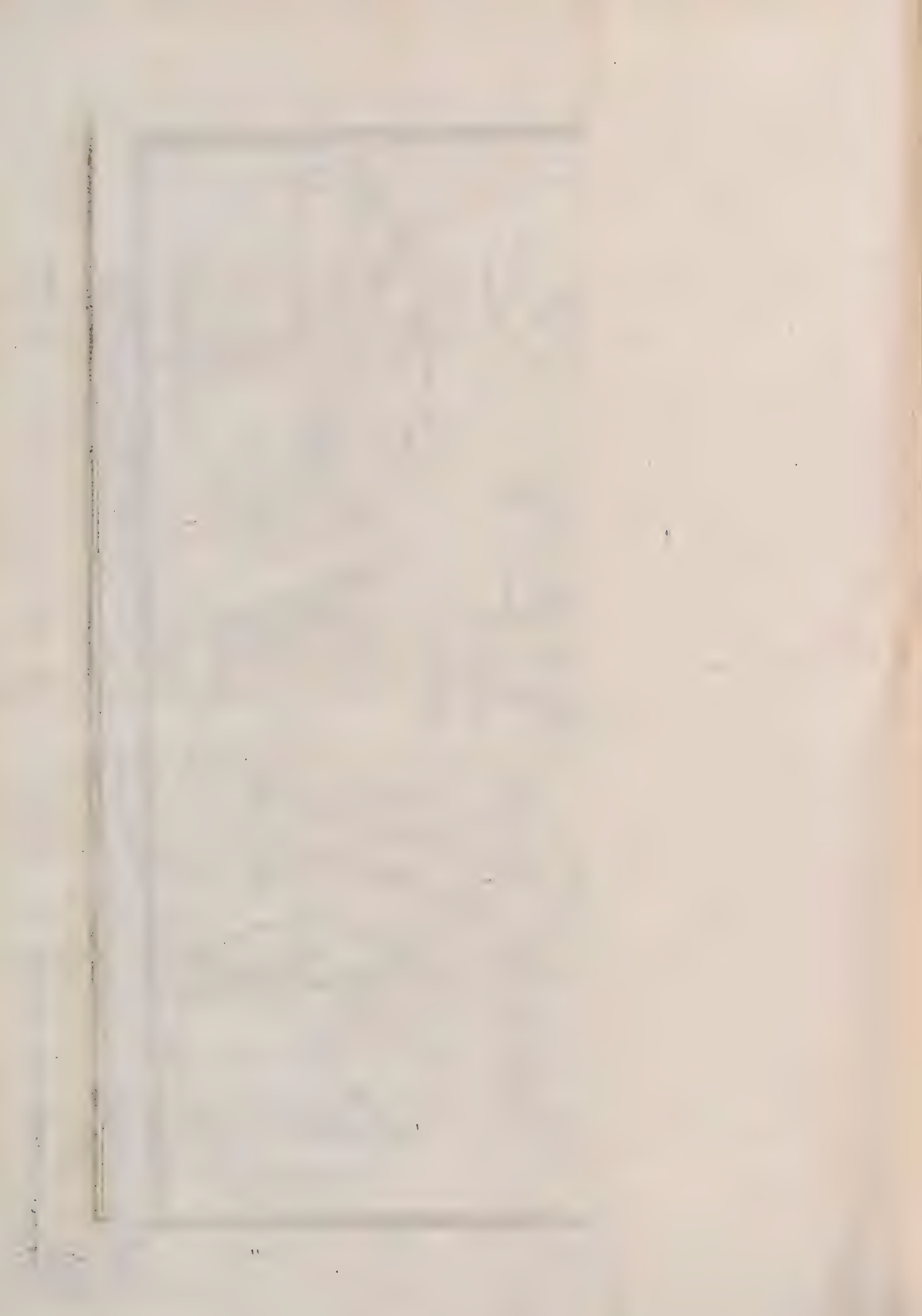

Fig. 67.








Fig. 69.
Fig. 70.
Fig. 71.
Fig. 72.
Fig. 73.
Fig. 74.
Fig. 75.
Fig. 76.
Fig. 77.
Fig. 78.
Fig. 79.
Fig. 80.
Fig. 81.



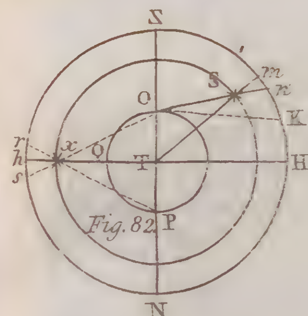


Fig. 82.

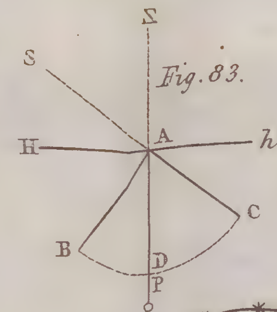


Fig. 83.

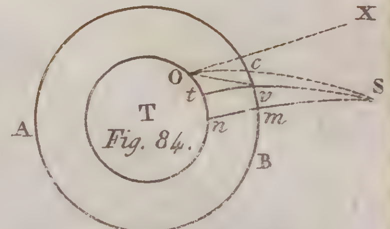


Fig. 84.



Fig. 85.



Fig. 86.

Fig. 87.

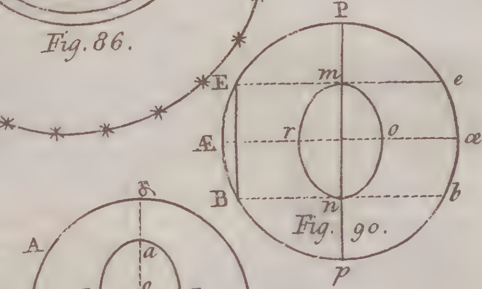
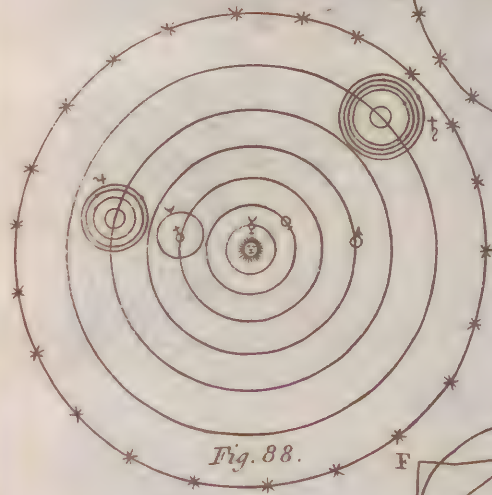


Fig. 90.


Fig. 88.

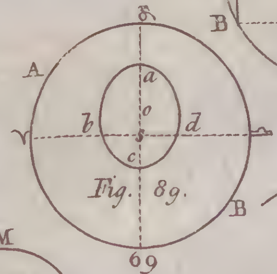
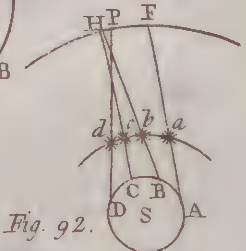
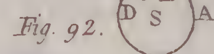


Fig. 89.




Fig. 92.

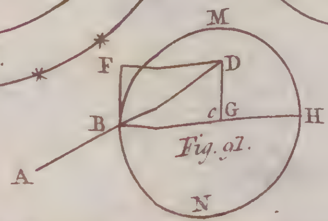
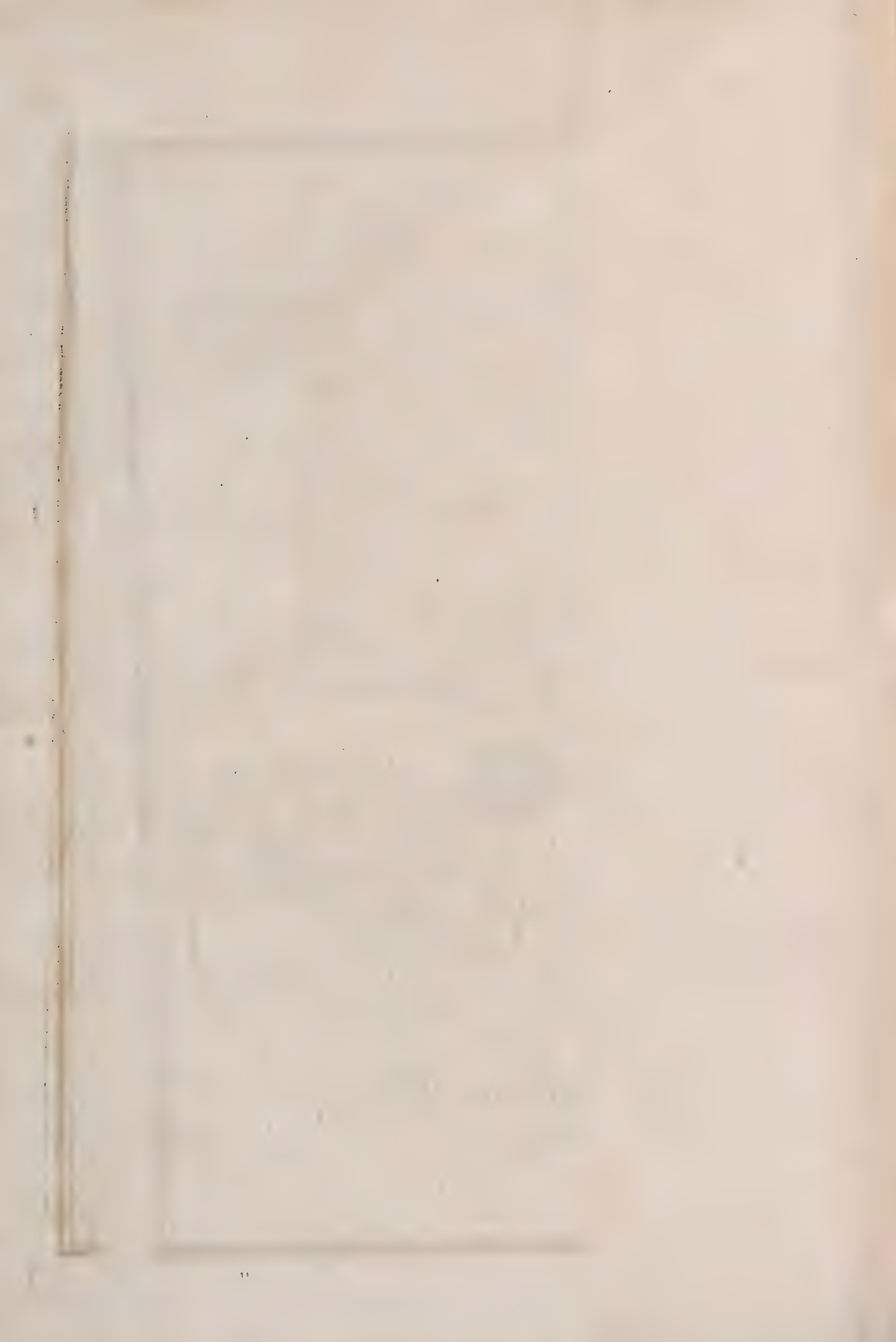
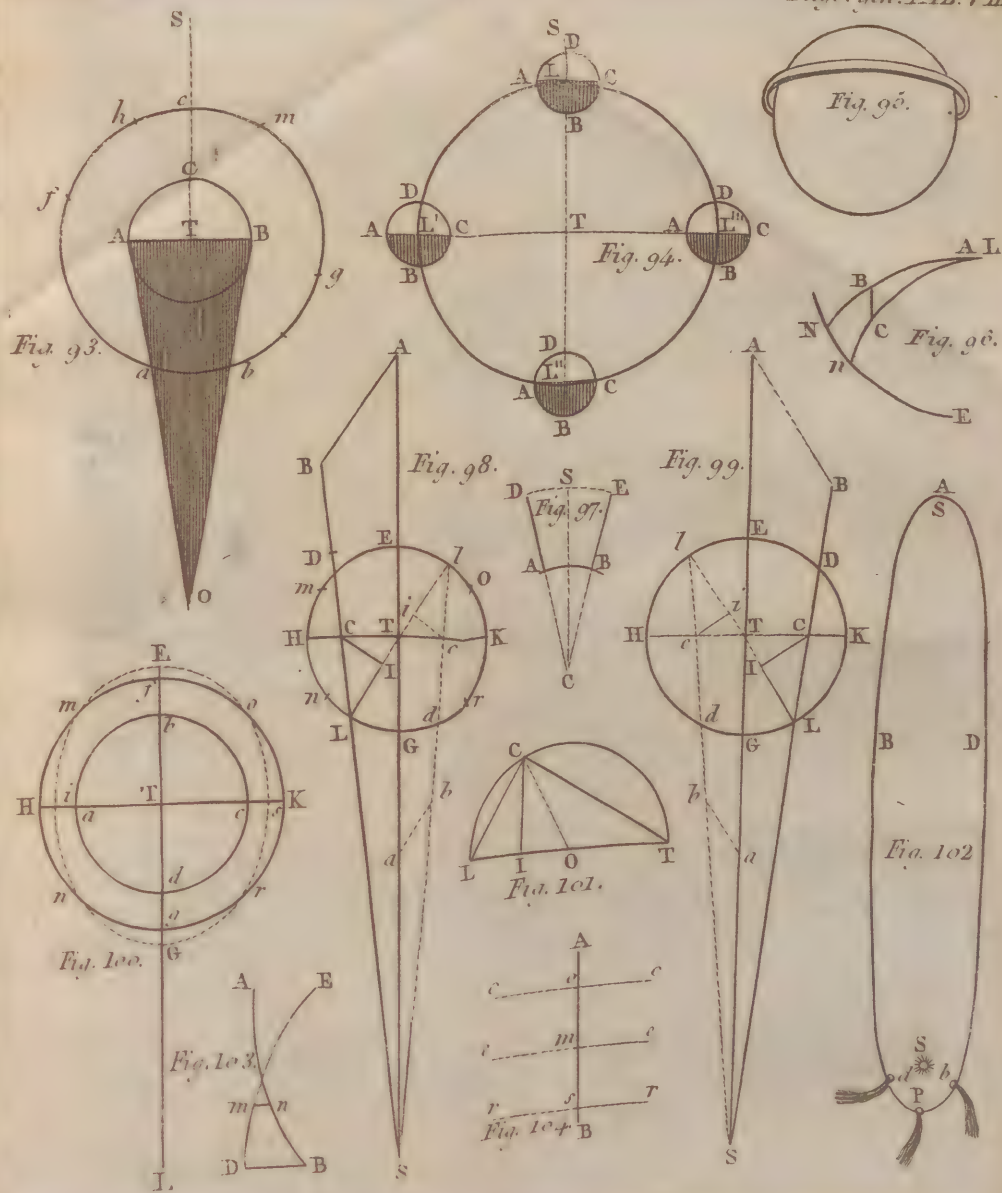
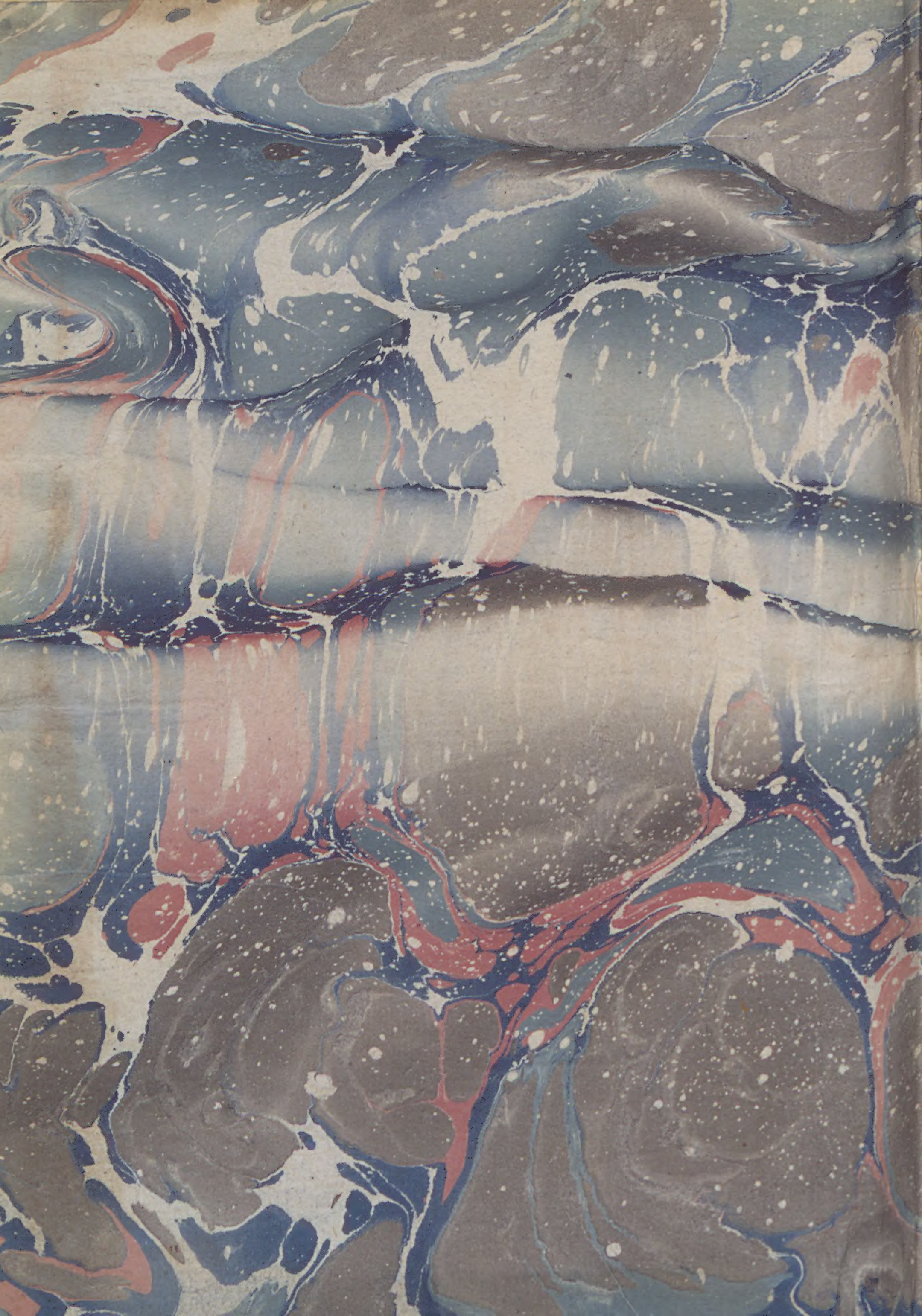


Fig. 91.

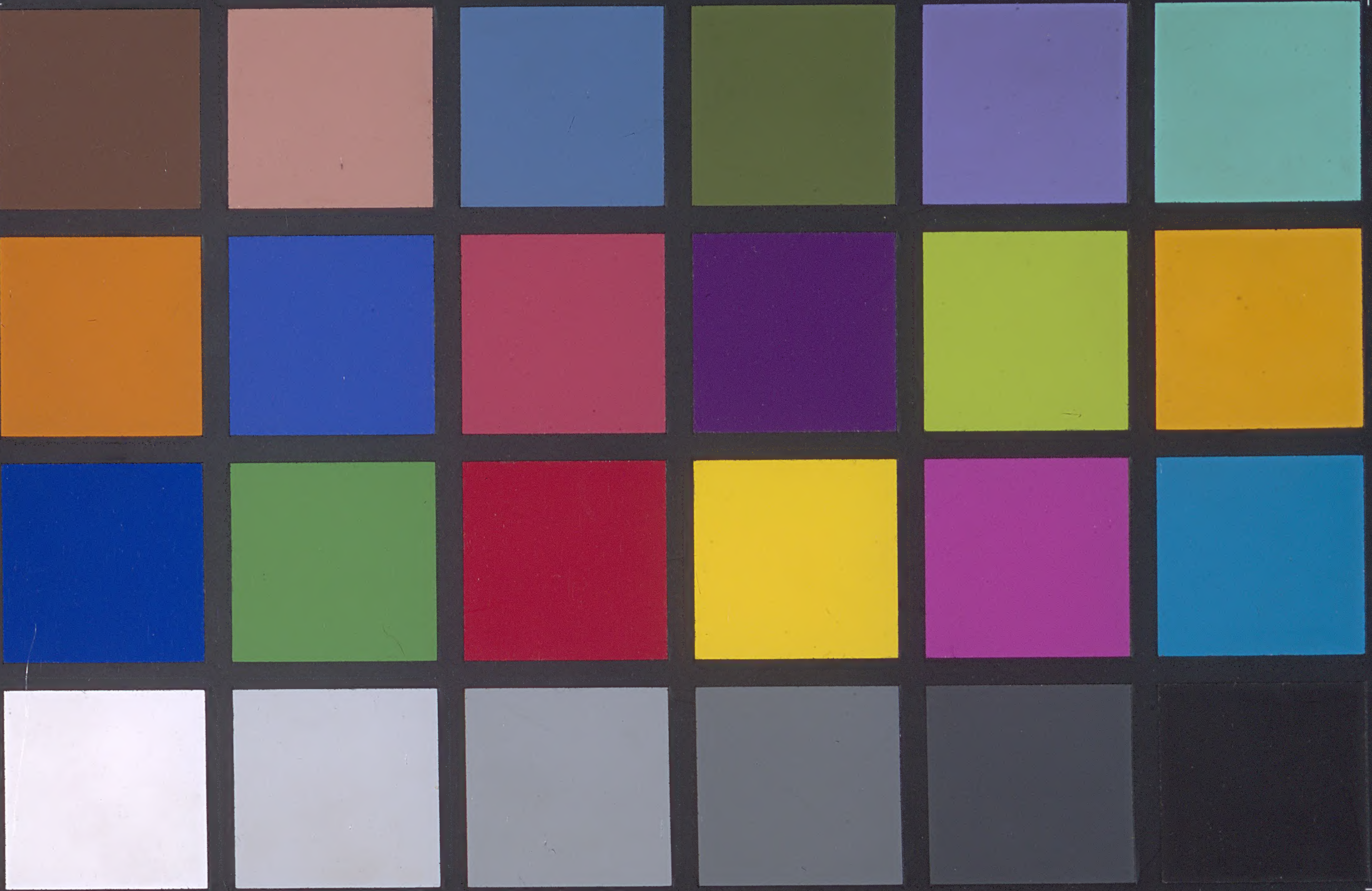



Phys. gen. TAB. VIII.
Fig. 93.
Fig. 94.
Fig. 95.
Fig. 96.
Fig. 97.
Fig. 98.
Fig. 99.
Fig. 100.
Fig. 101.
Fig. 102.
Fig. 103.
Fig. 104.



HORVAT
DE
FILOSOFIA

3 4


colorchecker CLASSIC
calibrite
mm